

Mesure du champ magnétique terrestre (10 points)

Introduction

Ce problème cherche à mesurer la composante horizontale du champ magnétique terrestre. Une balance dite de Gouy permet de caractériser un aimant. Cet aimant sera par la suite utilisé pour mesurer le champ magnétique terrestre.

Dans tout ce problème, les incertitudes doivent être exclusivement déterminées à partir des ajustements de droites et non sur la base des incertitudes de chaque point.

Liste du matériel

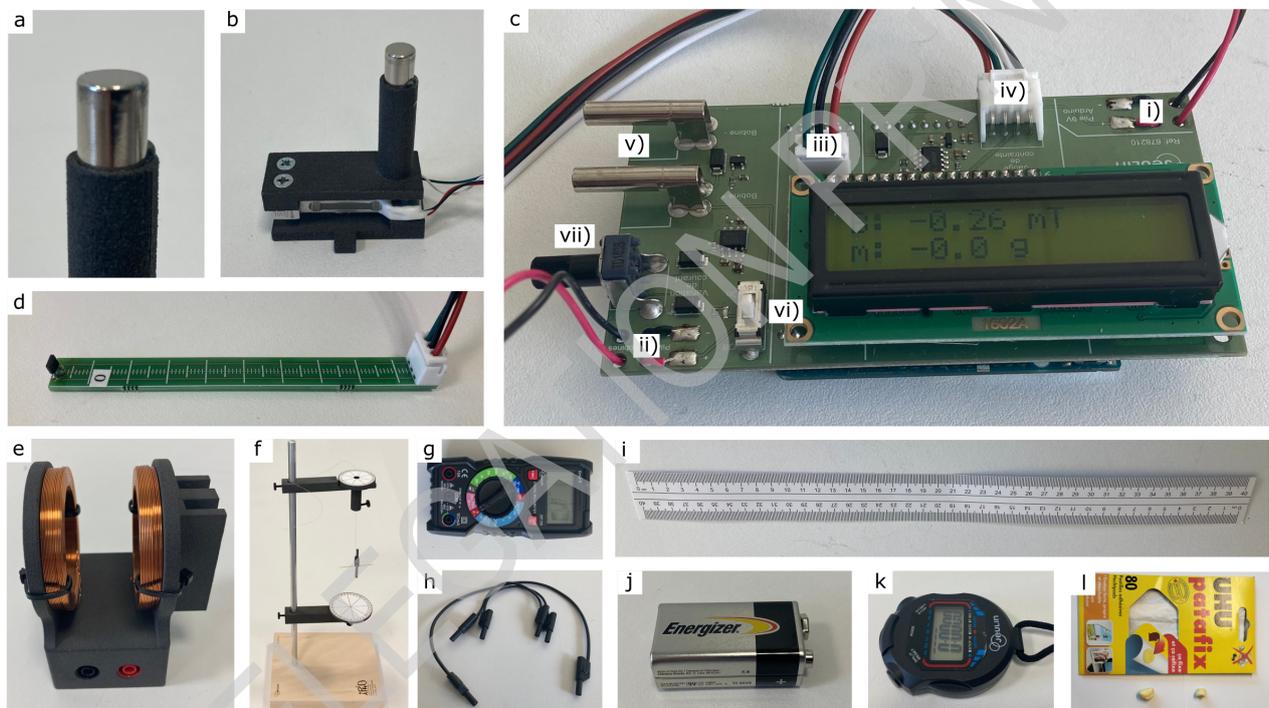


Fig. 1. Photographies de l'ensemble du matériel.

La liste du matériel est donnée ci-dessous et illustrée en Fig. 1. Le nombre d'éléments identiques est indiqué entre crochets [] lorsqu'il est supérieur à un. Les candidats ne doivent pas hésiter à demander de l'aide si du matériel semble dysfonctionner.

