



Plic PLoc

CONCOURS  
Collège Lycée  
CGÉNIAL

Juline Demassieux  
Louis Boone Leclercq  
Arthur Cochetoux  
Thomas Huys  
Basile Joly  
Corenthin Manoury  
Yanis Mili

Sciences à l'École



FONDATION  
CGÉNIAL

Elèves du lycée Van der Meersch, Roubaix.



Sous la direction de Sophie Gronlier,  
enseignante de physique-chimie

Avec l'aide de Vincent Gourmandie,  
doctorant à l'Institut Jean Le Rond d'Alembert. Paris.

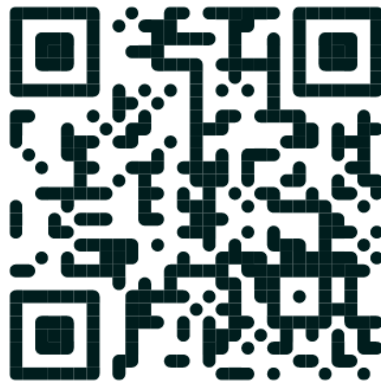
Et de Juliette Pierre,

Chargée de recherches au CNRS à l'Institut Jean Le Rond d'Alembert. Paris

## Table des matières

|  |    |
|--|----|
| Introduction .....                                       | 3  |
| 1. Produire la pluie.....                                | 3  |
| A. Obtenir des gouttes calibrée .....                    | 3  |
| B. Chute d'une goutte : approche théorique.....          | 4  |
| C. Chute d'une goutte : vérification expérimentale ..... | 7  |
| 2. Ecouter la pluie.....                                 | 8  |
| A. Les grandeurs liées au son.....                       | 8  |
| B. Les sons du plic ploc.....                            | 9  |
| 3. Observer la pluie.....                                | 11 |
| A. Observation de l'impact de la goutte sur l'eau .....  | 11 |
| B. Résonance d'une bulle et loi Ploc.....                | 13 |
| C. Domaine sonore et loi plic .....                      | 15 |
| 4. Extrapoler sur la pluie.....                          | 15 |
| A. Diamètre des gouttes sonores de pluie.....            | 16 |
| B. Fréquences de gouttes sonores de pluie.....           | 18 |
| Conclusion .....   | 21 |
| Références .....   | 22 |

<https://youtu.be/T5liqD9F8s8>



## Introduction

Vous le reconnaissez : l'horrible son d'une goutte qui fait plic ploc dans un évier ? Le supplice à l'état pur. Un truc à rendre totalement fou et à vous empêcher de dormir. Ça n'est d'ailleurs pas pour rien, si la goutte à goutte fait partie des pires méthodes de tortures imaginées par l'homme.

Mais ce Plic Ploc, celui de la pluie qui tombe sur un lac, peut devenir apaisant, mélodique. Qui dit mélodique dit notes différentes pour une symphonie aqueuse, une multitude de fréquences donc !

Comment percer les secrets du plic ploc ?

De ce premier constat, accessible pour n'importe quelles oreilles, nous vient à l'esprit deux questions : d'abord de quelle hauteur une goutte doit chuter pour faire du bruit ? Ensuite, s'il y a des sons différents, donc des fréquences caractéristiques différentes, quelle peut en être la cause ? la taille de la goutte ou sa vitesse au moment de l'impact ? Et tout simplement, pourquoi l'impact de l'eau sur l'eau, un matériau mou, produit du bruit ?

Pour mener cette enquête, il nous faudra étudier une goutte au laboratoire, et tenter de passer de l'échelle du laboratoire à l'échelle de la pluie.

## 1. Produire la pluie

### A. Obtenir des gouttes calibrées

Toutes les gouttes n'ont pas la même taille. Cela dépend, en partie de l'altitude à laquelle elle s'est formée et de sa propre force de cohésion. Nous avons donc déterminé dans un premier temps le volume de gouttes calibrées qui serviront ensuite à la torture-notre étude.

Afin de maîtriser la taille moyenne d'une goutte et sa fréquence de chute, nous avons utilisé une tubulure d'hôpital reliée à une bouteille d'eau, ainsi que des embouts de seringues à bout plat.

Bouteille d'eau

Tubulure incluant :

- Une chambre à gouttes
- Un régulateur
- Un raccord

Seringue à bout plat



Figure 1: dispositif expérimental

Nous souhaitons déterminer le volume d'une goutte produite par des aiguilles de seringue de diamètre différent. Ainsi, pour chaque aiguille nous avons compté le nombre de gouttes nécessaires pour atteindre 5,0 mL à l'éprouvette graduée.

| Numéro de seringue | Diamètre intérieur<br>( $\pm 0,05$ mm) | Diamètre extérieur<br>( $\pm 0,02$ mm) | Nombre de gouttes |
|--------------------|--|--|-------------------|
| 14                 | 1,69                                   | 2,00                                   | 149               |
| 16                 | 1,25                                   | 1,60                                   | 160               |
| 18                 | 0,91                                   | 1,25                                   | 238               |
| 20                 | 0,61                                   | 0,90                                   | 285               |
| 22                 | 0,41                                   | 0,70                                   | 370               |
| 24                 | 0,31                                   | 0,55                                   | 518               |
| 26                 | 0,23                                   | 0,45                                   | 660               |
| 28                 | 0,18                                   | 0,36                                   | 724               |

Estimation des incertitudes : L'éprouvette utilisée est graduée à 0,1mL. Ainsi, l'incertitude-type élargie de type B à 95% liée à cette graduation peut être estimée comme

$$\frac{0,2 \text{ mL}}{\sqrt{12}} = 0,06 \text{ mL [3].}$$

On obtient ainsi le calibre du volume des gouttes produites ainsi que l'incertitude associée :

| Numéro de seringue | Volume de la goutte V (μL) | Incertitude u(V) (μL) | Rayon de la goutte R (mm) | Incertitude u(R) (mm) |
|--------------------|----------------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|
| 14                 | 33,6                       | 0,5                   | 2,00                      | 0,01                  |
| 16                 | 31,3                       | 0,4                   | 1,955                     | 0,009                 |
| 18                 | 21,0                       | 0,3                   | 1,711                     | 0,009                 |
| 20                 | 17,5                       | 0,3                   | 1,611                     | 0,009                 |
| 22                 | 13,5                       | 0,2                   | 1,477                     | 0,008                 |
| 24                 | 9,7                        | 0,2                   | 1,323                     | 0,009                 |
| 26                 | 7,58                       | 0,09                  | 1,219                     | 0,005                 |
| 28                 | 6,91                       | 0,09                  | 1,182                     | 0,006                 |



Figure 2: éprouvette graduée utilisée

Le rayon des gouttes s'obtient en modélisant les gouttes par des sphères :  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$  alors  $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$ .

Le calcul étant fait par le logiciel régressi, ce dernier se charge également de calculer l'incertitude associée.

### B. Chute d'une goutte : approche théorique

On suppose que la vitesse de la goutte au moment de l'impact est un paramètre déterminant au son produit. Par exemple, lorsque l'on tape dans nos mains ou sur une table avec un mouvement de plus en plus rapide, le son produit est plus fort.

On modélise la goutte par une sphère dont la masse est concentrée au centre d'inertie. On notera  $\rho_{\text{air}}$  la masse volumique de l'air,  $\rho_{\text{eau}}$  la masse volumique de l'eau qui compose la goutte, R le rayon de la goutte et g l'accélération de la pesanteur. La figure ci-dessous montre les forces en jeu, où la poussée d'Archimède est négligée.

Ici le système est une goutte. Le référentiel est terrestre supposé galiléen.

La goutte est soumise à :

La force de frottement à l'air  $\vec{F}_{\text{air}}$ , elle prend en compte la surface projetée de l'objet de rayon R :  $S = \pi R^2$ . On peut raisonnablement prendre  $C_x = 0,5$  (d'après Wikipédia : Coefficient de traînée).

$$\vec{F}_{\text{air}} = -\left(\frac{1}{2}\rho_{\text{air}} \times S \times C_x\right) \times v^2 \vec{u}_y$$

Le poids :  $\vec{P} = m \times g \vec{u}_y = g \times \rho_{\text{eau}} \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{u}_y$

D'après le principe d'inertie :

$$m \times \vec{a} = \Sigma \vec{F} = m \times g \vec{u}_y - K v^2 \vec{u}_y$$

Avec  $K = \frac{1}{2}\rho_{\text{air}} \times S \times C_x$

$$a \vec{u}_y = g \vec{u}_y - k v^2 \vec{u}_y$$

Avec  $k = K/m$

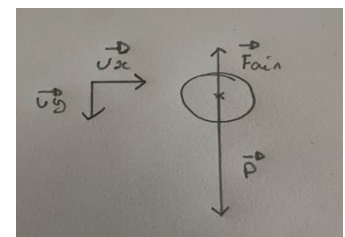


Figure 3: bilan des forces sur une goutte

En projetant sur l'axe  $\vec{u}_y$  il advient

$$a = g - kv^2 \quad (1)$$

$$\dot{v} = g - kv^2$$

### Vitesse limite

On remarque déjà que l'accélération est nulle si la vitesse est constante. En effet, au cours de la chute, la vitesse de la goutte croît et par conséquent la force de frottement à l'air augmente jusqu'à compenser le poids : l'accélération s'annule et la goutte atteint une vitesse limite, également appelée vitesse terminale d'impact :

$$0 = g - kv_{\text{lim}}^2$$

On obtient

$$v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{8 \times g \times \rho_{\text{eau}} \times \pi R^3}{3 \times \rho_{\text{air}} \times S \times C_x}}$$

