

## Champagne! (10 points)

**Avertissement :** La consommation excessive d'alcool est nocive pour la santé. Il est interdit de boire de l'alcool avant d'avoir atteint l'âge légal.

Le champagne est un vin mousseux français. La fermentation des sucres produit du dioxyde de carbone ( $\text{CO}_2$ ) dans la bouteille. La concentration molaire de  $\text{CO}_2$  dans la phase liquide  $c_\ell$  et la pression partielle  $P_{\text{CO}_2}$  dans la phase gazeuse sont reliées par  $c_\ell = k_{\text{H}} P_{\text{CO}_2}$ , connue sous le nom de loi de Henry.  $k_{\text{H}}$  est appelée constante de Henry.

### Données

- Tension superficielle du champagne  $\sigma = 47 \times 10^{-3} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$
- Masse volumique de la phase liquide  $\rho_\ell = 1.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Constante de Henry à  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  $k_{\text{H}}(20^\circ\text{C}) = 3.3 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{Pa}^{-1}$
- Constante de Henry à  $T_0 = 6^\circ\text{C}$ ,  $k_{\text{H}}(6^\circ\text{C}) = 5.4 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{Pa}^{-1}$
- Pression atmosphérique  $P_0 = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$
- Les gaz sont supposés parfaits avec un coefficient adiabatique  $\gamma = 1.3$



**Fig. 1.** Une coupe remplie de champagne.

### Partie A. Nucléation, croissance et formation des bulles

Immédiatement après avoir ouvert une bouteille de champagne à la température  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ , nous remplissons un verre. La pression dans le liquide est de  $P_0$  et sa température reste constante à  $T_0$ . La concentration  $c_\ell$  de  $\text{CO}_2$  dissous dépasse la concentration d'équilibre et nous étudions la nucléation d'une bulle  $\text{CO}_2$ . Nous notons  $a$  son rayon et  $P_b$  sa pression intérieure.

**A.1** Exprimez la pression  $P_b$  en fonction de  $P_0$ ,  $a$  et  $\sigma$ .

0.2pt

Dans le liquide, la concentration de  $\text{CO}_2$  dissous dépend de la distance à la bulle. À grande distance, on retrouve la valeur  $c_\ell$ . On note  $c_b$  la concentration près de la surface de la bulle. D'après la loi de Henry, on a  $c_b = k_{\text{H}} P_b$ . Nous supposons en outre dans tout le problème que les bulles ne contiennent que du  $\text{CO}_2$ .

Comme  $c_\ell \neq c_b$ , les molécules de  $\text{CO}_2$  diffusent des zones de forte concentration vers les zones de faible concentration. Nous supposons également que toute molécule de la phase liquide qui atteint la surface de la bulle est transférée à la vapeur.

**A.2** Exprimez le rayon critique  $a_c$  au-delà duquel une bulle peut grossir en fonction de  $P_0$ ,  $\sigma$ ,  $c_\ell$  et  $c_0$  où  $c_0 = k_{\text{H}} P_0$ . Calculer numériquement  $a_c$  pour  $c_\ell = 4c_0$ .

0.5pt

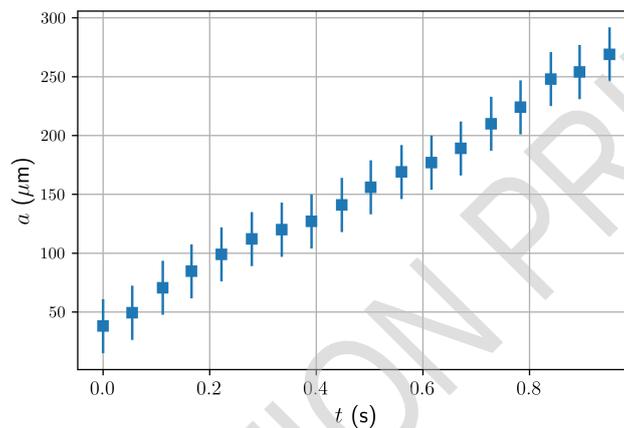
En pratique, les bulles se développent principalement à partir de cavités gazeuses préexistantes. Considérons donc une bulle de rayon initial  $a_0 \approx 40 \mu\text{m}$ . Le nombre de moles de  $\text{CO}_2$  (transférées depuis le liquide vers l'intérieur de la bulle à travers la surface) par unité de surface et de temps est noté  $j$ . Deux modèles sont possibles pour  $j$ .