- **(a)** Aimants [3]. Un aimant est fixé au capteur de force (b) et ne doit pas être retiré. Un autre aimant est inséré dans la nacelle (f) et ne doit pas être retiré avant que cela ne soit spécifié. Le dernier aimant sera utilisé en A.5. Tous les aimants sont supposés identiques.
- **(b)** Capteur de force. Relié à la carte Arduino (c), ce capteur mesure la force le long de son axe, notée m_f , en grammes-force ("g"), qui est la force subie par une masse de un gramme à la surface de la Terre dans le champ de gravité ($g_0 = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$). Un des aimants (a) est fixé au capteur. À chaque remise en marche, l'affichage du capteur est remis à 0, quelle que soit la situation. *Ce capteur ne doit pas être soumis à des forces supérieures à 200 grammes-force et doit être manipulé avec beaucoup de soin.*
- **(c)** Carte Arduino avec affichage numérique. Cet élément est utilisé pour alimenter les bobines (e) et pour effectuer des mesures de force et de champ magnétique, affichées directement en grammes-force ("g") et en mT. La pile (j) alimentant l'Arduino doit être connectée à l'emplacement (i) tandis

que la pile (j) alimentant les bobines (e) doit être reliée à l'emplacement (ii) (prêtez attention à la polarité des connexions). Le capteur de force (b) et le capteur de champ magnétique (d) doivent être connectés respectivement aux emplacements (iv) et (iii). Les câbles d'alimentation des bobines doivent être reliés aux emplacements (v). Un interrupteur (vi) ferme le circuit d'alimentation de la bobine (indiqué par une LED), dont le courant électrique peut être contrôlé en (vii).

- **(d)** Capteur de champ magnétique avec une règle. Reliée à la carte Arduino (c), cette sonde mesure le champ B_z , composante du champ magnétique selon l'axe (Oz) repéré par la règle, en mT.
- **(e)** Bobines en configuration anti-Helmholtz (chaque bobine est parcourue par des courants tournant en sens inverse). Ces bobines doivent être connectées en série à l'ampèremètre (g) et à la carte Arduino (c) pour créer un champ magnétique.
- **(f)** Support métallique sur une base en bois, avec une nacelle suspendue dans laquelle un aimant (a) est initialement inséré. Des graduations permettent de repérer l'angle. L'assemblage détaillé de ce dispositif est expliqué ci-dessous.
- **(g)** Multimètre. Utilisé exclusivement comme ampèremètre sur la plage 10A. S'il reste inactif, le multimètre s'éteint et doit être rallumé en le remettant d'abord en position «OFF». Ne pas utiliser les deux câbles fournis dans la boîte du multimètre.
- **(h)** Fils électriques [3].
- **(i)** Règle de 40cm.
- **(j)** Piles de 9V [3]. Leur capacité électrique est de l'ordre de $300\text{ mA}\cdot\text{h}$.
- **(k)** Chronomètre.
- **(l)** Pâte adhésive pouvant être utilisée pour toutes les parties de ce problème.

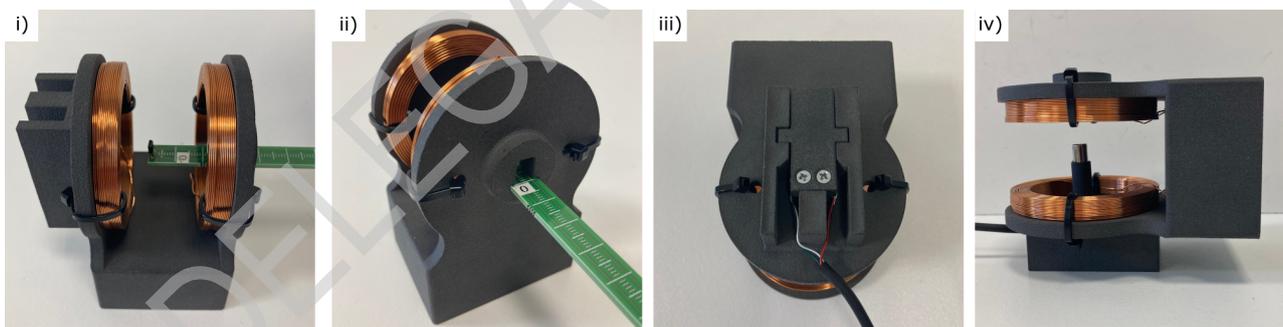


Fig. 2. Utilisation de capteurs à l'intérieur des bobines en configuration anti-Helmholtz.

Utilisation de capteurs interfacés avec la carte Arduino (Fig. 2)

Le capteur de champ magnétique (d) peut glisser dans les bobines (e) comme indiqué en i), tout en mesurant le champ sur leur axe. La position $z = 0$ du capteur est indiquée en ii), et z augmente au fur et à mesure qu'il se déplace à l'intérieur des bobines.