Sans déformation, la surface projetée de la goutte est  $S = \pi R^2$

On obtient la simplification suivante :

$$v_{\text{lim}} = \sqrt{\left( \frac{8 \times g \times \rho_{\text{eau}} \times R}{3 \times \rho_{\text{air}} \times C_x} \right)}$$

Avec, à 20°C,

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$\rho_{\text{eau}} = 997 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{air}} = 1,292 \text{ kg/m}^3$$

$$C_x = 0,5$$

### Evolution $v(z)$ en présence de frottements

Reprenons l'équation (1). Comme  $v$  est selon  $y$  uniquement on a  $v = \frac{dy}{dt}$ . On va procéder à un changement de variable comme suggéré par Vincent Gourmandie (étudiant en école doctorale) :  $\frac{d}{dt} = \frac{d}{dy} \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dt} \frac{d}{dy} = v \frac{d}{dy}$ . Ceci est possible car l'espace et le temps n'étant pas liés, ils sont permutable.

D'où

$$\dot{v} = v \frac{dv}{dy} = g - kv^2$$

Il faut séparer la grandeur vitesse  $v$  de la grandeur spatiale  $y$  :

$$v \cdot dv = (g - kv^2) \cdot dy$$

$$\frac{v}{g - kv^2} dv = dy$$

$$\int_0^v \frac{v}{g - kv^2} dv = \int_0^y dy$$

On suppose effectivement que la vitesse croît de 0 à  $v$  quand la position croît de 0 à  $y$ .

On admet la solution qui a été proposée par Vincent Gourmandie :

$$-\frac{1}{2k} \ln \left( 1 - \frac{k}{g} v^2 \right) = y - 0$$

En inversant la formule il advient :

$$\ln\left(1 - \frac{k}{g}v^2\right) = -2ky$$

$$1 - \frac{k}{g}v^2 = e^{-2ky}$$

$$v = \sqrt{\frac{g}{k}} \cdot \sqrt{1 - e^{-2ky}}$$

On introduit  $v_{\text{lim}}$  dans la formule :

$$v = v_{\text{lim}} \cdot \sqrt{1 - e^{-2ky}}$$

On pose  $2ky = \frac{2kyg}{g} = \frac{2gy}{v_{\text{lim}}^2} = \frac{mgy}{\frac{1}{2}mv_{\text{lim}}^2}$  Ainsi, le terme de l'exponentiel compare l'énergie potentiel à l'énergie cinétique limite de la goutte lorsqu'elle a atteint la vitesse limite. La vitesse d'impact de la goutte en fonction de sa hauteur est :

$$v = v_{\text{lim}} \cdot \sqrt{1 - e^{-\frac{2gy}{v_{\text{lim}}^2}}}$$

### Evolution $v(z)$ en l'absence de frottements

En revanche, si on néglige la force de frottement de l'air, alors l'équation (1) devient :  $a = g$ . L'accélération  $a$  étant la dérivée de la vitesse, on trouve comme primitive :  $v = g \times t + v_0$  : la vitesse de l'impact de dépendrait donc seulement de la gravité terrestre et n'admet pas de limite.

En l'absence de force de frottement, l'énergie mécanique du système se conserve :  $E_m = E_c + E_p = \text{constant}$ .

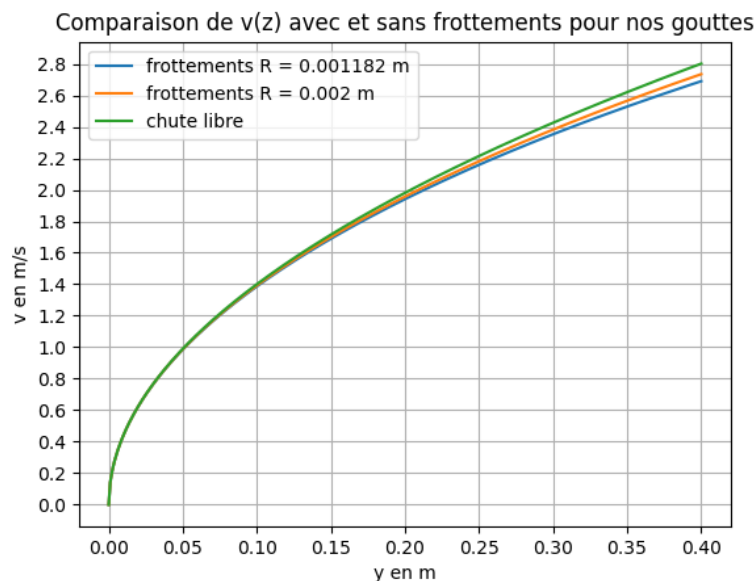
Au moment de l'impact, l'énergie cinétique de la goutte d'eau est égale à son énergie potentielle initiale :

$$mgy = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gy}$$

### Comparaison

Comparons la vitesse d'une goutte avec et sans frottements de l'air à l'aide d'une modélisation python, que nous avons écrit, en considérant la taille des gouttes que nous produisons à l'échelle du laboratoire :



Nous n'avons pas obtenu d'impact sonore pour une hauteur supérieure à 33,0 cm. On remarque que pour des hauteurs inférieures à 33,0 cm, l'écart est négligeable entre la courbe  $v(z)$  considérant les frottements et la courbe celle de chute libre, c'est-à-dire en ne considérant que le poids. Ainsi, nous pouvons négliger les frottements pour les expériences menées en laboratoire.

### C. Chute d'une goutte : vérification expérimentale

Pour vérifier que la vitesse d'impact de la goutte ne dépend pas de la force de frottement à l'échelle du laboratoire, nous avons filmé son mouvement de chute au ralenti avec un téléphone portable et nous avons réalisé un pointage sur MecaChrono. Afin de pouvoir visualiser les gouttes, nous les avons colorées avec du colorant alimentaire.

Pour exploiter ce pointage, il nous faut comparer à des prévisions théoriques.

En théorie,  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  car la goutte est lâchée sans vitesse initiale (pas d'élan). En pratique, sur la vidéo, nous ne sommes pas certains que la première image du traitement correspond à cet instant précis. Il se peut que la goutte soit déjà détachée de la seringue. Aussi nous allons traiter nos données avec un modèle affine.

Le pointage nous donne les positions  $y[i]$  et le temps  $t[i]$  pour chaque position  $M_i$  du mouvement de chute.

Pour estimer la vitesse en chaque position nous effectuons le calcul

$$v[i] = \frac{y[i + 1] - y[i - 1]}{t[i + 1] - t[i - 1]}$$

Reste à savoir si les frottements sont à considérer sur l'échelle de l'expérience, c'est-à-dire si la vitesse varie linéairement avec le temps ou pas, avec comme coefficient directeur la valeur de l'intensité de la pesanteur  $g$ .