- modèle (1)  $j = \frac{D}{a}(c_\ell - c_b)$  où  $D$  est le coefficient de diffusion de  $\text{CO}_2$  dans le liquide.
- modèle (2)  $j = K(c_\ell - c_b)$  où  $K$  est une constante dans le cadre de l'expérience.

Expérimentalement, on peut constater que le rayon de la bulle  $a(t)$  dépend du temps comme le montre

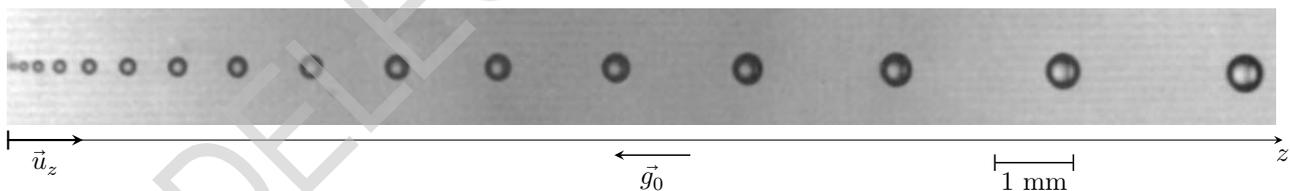
la **Fig. 2**. Ici nous prendrons  $c_\ell \approx 4c_0$ . Les bulles étant suffisamment grandes pour être visibles, la surpression due à la tension de surface peut être négligée et  $P_b \approx P_0$ .

- A.3** Exprimez le nombre de moles de  $\text{CO}_2$ ,  $n_c$ , dans la bulle en fonction de  $a, P_0, T_0$  et de la constante des gaz parfaits  $R$ . Exprimez  $a(t)$  pour les deux modèles. Indiquez quel modèle explique les résultats expérimentaux de la **Fig. 2**. Selon votre réponse, calculez numériquement  $K$  ou  $D$ . 1.2pt



**Fig. 2.** Évolution temporelle du rayon de la bulle  $\text{CO}_2$  dans un verre de champagne (*adapté de [1]*).

Les bulles finissent par se détacher du fond du verre et continuent à grossir tout en s'élevant. La **Fig. 3** montre un train de bulles. Les bulles du train ont le même rayon initial et sont émises à une fréquence constante  $f_b = 20\text{Hz}$ .



**Fig. 3.** Un train de bulles. La photo est tournée horizontalement pour la mise en page (*adapté de [1]*).

Pour la gamme de vitesses étudiée ici, la force de traînée  $F$  sur une bulle de rayon  $a$  se déplaçant à la vitesse  $v$  dans un liquide de viscosité dynamique  $\eta$  est donnée par la loi de Stokes  $F = 6\pi\eta av$ . Les mesures montrent qu'à tout moment, on peut supposer que la bulle se déplace à sa vitesse limite.

- A.4** Donner l'expression des principales forces exercées sur une bulle s'élevant verticalement. Déduisez en l'expression de  $v(a)$ . Donnez une estimation numérique de  $\eta$  en utilisant  $\rho_\ell$ ,  $g_0$  et les grandeurs mesurées sur la **Fig. 3**. 0.8pt

La croissance quasi stationnaire des bulles avec le taux de croissance  $q_a = \frac{da}{dt}$  est toujours valide pendant la phase d'ascension de la bulle.