Le capteur de force (b) est inséré dans les bobines comme indiqué en iii), avant de tourner la bobine comme indiqué en iv) de façon à ce que le transducteur soit vertical. *Pour ce faire, il faut veiller à faire passer les fils électriques dans les gouttières prévues à cet effet.*

Installation du dispositif (f) comprenant le support métallique (Fig. 3), à monter impérativement avant de commencer la partie B, avec un fil de 34 cm

- Insérez la tige métallique (f0a) dans la plaque de bois avec les pieds en plastique (f0b) pour assembler le support (f0).

- La pièce (f1) est située sur la partie inférieure et indique l'angle repérant la nacelle. Installez le bras (f1b) sur la tige métallique à l'aide d'une vis (f4), puis fixez la pièce (f1a) sur celui-ci à l'aide d'une seconde vis (f4).
- La pièce (f2) est située sur la partie supérieure et maintient le fil supportant la nacelle. Installez le bras (f2b) sur la tige métallique à l'aide d'une vis (f4), puis insérez la pièce (f2a) sur celui-ci.
- Pour construire la nacelle (f3), insérez la barre d'inertie (f3b) et un cure-dent (f3c) dans la pièce porteuse (f3a) sur laquelle un aimant (a) est déjà inséré. Insérez le fil supportant la nacelle dans la pièce (f2a) puis fixez-le à l'aide d'une vis (f4). La rotation de la pièce (f2a) modifie l'angle de fixation du fil. Le cure-dent permet de mesurer précisément la position angulaire de la nacelle.

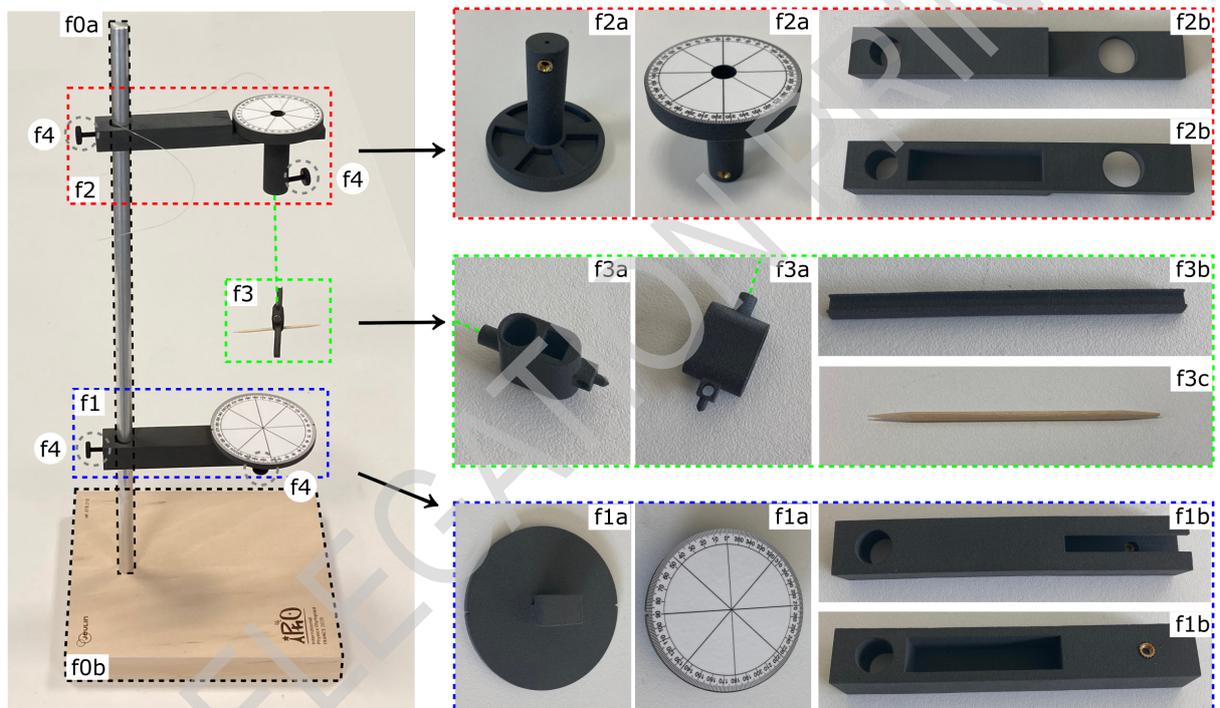


Fig. 3. Installation de la nacelle sur le support métallique. Les pièces (f1a), (f1b), (f2a), (f2b) et (f3a) sont représentées sous deux angles différents. Il y a quatre vis en plastique identiques (f4).