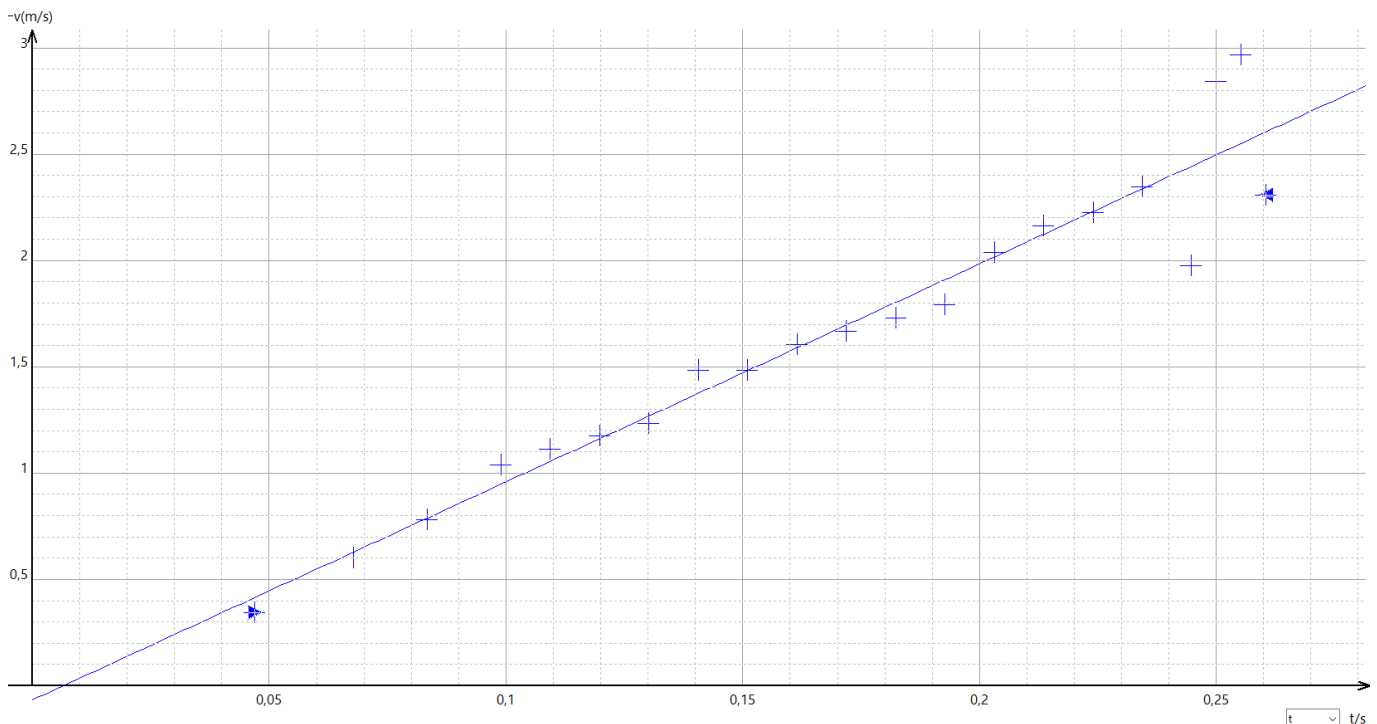


Figure 4: Modélisation de la vitesse d'une goutte pour une hauteur de chute de moins de 1 m pour la goutte de volume  $33,6 \mu\text{L}$



Toutes nos pointages ont montré qu'on pouvait modéliser avec une droite, dont voici les coefficients directeurs relevés :

| Numéro de seringue | Volume de la goutte ( $\mu\text{L}$ ) | Coefficient directeur ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ) |
|--------------------|---------------------------------------|--|
| 14                 | $33,6 \pm 0,5$                        | $10,3 \pm 1,3$   |
| 16                 | $31,5 \pm 0,4$                        | $10,4 \pm 1,6$   |
| 18                 | $21,0 \pm 0,3$                        | $11,0 \pm 1,4$   |
| 20                 | $17,5 \pm 0,3$                        | $11,1 \pm 1,4$   |
| 22                 | $13,5 \pm 0,2$                        | $10,2 \pm 1,6$   |
| 24                 | $9,7 \pm 0,2$                         | $10,1 \pm 1,6$   |
| 26                 | $7,58 \pm 0,09$                       | $10,9 \pm 1,7$   |
| 28                 | $6,91 \pm 0,09$                       | $11 \pm 4$   |

La valeur de l'intensité de pesanteur  $g$  est toujours comprise dans les incertitudes. Par conséquent, nous pouvons négliger les frottements de l'air pour déterminer la vitesse d'impact de nos gouttes étudiées au laboratoire.

## 2. Ecouter la pluie

### A. Les grandeurs liées au son

Un son - ou une onde sonore- est la propagation de proche en proche d'une perturbation caractérisée par une vibration des molécules du milieu autour de leurs positions d'équilibre (ou état de repos).

Le niveau sonore est lié à l'amplitude du mouvement de vibration du son, que l'on exprime en dB (décibels).

La fréquence est le nombre de répétitions de la vibration par unités de temps ce qui correspond à l'inverse de la période.

$$f = \frac{1}{T}$$

La période La période, notée  $T$ , est l'intervalle de temps séparant deux états vibratoires identiques et successifs d'un point du milieu dans lequel l'onde se propage.

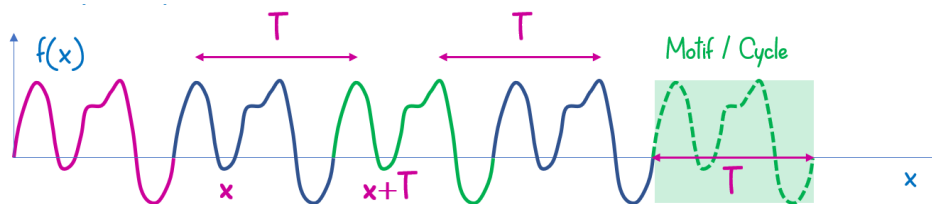


Figure 5: Repérer une période sur un enregistrement

Le son pur est décrit par un signal sinusoïdal.

Le son composé est associé à un signal périodique non sinusoïdal. D'après la théorie de Fourier, on peut le décrire comme une somme de signaux sinusoïdaux dont les fréquences sont des multiples entiers d'une fréquence particulière, appelée fréquence fondamentale, qui donne la hauteur du son. Les autres fréquences constituent le timbre.

En mesurant la période du son composé, on mesure en fait la période fondamentale pour en déduire la fréquence fondamentale.

Le spectre sonore d'un son est la représentation graphique des partiels qui, s'ajoutant les uns aux autres, constituent ce son. Cela veut dire identifier les fréquences et les amplitudes de toutes les sinusoïdes qui contribuent

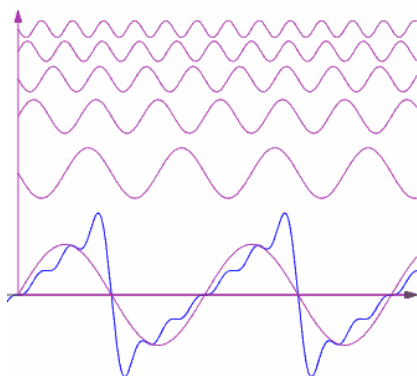


Figure 6: décomposition d'un signal périodique en sinusoïdes



significativement au signal et représenter ces deux paramètres où les fréquences sont en abscisse et les amplitudes en ordonnée.

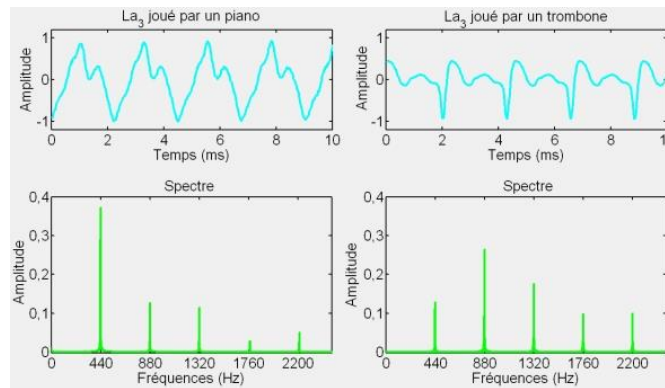


Figure 7: décomposition spectrale d'une même note jouée par des instruments différents.

Physiquement, la notion de timbre s'explique ainsi par le poids des harmoniques composant les sons musicaux étudiés.

Autrement dit, le timbre d'un son musical peut être caractérisé par la forme de son spectre en fréquences

: nombre et amplitudes relatives des harmoniques.

La différence entre un bruit et un son est que le bruit est perçu comme désagréable alors que le son est plus agréable.

Le spectre d'un bruit est un "continuum" de fréquences sans lien entre elle : aucune hauteur particulière ne se dégage. Le son émis par un instrument à percussion est amorti. Le signal n'est pas rigoureusement périodique, on parle de pseudopériode. Le spectre correspondant est formé essentiellement de raies spectrales (ou partiels) de fréquences non harmoniques. En conséquence, la hauteur du son produit est moins bien défini.

L'impact de la goutte sur l'eau est un phénomène percussif, On se retrouvera dans le dernier cas.

### B. Les sons du plic ploc

Pour étudier le son provoqué par la chute d'une goutte d'eau nous avons utilisé le même dispositif expérimental que précédemment. Les gouttes produites tombent dans un récipient d'eau assez grand. On ajuste le débit avec la tubulure de sorte que la surface de l'eau retrouve son calme. Pour enregistrer le son émis, nous avons simplement utilisé le microphone d'un casque audio. Il ne restait plus qu'à faire tomber les gouttes d'eau en faisant varier la hauteur de chute, tant que nous entendons un son.

Nous avons pu enregistrer le son émis par une dizaine de gouttes pour chaque seringue grâce au logiciel Audacity. Ici, chaque pic correspond à un impact sonore d'une goutte.