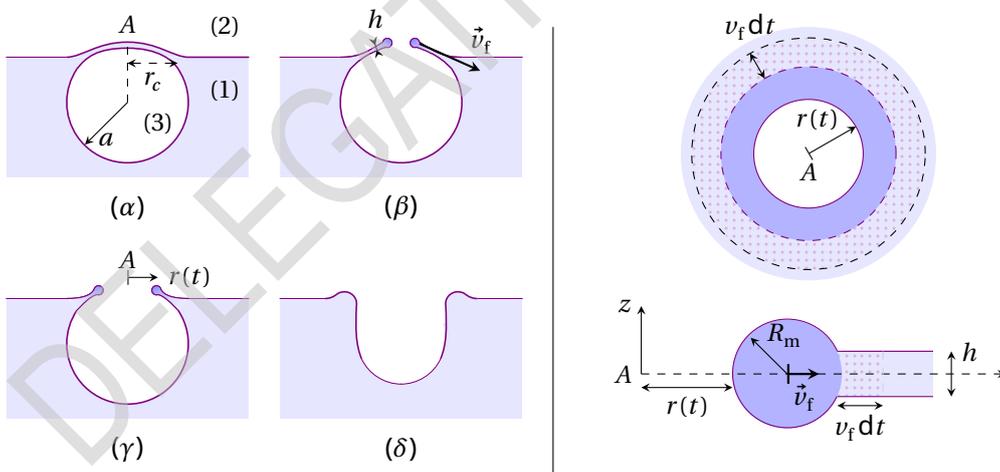
- A.5** Exprimez le rayon  $a_{H_\ell}$  d'une bulle atteignant la surface libre en fonction de la hauteur parcourue  $H_\ell$ , du taux de croissance  $q_a = \frac{da}{dt}$ , et de toute constante dont vous pourriez avoir besoin. On suppose que  $a_{H_\ell} \gg a_0$  et que  $q_a$  est constant. Donnez alors la valeur numérique de  $a_{H_\ell}$ , en prenant  $H_\ell = 10 \text{ cm}$  et  $q_a$  correspondant à la **Fig. 2**. 0.5pt

Il existe  $N_b$  sites de nucléation des bulles. On suppose que les bulles sont nucléées à une fréquence constante  $f_b$  au fond d'une coupe de champagne (hauteur  $H_\ell$  pour un volume  $V_\ell$ ).  $a_0$  est toujours négligeable. On négligera la diffusion de  $\text{CO}_2$  à la surface libre.

- A.6** Écrivez l'équation différentielle pour  $c_\ell(t)$ . Déduisez de cette équation le temps caractéristique  $\tau$  de décroissance de la concentration en  $\text{CO}_2$  dissous dans le liquide. 1.1pt

## Partie B. Émission acoustique d'une bulle qui éclate

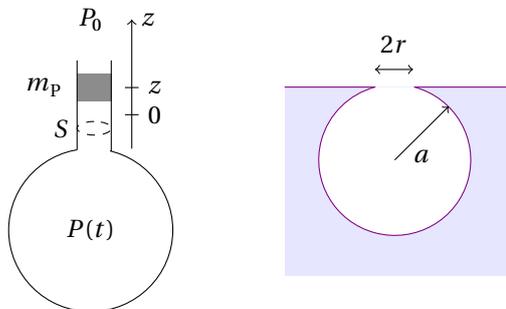
Les petites bulles sont presque sphériques lorsqu'elles atteignent la surface libre. Lorsque le film liquide séparant la bulle de l'air s'amincit suffisamment, un trou circulaire de rayon  $r$  se forme dans le film. Sous l'effet de la tension superficielle, le trou s'ouvre très rapidement (**Fig. 4.** à gauche). Le trou s'ouvre à vitesse constante  $v_f$  (**Fig. 4.** droite). Le film à l'extérieur du bord reste immobile, avec une épaisseur constante  $h$ .



**Fig. 4.** (À gauche) ( $\alpha$ ) Bulle à la surface : (1) liquide, (2) air à la pression  $P_0$  et (3),  $\text{CO}_2$  à la pression  $P_b$ , ( $\beta$ ) et ( $\gamma$ ) rétraction du film liquide, où le bord est en bleu foncé, ( $\delta$ ) effondrement de la bulle. (À droite) Rétraction du film liquide au temps  $t$ . En haut : schéma du film percé vu du dessus. En bas : coupe transversale du bord et du film qui se rétracte. Pendant  $dt$ , le bord accumule le liquide situé à proximité (en pointillés).

