QUESTION T1 [10 pts]. Trois problèmes

Cette question comporte trois problèmes indépendants.

T1-A [3,0 pts]. Vanne hydrostatique

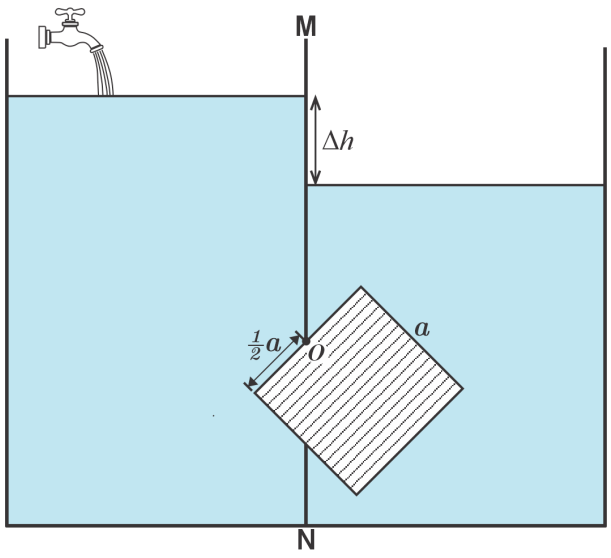


Fig. 1a.

Deux réservoirs d'eau sont séparés par une paroi verticale MN, comme illustré sur la figure 1a. Une source alimente le réservoir de gauche.

Il est nécessaire que la différence maximale entre les niveaux d'eau des deux réservoirs soit $\Delta h =$ 1,41 m.

Pour ce faire, un trou de dimension verticale $a\sqrt{2}/2$ est percé dans MN et obturé par un bloc cubique solide de côté a. Le bloc a une densité $3\rho_0$ avec ρ_0 la densité de l'eau. Le bloc est entièrement immergé, fixé à la paroi en O et peut tourner sans frottement autour de l'axe perpendiculaire au plan de la figure passant par le point O.

T1-A1 [3,0 pts]. Calculer la valeur de a qui assure que la différence maximale admissible entre les niveaux d'eau n'est pas dépassée.

T1-B [3,5 pts]. Paire électron-positron

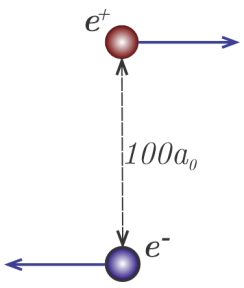


Fig. 1b.

À un instant donné, un positron e^+ se trouve à une distance de $100\,a_0$ d'un électron e^-. Les particules se déplacent de sorte que leurs vitesses sont antiparallèles à cet instant, comme le montre la figure 1b. Chaque particule possède un moment cinétique, par rapport au centre de masse du système des deux particules, de valeur $\mu\hbar$, où μ est un facteur numérique sans dimension. On suppose que e^+ et e^- sont exclusivement soumis à l'interaction électrostatique (les deux particules ont la même masse m et des charges de même valeur absolue, mais de signes opposés). On suppose également que ce système est isolé et que sa dynamique suit les lois de la mécanique classique non relativiste.

Le rayon de Bohr a_0 est donné par la relation $a_0 = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/(m_e e^2)$.

T1-B1 [1,0 pt]. Pour $\mu = 4$, en supposant que le système est dans un état lié, exprimer la distance de séparation maximale entre e^+ et e^- en fonction de a_0.

T1-B2 [2,5 pts]. Pour $\mu = \frac{15}{2}$, le système n'est pas dans un état lié, ce qui signifie que les particules ne suivent plus une orbite fermée autour du centre de masse du système. Soit $\vec{u}_\infty$ la vitesse de e^+ par rapport à e^- lorsque la distance de séparation entre les deux particules tend vers l'infini. Calculer l'angle entre $\vec{u}_\infty$ et la direction initiale du mouvement de e^+. Donner la réponse en degrés.

Indication 1 : L'excentricité ε d'une trajectoire conique dans le cas présent est donnée par la relation

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{4L^2E}{k^2e^4m_e}}$$

où E et L sont respectivement l'énergie totale et la valeur du moment cinétique total pour le système. k est la constante de Coulomb telle que $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$.

Indication 2 : L'équation de la conique en coordonnées polaires est

$$r = \frac{a}{1 - \varepsilon\cos(\theta)}$$

T1-C [3,5 pts]. Photodissociation de l'ozone

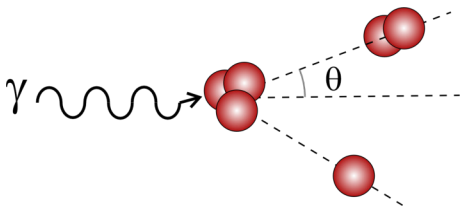


Fig. 1c.

Un photon de pulsation ω rentre en collision avec une molécule d'ozone O_3 initialement au repos. Cette collision a pour effet de dissocier la molécule d'ozone en une molécule de dioxygène O_2 et un atome d'oxygène O, comme illustré à la figure 1c ; le photon est absorbé dans ce processus.

Soient U_i et U_f les énergies à l'état fondamental respectivement des molécules d'ozone et de dioxygène. On suppose que le système reste isolé et que sa dynamique est décrite par la mécanique classique (les énergies potentielles ne contribuent pas à la masse et le mouvement des atomes d'oxygène est non relativiste). On utilisera la relation $p = E/c$ pour la valeur de la quantité de mouvement du photon, avec E son énergie.

T1-C1 [2,5 pts]. On note θ l'angle de la direction de quantité de mouvement du dioxygène O_2 produit par rapport à la direction du photon incident. Déterminer la pulsation minimale $\omega_{\min}$ requise pour que la dissociation se produise. Exprimer la réponse en fonction de $\hbar$, c, θ, $\Delta U = U_f - U_i$ et de la masse m d'un atome d'oxygène.

T1-C2 [1,0 pt]. Pour $\theta = \pi/6$, calculer la valeur de $\hbar\omega_{\min} - \Delta U$. Donner la réponse en électronvolts (eV). Prendre $\Delta U = 1{,}10$ eV et $m = 16{,}0$ amu.

Indication :

$$(1+x)^r = 1 + rx + \frac{r(r-1)}{2!}x^2 + \frac{r(r-1)(r-2)}{3!}x^3 + \cdots$$