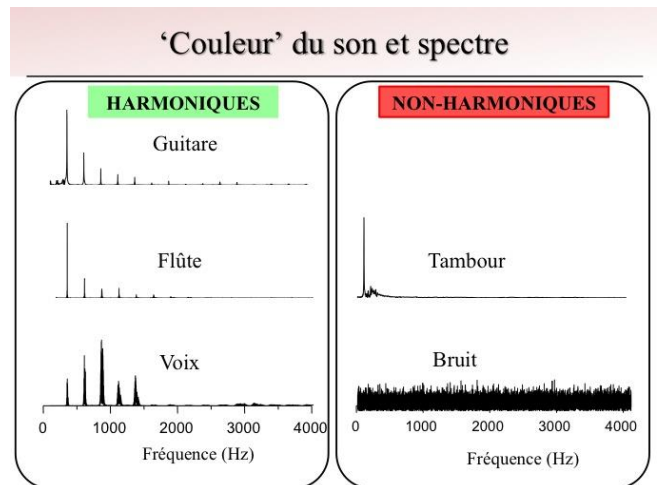


Figure 8 : Comparaison de spectres sonores



Figure 9: dispositif expérimental

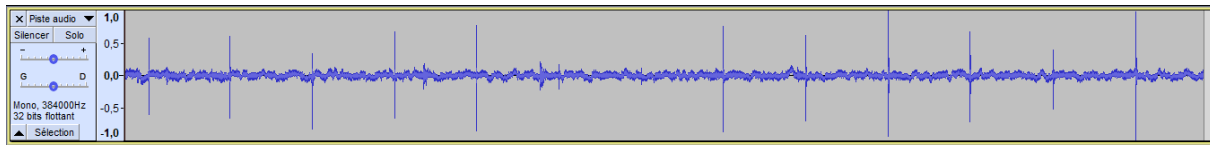
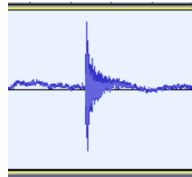


Figure 10: enregistrement du son d'impact d'une goutte d'eau

Voici le zoom sur un pic :



Le logiciel audacity, en plus de nous permettre d'enregistrer les sons, nous permet également de les analyser. Le son percussif est trop bref pour que le logiciel puisse en fournir une analyse de Fourier. En zoomant davantage, nous avons pu déterminer la fréquence en mesurant la durée de plusieurs pseudopériodes.

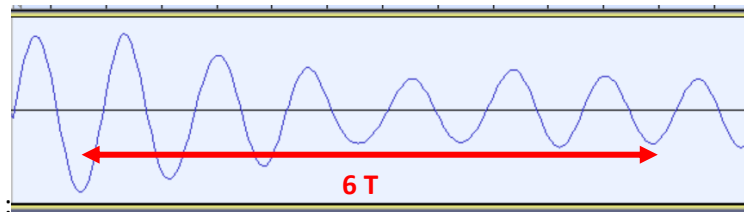


Figure 11: zoom sur le signal sonore de la chute d'une goutte d'eau à la surface de l'eau, existence d'un signal périodique

Pour chaque seringue et chaque hauteur, nous avons ainsi mesurée plus de 10 fois la fréquence du son émis. On en tire ainsi une fréquence moyenne et une incertitude à 95%.

Nous avons réitéré l'expérience pour chaque goutte de chaque seringue et plusieurs hauteurs, bien que cela fut extrêmement long, nous avons pu établir le tableau suivant représentant les fréquences en fonction du volume de la goutte (en fonction de la taille de la seringue) et en fonction de la hauteur de chute.

| Volume de goutte ( $\mu\text{L}$ ) | Hauteur de chute (cm) | Fréquence (kHz) |
|------------------------------------|-----------------------|-----------------|
| $33,6 \pm 0,5$                     | $6,5 \pm 0,5$         | $11,6 \pm 0,9$  |
|                                    | $7,0 \pm 0,5$         | $10,9 \pm 0,5$  |
|                                    | $7,5 \pm 0,5$         | $12,2 \pm 0,5$  |
|                                    | $8,0 \pm 0,5$         | $13,4 \pm 0,5$  |
| $21,0 \pm 0,3$                     | $6,5 \pm 0,5$         | $14,35 \pm 1,4$ |
|                                    | $7,5 \pm 0,5$         | $11,7 \pm 0,5$  |
|                                    | $8,0 \pm 0,5$         | $11,5 \pm 0,8$  |
|                                    | $9,0 \pm 0,5$         | $13,3 \pm 0,5$  |
|                                    | $9,5 \pm 0,5$         | $14,9 \pm 0,5$  |
| $17,5 \pm 0,3$                     | $7,5 \pm 0,5$         | $14,0 \pm 1,0$  |
|                                    | $9,0 \pm 0,5$         | $14,1 \pm 1,5$  |
|                                    | $10,0 \pm 0,5$        | $12,2 \pm 0,5$  |
|                                    | $10,5 \pm 0,5$        | $12,9 \pm 0,8$  |
|                                    | $12,5 \pm 0,5$        | $13,3 \pm 0,3$  |
|                                    | $13,0 \pm 0,5$        | $10,7 \pm 0,4$  |
|                                    | $14,0 \pm 0,5$        | $11,9 \pm 0,6$  |
| $13,5 \pm 0,2$                     | $10,5 \pm 0,5$        | $15,4 \pm 0,5$  |
|                                    | $11,0 \pm 0,5$        | $12,3 \pm 0,3$  |
|                                    | $11,5 \pm 0,5$        | $9,1 \pm 0,9$   |
|                                    | $13,0 \pm 0,5$        | $12,7 \pm 0,4$  |
|                                    | $14,0 \pm 0,5$        | $10,7 \pm 0,7$  |
|                                    | $15,0 \pm 0,5$        | $13,2 \pm 0,4$  |

|                 |                |                |
|-----------------|----------------|----------------|
|                 | $16,5 \pm 0,5$ | $16,7 \pm 0,5$ |
| $9,7 \pm 0,2$   | $11,0 \pm 0,5$ | $13,6 \pm 0,9$ |
|                 | $12,0 \pm 0,5$ | $14,6 \pm 0,7$ |
|                 | $14,0 \pm 0,5$ | $16,2 \pm 0,4$ |
|                 | $16,0 \pm 0,5$ | $13,7 \pm 0,7$ |
|                 | $19,5 \pm 0,5$ | $10,6 \pm 0,9$ |
|                 | $22,5 \pm 0,5$ | $11,3 \pm 0,7$ |
|                 | $24,0 \pm 0,5$ | $12,6 \pm 0,7$ |
|                 | $24,5 \pm 0,5$ | $14,4 \pm 0,6$ |
|                 |                | $12,5 \pm 0,5$ |
| $13,0 \pm 0,5$  |                | $15,8 \pm 0,4$ |
| $14,0 \pm 0,5$  |                | $10,5 \pm 0,4$ |
| $13,0 \pm 0,5$  |                | $15,8 \pm 0,4$ |
| $15,0 \pm 0,5$  |                | $10,0 \pm 0,3$ |
| $17,0 \pm 0,5$  |                | $11,1 \pm 0,3$ |
| $18,0 \pm 0,5$  |                | $10,1 \pm 0,3$ |
| $20,5 \pm 0,5$  |                | $10,0 \pm 0,3$ |
| $23,0 \pm 0,5$  |                | $12,3 \pm 0,3$ |
| $6,91 \pm 0,09$ | $24,0 \pm 0,5$ | $13,3 \pm 0,5$ |
|                 | $14,0 \pm 0,5$ | $14,9 \pm 0,4$ |
|                 | $15,5 \pm 0,5$ | $13,3 \pm 0,3$ |
|                 | $17,0 \pm 0,5$ | $11,5 \pm 0,4$ |
|                 | $19,0 \pm 0,5$ | $10,7 \pm 0,6$ |
|                 | $21,0 \pm 0,5$ | $10,5 \pm 0,5$ |
|                 | $28,0 \pm 0,5$ | $11,9 \pm 0,5$ |
|                 | $30,0 \pm 0,5$ | $12,4 \pm 0,5$ |
| $33,0 \pm 0,5$  | $14,5 \pm 0,9$ |                |

### 3. Observer la pluie

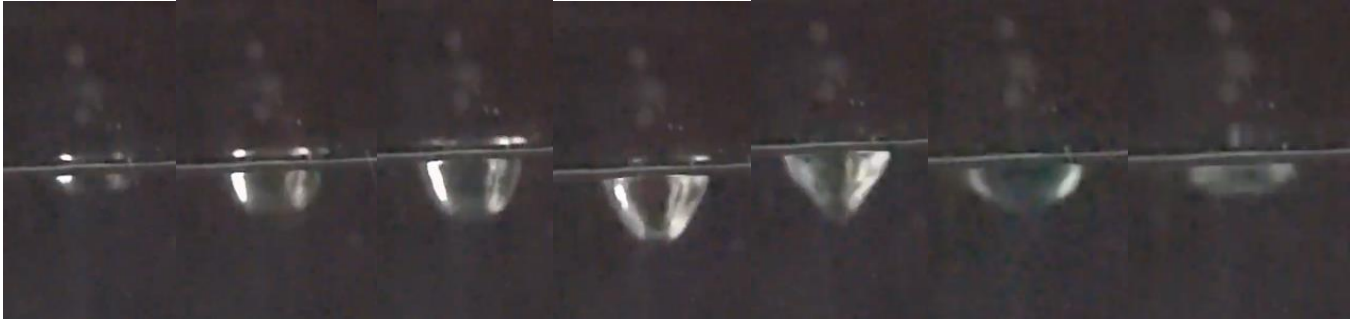
#### A. Observation de l'impact de la goutte sur l'eau

Lors de nos mesures, nous avons constaté qu'il existait une hauteur minimale à partir de laquelle l'impact de la goutte devenait sonore et une hauteur maximale à partir de laquelle l'impact redevenait silencieux.