En raison des processus dissipatifs, seule la moitié de la différence d'énergie de surface du bord et de l'énergie de surface du liquide accumulé entre  $t$  et  $t + dt$  est transformée en énergie cinétique. Nous supposons en outre que la variation de la surface du bord est négligeable par rapport à celle du film.

- B.1** Exprimez  $v_f$  en fonction de  $\rho_\ell$ ,  $\sigma$  et  $h$ . 1.1pt



**Fig. 5 :** (À gauche) un résonateur de Helmholtz. (À droite) une bulle se comportant comme un oscillateur.

Lorsque le film éclate sous l'effet de la pression intérieure, un son est émis. Nous modélisons cette émission acoustique par un résonateur de Helmholtz : une cavité est ouverte sur l'atmosphère à la pression  $P_0$  par un goulot (étranglement) de surface  $S$  (**Fig. 5.** à gauche). Lorsque le gaz dans la cavité se dilate ou se comprime de manière adiabatique, le système de masse  $m_p$  situé dans le goulot subit des oscillations de faible amplitude dues aux différentes forces de pression auxquelles il est soumis. La force de gravité qui s'exerce sur le système de masse  $m_p$  est négligeable devant les forces de pression. On note  $V_0$  le volume de gaz sous la masse  $m_p$  pour  $P = P_0$  et pour  $z = 0$ .

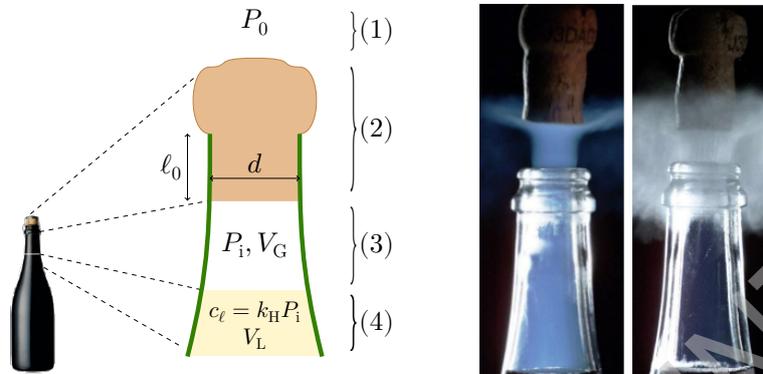
**B.2** Exprimez la fréquence d'oscillation  $f_0$  de  $m_p$ . Indice : pour  $\varepsilon \ll 1$ ,  $(1 + \varepsilon)^\alpha \approx 1 + \alpha\varepsilon$ . 1.1pt

Le modèle de Helmholtz peut être utilisé pour une bulle de rayon  $a$ .  $V_0$  est ici le volume de la bulle fermée. D'après la littérature, la masse de l'équivalent du piston est  $m_p = 8\rho_g r^3/3$  où  $r$  est le rayon de l'ouverture circulaire et  $\rho_g = 1.8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  est la masse volumique du gaz (**Fig. 5.** à droite). Pendant le processus d'éclatement,  $r$  passe de 0 à  $r_c$ , donné par  $r_c = \frac{2}{\sqrt{3}} a^2 \sqrt{\frac{\rho_l g_0}{\sigma}}$ . Pendant ce même temps, la fréquence du son émis augmente jusqu'à la valeur maximale de 40kHz et le temps d'éclatement est de  $t_b = 3 \times 10^{-2} \text{ ms}$ .

**B.3** Trouvez le rayon  $a$  et l'épaisseur  $h$  du film de champagne séparant la bulle de l'atmosphère. 1.1pt

### Partie C. Faisons sauter le bouchon du champagne!

Dans une bouteille, la quantité totale de  $\text{CO}_2$  est  $n_T = 0.2 \text{ mol}$ . La quantité  $n_T$  de  $\text{CO}_2$  se retrouve sous forme dissoute dans le volume  $V_L = 750 \text{ mL}$  de champagne liquide et sous forme de gaz dans le volume  $V_G = 25 \text{ mL}$  sous le bouchon (**Fig. 6.** à gauche).  $V_G$  ne contient que du  $\text{CO}_2$ . L'équilibre entre les deux phases contenant le  $\text{CO}_2$  impose que la loi de Henry soit suivie. Nous supposons que l'expansion gazeuse rapide du  $\text{CO}_2$  lors de l'ouverture de la bouteille est adiabatique et réversible. La température ambiante  $T_0$  et la pression  $P_0 = 1 \text{ bar}$  sont constantes.