Partie A. Balance de Gouy et moment magnétique

Modélisation

L'aimant est assimilé à un dipôle magnétique de moment magnétique \vec{m}_m . La force subie par un tel dipôle de moment magnétique $\vec{m}_m = m_m \vec{e}_z$ dans un champ magnétique $\vec{B} = B(z) \vec{e}_z$ vérifie

$$\vec{F} = m_m \frac{dB(z)}{dz} \vec{e}_z. \quad (1)$$

Lorsqu'un courant électrique i traverse les bobines en configuration anti-Helmholtz, le champ \vec{B} est porté par l'axe de révolution des bobines selon le vecteur unitaire \vec{e}_z et vérifie

$$\vec{B}(z) = \alpha i(z - z_0)\vec{e}_z. \quad (2)$$

Cette équation est seulement valable près du centre de l'appareil repéré par $z = z_0$.

Champ magnétique dans les bobines

- A.1** Estimez numériquement le temps de fonctionnement typique τ d'une seule des piles (j) et qui délivre un courant électrique maximum de l'ordre de 2A. 0.2pt

Cette estimation doit être prise en compte lors de l'élaboration ultérieure des protocoles, sachant que les bobines ne sont utilisées que dans la partie A. Notez qu'une pile supplémentaire est disponible si nécessaire.

Insérez le capteur de champ magnétique dans les bobines, comme indiqué en Fig. 2. Voir également la Fig. 2 pour l'identification de la position du capteur dans les bobines.

- A.2** Pour une intensité donnée du courant électrique $i_0 \approx 1.0\text{A}$, mesurez et tracez le champ magnétique B_z en fonction de la position z du capteur sur l'axe des bobines. Identifiez la plus grande région $[z_{\min}, z_{\max}]$ sur laquelle le champ magnétique dépend linéairement de la position. 0.8pt

- A.3** En plaçant le capteur en deux positions (z_1, z_2) dans cette région de dépendance linéaire, tracez une courbe pour obtenir la dépendance de B_z donnée par l'équation (2) en fonction du courant électrique i , et déterminez la valeur de α , avec son incertitude. 0.9pt

Balance de Gouy

Retirez le capteur de champ magnétique des bobines et placez soigneusement le capteur de force à l'intérieur, comme décrit en Fig. 2, en faisant particulièrement attention au placement des fils électriques dans les gouttières.

- A.4** Effectuez des mesures expérimentales de la force (en grammes-force) m_f en fonction du courant électrique i . Tracez un graphique approprié pour déterminer la valeur du moment magnétique m_m de l'aimant, avec son incertitude. 0.8pt

Mesure alternative du moment magnétique

Dans l'approximation dipolaire, le champ magnétique d'un aimant de moment magnétique m_m sur son axe de révolution z est :

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 m_m}{2\pi(z - z_a)^3}, \quad (3)$$

où z_a n'est pas nécessairement le centre géométrique de l'aimant et où $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$.

- A.5** Mesurez le champ magnétique B_z le long de l'axe de révolution de l'aimant libre, en fonction de la distance z . Tracez une courbe pour vérifier le modèle donné par l'équation (3), en montrant ses déviations expérimentales. Déduisez-en une nouvelle valeur pour m_m avec son incertitude. 1.3pt



A.6 Compte tenu des deux résultats obtenus en A.4 et en A.5, proposez une valeur expérimentale finale de m_m , avec son incertitude. 0.2pt

Partie B. Détermination du champ magnétique terrestre

Modélisation

Nous étudions désormais le mouvement d'oscillation de l'aimant dans un plan horizontal pour estimer la valeur de la composante horizontale B_e du champ magnétique terrestre. Reportez-vous à la Fig. 3 et aux instructions de montage au-dessus de la Fig. 3. La nacelle (f3), contenant l'aimant, est soumise à deux couples autour de l'axe vertical :

- le couple du fil, modélisé par $\Gamma_f = -\frac{C_f}{L}(\theta - \theta_0)$ où C_f est une constante, L est la longueur totale entre les deux attaches du fil et θ_0 correspond à l'angle pour lequel le fil n'est pas tordu ;
- le couple du champ magnétique terrestre, noté $\Gamma_e = -m_m B_e \sin(\theta - \theta_e)$, la direction du champ magnétique terrestre étant repérée par l'angle θ_e .