Il existe donc, pour un diamètre de goutte donné, un intervalle de vitesse de vitesse d'impact  $[v_{min}, v_{max}]$  propice à la génération d'un son.

Pour comprendre pourquoi certaines hauteurs de chutes, donc certaines vitesses d'impacts, sont propices à un impact sonore, il faut aller observer ce qui se passe au moment de l'impact, et même regarder sous l'eau ! Nous avons filmé, avec un téléphone portable, l'impact de la goutte à différentes hauteurs de chute.

**Lorsque la vitesse minimale d'impact n'est pas encore atteinte :**



**Lorsque l'impact est sonore :**



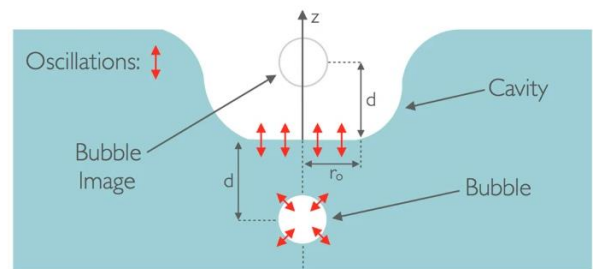
**Lorsque la vitesse maximale est dépassée :**



On constate visuellement l'éjection d'une petite bulle sous l'eau lorsque l'impact est sonore.

Ce n'est pas la goutte d'eau en elle-même qui génère ce bruit agaçant lorsqu'elle tombe à la surface du liquide. Au moment de l'impact, il se forme une sorte de cavité, puis l'émission d'un petit jet de liquide et la création d'une bulle d'air.

C'est l'oscillation de cette petite bulle d'air créée lors de l'impact et entraînée sous la surface qui génère un son. En oscillant, cette bulle d'air fait vibrer la surface inférieure de la cavité formée. Celle-ci agit comme une enceinte acoustique, qui génère le bruit que nous entendons.

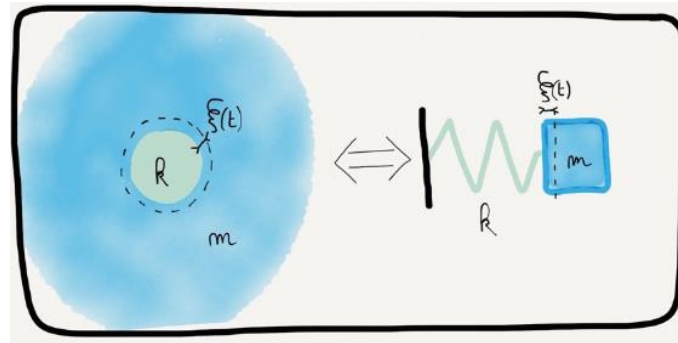


Schematic showing the entrained bubble oscillations driving oscillations of the water surface. Oscillations are indicated by double-headed red arrows.

Figure 12: mécanisme de la production d'un son lors de l'impact d'une goutte à la surface de l'eau provenant de [2]

Cette résonance a une explication simple si l'on songe à la bulle comme à un oscillateur harmonique. Une bulle de gaz entourée de liquide a un comportement analogue à celui d'un système masse ressort, l'exemple classique d'oscillateur harmonique. Si l'on comprime une bulle puis qu'on la relâche, elle va osciller autour de sa position d'équilibre à sa fréquence propre, tout comme une masselotte accrochée à un ressort que l'on écarte et qu'on relâche.

La pulsation propre est donnée par la célèbre formule  $\sqrt{\frac{k}{m}}$  où  $k$  est la raideur du ressort et  $m$  la masse de la masselotte. Dans le cas de la bulle, cette même formule s'applique avec une raideur donnée par la compressibilité de l'air, et une masse donnée par la masse volumique de l'eau déplacée.



### B. Résonance d'une bulle et loi Ploc

La formule de la fréquence de résonance d'une bulle a été proposée par Minnaert en 1933. La fréquence de Minnaert est un phénomène associé à une bulle de gaz pulsant à sa fréquence naturelle dans un liquide, négligeant les effets de la tension superficielle et de l'atténuation visqueuse.

La fréquence propre de la bulle d'air emprisonnée dans l'eau est donnée par :

$$f = \frac{1}{2\pi R_b} \sqrt{\frac{3 \cdot \gamma \cdot p_A}{\rho_{eau}}}$$

où  $R_b$  est le rayon de la bulle,  $\gamma = 1,4$  est le coefficient adiabatique du gaz,  $p_A$  est la pression ambiante de l'eau autour de la bulle et  $\rho_{eau}$  est la masse volumique de l'eau.

La bulle se comporte lors de son détachement comme un oscillateur amorti. Elle commence à osciller du fait de l'énergie qu'elle possède à sa création.

Nous avons observé que la taille des bulles produites dépend de la taille de la goutte et de sa vitesse au moment de l'impact. Nous constatons qu'à partir de la hauteur minimale, lorsque l'on augmentait la distance de chute, les bulles d'air produites par l'impact de la goutte dans l'eau étaient de plus en plus grosses jusqu'à un certain palier puis, une fois après avoir atteint cet extremum, les bulles qui émergeaient étaient de plus en plus petites. Ces observations se résument sur le schéma suivant :

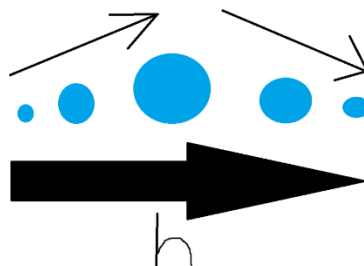


Figure 13: taille de la bulle produite en fonction de la hauteur de chute de la goutte

Par conséquent, d'après la loi Minnaert, plus la bulle est grosse et donc plus son rayon est élevé, plus la fréquence du son produit sera petite. Dans nos mesures de fréquence, présentées précédemment, on retrouve bien ce comportement.

en 2.B des fréquences en fonction de la hauteur de chute pour chaque volume de goutte, nous sommes donc sensés obtenir des valeurs décroissantes puis croissantes de la fréquence. Ainsi, les valeurs surlignées dans le tableau sont à écarter en raison de leur incohérence avec nos observations. Ces mesures incohérentes sont probablement dues à une erreur systématique durant la mesure. On peut suggérer une mauvaise lecture de l'altitude à cause d'un effet de parallaxe ou d'une base du mètre qui ne touche pas l'eau ou qui s'est enfoncé dans l'eau.

Pour chaque taille de gouttes, nous avons tracé la courbe représentant la fréquence émise par la goutte en fonction de sa vitesse à l'impact (et donc de sa hauteur de chute).

Nous avons modélisé nos données avec la fonction

$$f = f_{min} \left( 1 + \left( \frac{v - v_f}{\Delta v} \right)^2 \right)$$

Où :

$f_{min}$  : la fréquence minimale atteinte pour chaque goutte

$v_f$  : la vitesse correspondante à l'émission de la fréquence minimale

$\Delta v$  : lié à la largeur de la parabole

Les coordonnées ( $v_f ; f_{min}$ ) correspondent au minimum de la courbe. Il s'agit de la « la loi ploc », la première loi empirique de notre cru. Voici un exemple de modélisation de nos données, pour la plus petite goutte produite :

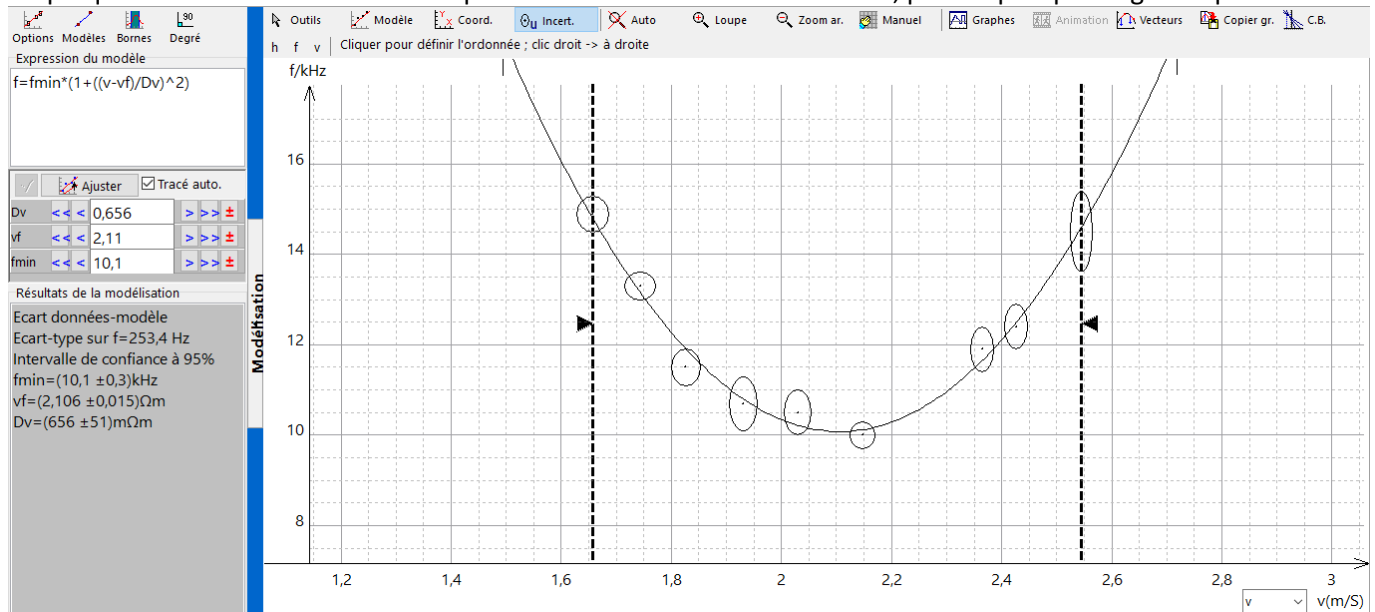


Figure 14: Modélisation avec la "loi ploc" reproduisant parfaitement les données

Les valeurs relevées des modélisations sont les suivantes :