**Fig. 6.** À gauche : goulot d'étranglement traditionnel : (1) air ambiant, (2) bouchon de liège, (3) espace de tête (espace situé au-dessus du liquide), (4) champagne liquide. À droite : Deux phénomènes observés lors de l'ouverture de la bouteille à deux températures différentes (adapté de [2]).

**C.1** Donnez la valeur numérique de la pression  $P_i$  du gaz  $\text{CO}_2$  dans la bouteille pour  $T_0 = 6^\circ\text{C}$  et  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ . 0.4pt

Une autre étape de la production du champagne (non décrite ici) conduit aux valeurs suivantes de  $P_i$  que nous utiliserons pour les questions suivantes  $P_i = 4.69 \text{ bar}$  à  $T_0 = 6^\circ\text{C}$  et  $P_i = 7.45 \text{ bar}$  à  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ .

Lors de l'ouverture de la bouteille, deux phénomènes différents peuvent être observés, en fonction de  $T_0$  (**Fig. 6.** à droite).

- soit un brouillard bleu apparaît, dû à la formation de cristaux solides  $\text{CO}_2$  (mais la condensation de l'eau est inhibée);
- ou bien un brouillard gris-blanc apparaît, dû à la condensation de la vapeur d'eau dans l'air entourant le goulot d'étranglement. Dans ce dernier cas, il n'y a pas de formation de cristaux de  $\text{CO}_2$  solides.

La pression de vapeur saturante  $P_{\text{sat}}^{\text{CO}_2}$  pour la transition solide/gaz  $\text{CO}_2$  est la suivante :  $\log_{10} \left( \frac{P_{\text{sat}}^{\text{CO}_2}}{P_0} \right) = A - \frac{B}{T + C}$  avec  $T$  dans K,  $A = 6.81$ ,  $B = 1.30 \times 10^3 \text{ K}$  et  $C = -3.49 \text{ K}$ .

**C.2** Donner la valeur numérique  $T_f$  du gaz  $\text{CO}_2$  en fin de détente, après ouverture d'une bouteille, pour  $T_0 = 6^\circ\text{C}$  et pour  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ , si aucune transition de phase n'a eu lieu. Choisissez les affirmations qui sont vraies (plusieurs affirmations possibles) : 0.7pt

1. À la température  $T_0 = 6^\circ\text{C}$ , un brouillard gris-blanc apparaît lors de l'ouverture de la bouteille.
2. À la température  $T_0 = 6^\circ\text{C}$ , un brouillard bleu apparaît lors de l'ouverture de la bouteille.
3. À la température  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ , un brouillard gris-blanc apparaît lors de l'ouverture de la bouteille.
4. À la température  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ , un brouillard bleu apparaît lors de l'ouverture de la bouteille.

Lors de l'ouverture de la bouteille, le bouchon de liège "saute". Nous allons maintenant déterminer la hauteur maximale  $H_c$  qu'il atteint. Supposons que la force de frottement  $F$  due au goulot d'étranglement



sur le bouchon de liège est  $F = \alpha A$  où  $A$  est la surface de contact et  $\alpha$  une constante à déterminer. Initialement, la force de pression l'emporte légèrement sur la force de frottement. La masse du bouchon est  $m = 10\text{g}$ , son diamètre  $d = 1.8\text{cm}$  et la longueur de la partie cylindrique initialement coincée dans le goulot est  $\ell_0 = 2.5\text{cm}$ . Une fois que le bouchon a quitté le goulot, vous pouvez négliger la force de pression résultante.

**C.3** Donnez la valeur numérique de  $H_c$  si la température extérieure est de  $T_0 = 6^\circ\text{C}$ . 1.3pt

[1] Liger-Belair *et al*, Am. J. Enol. Vitic. vol. 50, n° 3 (1999).

[2] Liger-Belair *et al*, Sc. Reports **7**, 10938 (2017).

DELEGATION PRINT