En notant J le moment d'inertie inconnu de l'ensemble nacelle - aimant autour de l'axe vertical, le théorème du moment cinétique donne :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = \Gamma_f + \Gamma_e = -\frac{C_f}{L}(\theta - \theta_0) - m_m B_e \sin(\theta - \theta_e). \quad (4)$$

Lorsque l'approximation $\sin(\theta - \theta_e) \approx \theta - \theta_e$ est valide, on obtient une oscillation sinusoïdale de période T . Pour cette partie, la pâte adhésive (l) peut être découpée et moulée en n'importe quelle forme ou taille et peut être fixée à tout autre dispositif.

Attention : Pour éviter toute perturbation due à des champs magnétiques externes, l'aimant doit être placé au moins à une distance de 20 cm de tout objet métallique et de toute source de champ magnétique (en particulier d'autres aimants).

Dispositif expérimental et première mesure

Pour les questions B.1 à B.5, fixez la longueur du fil à $L = 34$ cm et assurez-vous qu'il n'est pas tordu. Dans ce cadre, nous commençons par supposer que le couple du fil est négligeable par rapport au couple du champ magnétique terrestre, hypothèse sur laquelle nous reviendrons plus tard.

Pour aligner θ_0 avec θ_e , utilisez la pièce (f2a) pour ajuster θ_0 de façon à ce que la nacelle (f3) ne tourne pas lorsque l'aimant est retiré. Réinsérez ensuite l'aimant dans la nacelle et gardez θ_0 inchangé jusqu'à la question B.5.

B.1 Proposez un protocole expérimental pour déterminer B_e . Présentez les différentes grandeurs que vous allez mesurer ainsi que leurs unités. Représentez ces grandeurs sur un schéma détaillé et reliez-les à celles données dans la consigne par une équation. Pour chaque grandeur, précisez si elle est fixe (F) ou variable (V) tout au long du protocole. 0.3pt

B.2 En utilisant le protocole décrit ci-dessus, tracez un graphique pour déterminer une première valeur de B_e , avec son incertitude. 1.1pt



Évaluation du couple du fil

B.3 En conservant $L = 34\text{ cm}$, étudiez le mouvement de la nacelle sans l'aimant, et déterminez la valeur de C_f , avec son incertitude. Pour ce faire, réalisez la mesure d'une période pour deux configurations différentes du système. Indiquez l'équation reliant C_f aux quantités mesurées. 0.7pt

B.4 En utilisant les mesures précédentes, donnez l'expression et déterminez numériquement la longueur critique L_c pour laquelle les facteurs d'amplitude C_f/L et $m_m B_e$ des couples Γ_f et Γ_e sont égaux. 0.3pt
Dans la question B.2, quel était le rapport $(C_f/L)/(m_m B_e)$? Choisissez parmi les intervalles : [0 %, 1 %]; [1 %, 5 %]; [5 %, 20 %]; [20 %, 50 %]; [50 %, ∞ %].

Mesure en régime stationnaire

Nous proposons désormais une mesure statique du champ magnétique terrestre. Réinsérez l'aimant dans la nacelle. Utilisez la pièce (f2a) de la Fig. 3 pour ajuster la position angulaire θ_0 , ce qui provoque la torsion du fil.

B.5 Toujours à une longueur fixe de $L = 34\text{ cm}$, tracez un graphique approprié pour étudier comment la position d'équilibre de l'aimant θ_{eq} dépend de l'angle θ_0 , et déterminez une deuxième valeur de B_e , avec son incertitude. 1.1pt

B.6 Faites varier la longueur L et répétez l'étude précédente pour deux autres longueurs afin de vérifier la dépendance du couple du fil par rapport à L . À l'aide d'un graphique final résumant toutes les dépendances, déterminez une nouvelle valeur pour B_e , avec son incertitude. 2.3pt