| Volume de goutte ( $\mu\text{L}$ ) | $f_{min}$ (Hz) | $v_f$ (m/s)     | $\Delta v$ (m/s)  |
|------------------------------------|----------------|-----------------|-------------------|
| $33,6 \pm 0,5$                     | $11 \pm 6$     | $1,2 \pm 0,5$   | $0,199 \pm 0,159$ |
| $31,3 \pm 0,4$                     | $11 \pm 3$     | $1,24 \pm 0,11$ | $0,255 \pm 0,298$ |
| $21,0 \pm 0,3$                     | $10 \pm 4$     | $1,52 \pm 0,09$ | $0,231 \pm 0,277$ |
| $17,5 \pm 0,3$                     | $10,4 \pm 1,2$ | $1,58 \pm 0,05$ | $0,254 \pm 0,120$ |
| $13,5 \pm 0,2$                     | $10,8 \pm 2,3$ | $1,57 \pm 0,06$ | $0,279 \pm 0,167$ |
| $9,7 \pm 0,2$                      | $10,6 \pm 1,4$ | $1,97 \pm 0,05$ | $0,405 \pm 0,141$ |
| $7,58 \pm 0,09$                    | $9,6 \pm 0,6$  | $1,90 \pm 0,03$ | $0,421 \pm 0,078$ |
| $6,91 \pm 0,09$                    | $10,0 \pm 0,6$ | $2,10 \pm 0,04$ | $0,650 \pm 0,118$ |



### C. Domaine sonore et loi plic

Nous avons observé qu'il existait une hauteur minimale-donc une vitesse minimale d'impact- et une hauteur maximale-donc une vitesse maximale d'impact- pour qu'il y ait création d'une petite bulle d'air qui résonne, et ce, en fonction de la taille de la goutte qui tombe.

En traçant la vitesse minimale et la vitesse maximale en fonction du diamètre de la goutte (en opérant à un changement de variable sur Regressi), on obtient la représentation graphique suivante.

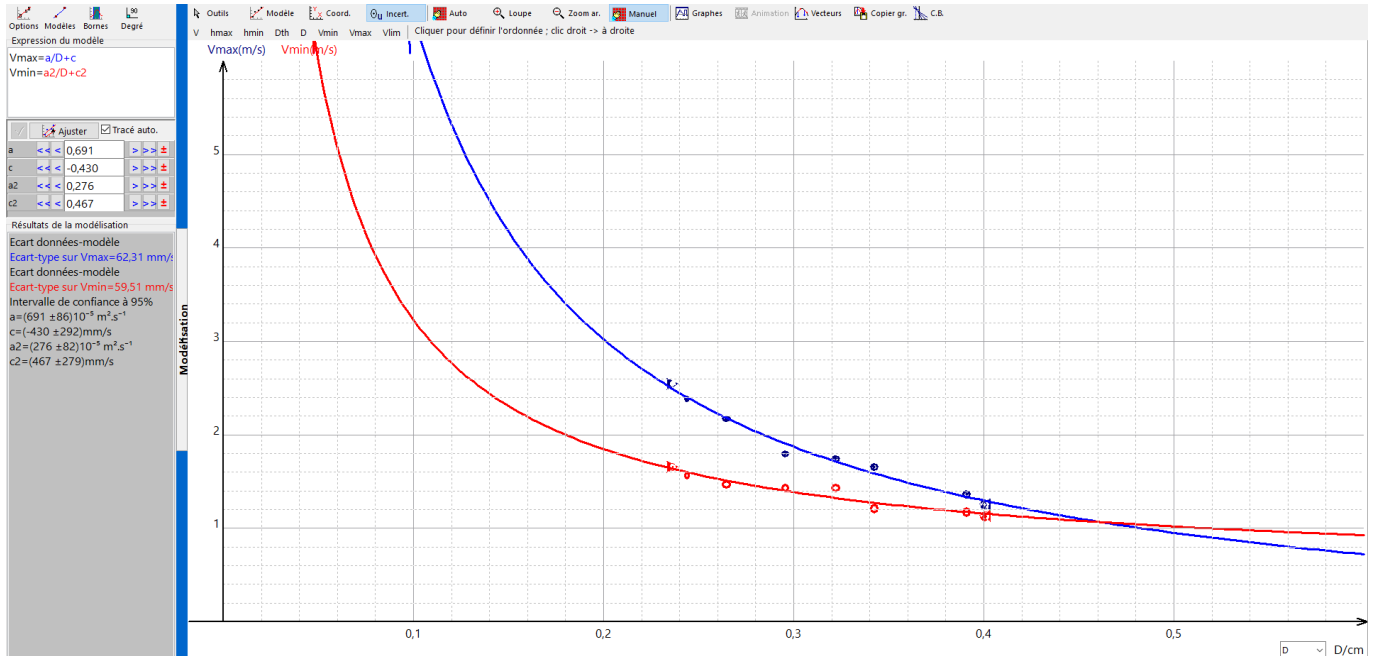


Figure 15: Modélisation de la "loi plic"

Nous souhaitons modéliser nos valeurs par une fonction simple : puisqu'il n'y a aucun fondement théorique, inutile de chercher compliquée ! On choisira ici une fonction inverse qui ne tend pas vers 0, il faut donc adjoindre une constante :  $v = \frac{a}{D} + c$ . (Calcul des incertitudes  $u(v) = \sqrt{\frac{u(a)^2}{D^2} + u(c)^2}$ )

On appellera cette loi, la « **la loi plic** » : loi empirique de notre cru.

La loi plic définit un domaine où l'impact sera sonore.

Avec notre modélisation, la plus grosse goutte pouvant émettre un son, avec une seule vitesse possible d'impact de 1,15m/s, a un diamètre de 0,46 cm : il s'agit du point d'intersection des deux courbes modélisées. Au-delà de ce diamètre, il n'y a plus d'entraînement régulier de bulle d'air sous la surface qui émet le son « plic ploc ».

## 4. Extrapoler sur la pluie



### A. Diamètre des gouttes sonores de pluie

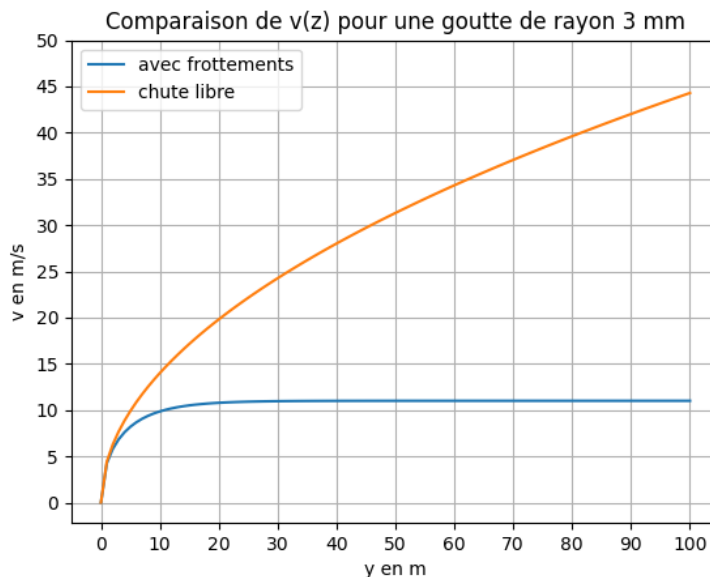
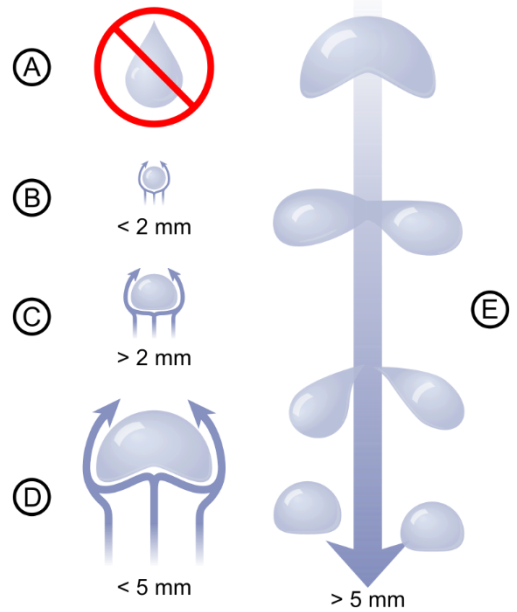
On n'obtient pas de bulle d'air pour toutes les tailles de gouttes ou toutes les vitesses d'impact : il existe une zone où le phénomène a lieu. D'après les résultats de Pumphrey et Elmore[1], la création d'une bulle d'air à l'origine des fréquences sonores dépend de la vitesse de la goutte à l'impact. Cela dépend aussi de son diamètre qui provient du volume de la goutte.

Pour comprendre la pluie il faut extrapoler car notre étude a montré l'existence du « plic ploc » lors d'une chute de moins de 1 mètre ! On la pluie se forme dans les nuages, à des milliers de mètres au-dessus de nos têtes !

D'après les données météorologiques, les plus grosses gouttes formées naturellement ont un diamètre maximal de 5mm, car au-delà, la force de friction dûe aux frottements de l'air éclate la goutte en fragments de tailles inférieurs. [1]

De plus, à l'aide de l'illustration ci-contre, on comprend bien que de considérer la goutte comme une sphère est une modélisation, la goutte se déforme de plus quand son volume est grand. Ceci aura un impact sur la surface d'impact et engendrera un écart entre nos prévisions théoriques et valeur réelle, notamment pour la vitesse d'impact.

Pour la taille maximale de goutte de 5mm de diamètre, on constate que la vitesse limite est atteinte lors d'une chute de plus de 10 mètres environ. Si la goutte est plus petite, la vitesse limite sera atteinte plus rapidement.



Ainsi, on peut dire que toutes les gouttes de pluie atteignent le sol à la vitesse limite :

$$v_{\text{lim}} = \sqrt{\left( \frac{8 \times g \times \rho_{\text{eau}} \times R}{3 \times \rho_{\text{air}} \times C_x} \right)}$$

Avec, à 20°C,

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$\rho_{\text{eau}} = 997 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{air}} = 1,292 \text{ kg/m}^3$$

$$C_x = 0,5$$

Nous appellerons cette fonction la courbe de la pluie.

Nous superposons la courbe de la pluie correspondant à la vitesse limite d'une goutte à la « loi plic ».

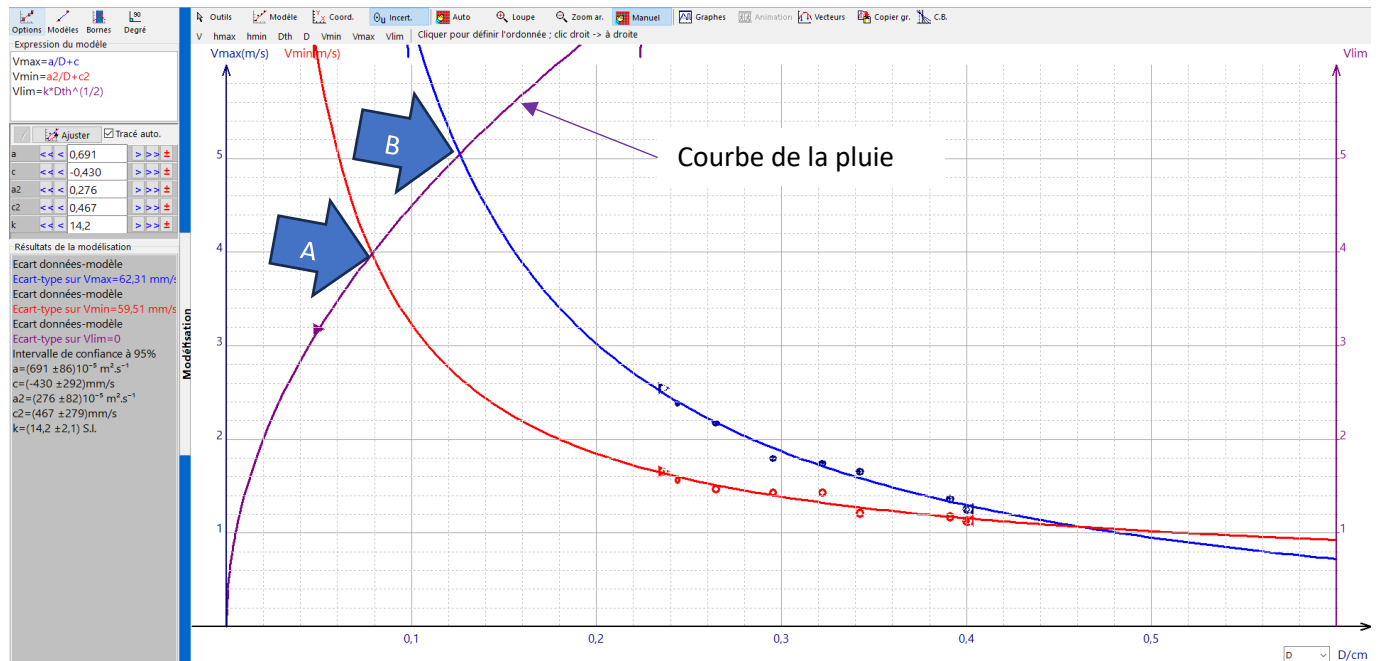
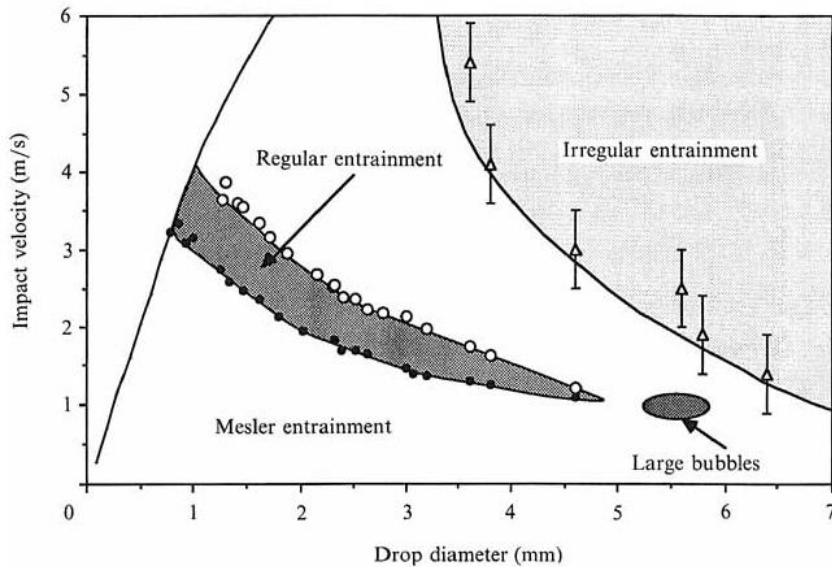


Figure 16: loi plic et courbe de la pluie : deux représentations de la vitesse d'une goutte en fonction de son diamètre

Considérant qu'une goutte de pluie atteint le sol à sa vitesse limite, les seules gouttes pouvant donner lieu à un « plic » sont celles dont la vitesse est incluse dans la zone sonore, dite d'entraînement régulier. Nous obtenons deux points d'intersection A et B de la courbe de la vitesse limite avec les modélisations faites sur la vitesse minimale et maximale. En regardant les abscisses correspondantes, cela indique que les gouttes de pluie pouvant émettre un son en frappant sur la surface d'un lac, ont un diamètre compris entre 0,08 cm et 0,125cm.

Avec notre courbe empirique, nous retrouvons le résultat publié par Pumphrey de 0,8 mm et 1,1 mm. Le domaine que nous avons étudié appartient au domaine de l'entraînement régulier d'une onde sonore. En réalité des gouttes de taille supérieur peuvent très bien produire un impact sonore mais de façon plus aléatoire (zone d'entraînement irrégulier).



**FIGURE 5.** A plot showing the ranges of drop diameter  $d$  and impact velocity  $v$  for which various sorts of entrainment occur. The data points shown are the experimental values used to draw the shaded regions. The curve to the left of the figure is the terminal velocity curve.

Figure 17: cartographie des zones d'impact produisant un son en fonction du diamètre d'une goutte et de sa vitesse d'impact, selon Pumphrey [1]

En utilisant la « loi plic » nous pouvons estimer la vitesse de ces gouttes extrêmes :

$D=0,08$  cm est sur la courbe  $v_{min}$  :

$$v_{min} = \frac{0,276}{0,080} + 0,476 = 3,92 \text{ m/s}$$

$$u(v_{min}) = \sqrt{\frac{0,082^2}{0,080^2} + 0,279^2} = 1,06 \text{ m/s}$$

$D=0,125$  cm est sur la courbe  $v_{max}$  :

$$v_{max} = \frac{0,691}{0,125} - 0,430 = 5,10 \text{ m/s}$$

$$u(v_{min}) = \sqrt{\frac{0,086^2}{0,125^2} + 0,292^2} = 0,75 \text{ m/s}$$

Nous avons donc un ordre de grandeur de 4 m/s et 5m/s respectivement.

### **B. Fréquences de gouttes sonores de pluie**

On trace la courbe de la vitesse  $v_f$  en fonction de la moyenne de  $v_{min}$  et  $v_{max}$  pour effectuer une modélisation afin de pouvoir extrapoler la « loi plic ».

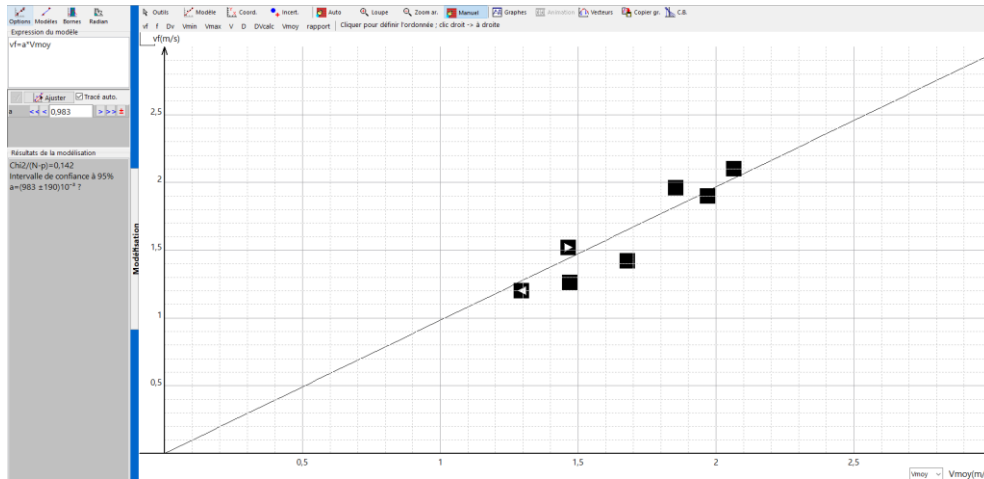


Figure 18: Evolution de la vitesse produisant l'impact le plus grave en fonction de la moyenne de  $v_{min}$  et  $v_{max}$

On constate que le modèle obtenu est une droite passant par l'origine et de coefficient directeur 1. Ainsi, on peut conclure que la vitesse de la goutte  $v_f$  pour la fréquence  $f_{min}$  est strictement égale à la moyenne de  $v_{min}$  et  $v_{max}$ . Ce qui signifie, et on peut le voir sur les courbes, que le minimum en termes de fréquence du son produit est pile au milieu de  $v_{min}$  et  $v_{max}$ .  $v_f = \frac{v_{min} + v_{max}}{2}$

D'après nos données de modélisation ci-dessus, on calcul :

Pour  $D=0,080$  cm :

$$v_f(0,075) = \frac{v_{min} + v_{max}}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{0,691}{0,080} - 0,430 + \frac{0,276}{0,080} + 0,467 \right) = 6,06 \text{ m/s}$$

Pour  $D=0,1225$  cm :

$$v_f(0,125) = \frac{1}{2} \left( \frac{0,691}{0,125} - 0,430 + \frac{0,276}{0,125} + 0,467 \right) = 3,89 \text{ m/s}$$

Ensuite,  $\Delta v$  mesure indirectement la largeur du domaine pour lequel la vitesse d'une goutte est sonore. Il doit pouvoir être relié à  $v_{max} - v_{min}$ .

On trace la courbe de  $\Delta v$  en fonction de  $Dv_{calc} = v_{max} - v_{min}$  :

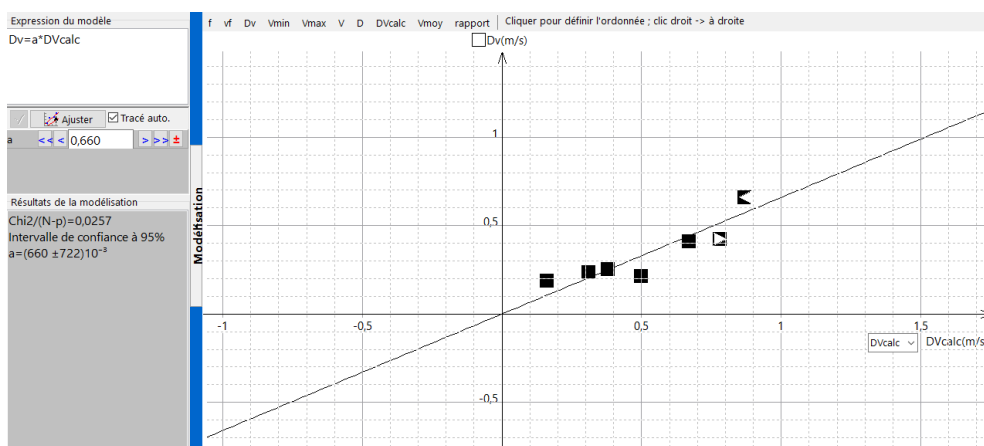


Figure 19: évolution de la largeur sonore en fonction du diamètre de la goutte: points expérimentaux

On obtient une relation de proportionnalité :  $\Delta v = 0,598 \times (v_{max} - v_{min})$

Pour  $D=0,08\text{cm}$  :

$$\Delta v(0,080) = 0,598 \times \left( \frac{0,691}{0,080} - 0,430 - \frac{0,276}{0,080} - 0,467 \right) = 2,56 \text{ m/s}$$

Pour  $D=0,1225 \text{ cm}$  :

$$\Delta v(0,125) = 0,598 \times \left( \frac{0,691}{0,125} - 0,430 - \frac{0,276}{0,125} - 0,467 \right) = 1,45 \text{ m/s}$$

Enfin, afin de pouvoir calculer la fréquence des gouttes, il nous faut connaître le minimum de la fréquence atteint par la goutte dans le domaine sonore. Ici nos mesures ne présentent pas une tendance claire. La fréquence minimum semble être une dizaine de Hertz pour toutes les gouttes étudiées.

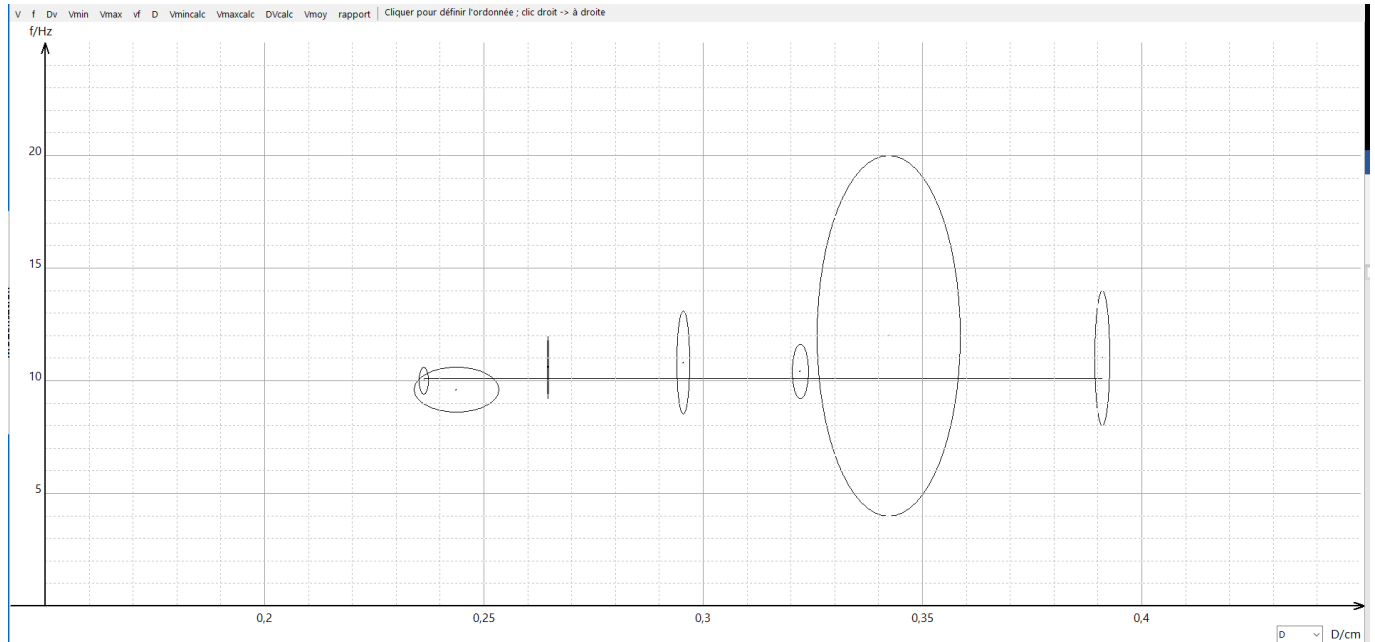


Figure 20: fréquence minimale atteinte en fonction du diamètre de la goutte

Or, d'après une simulation de Pumphrey, on aurait dû voir que la fréquence minimale atteinte augmente quand le diamètre  $D$  de la goutte diminue, tout en se situant exactement entre  $v_{min}$  et  $v_{max}$ .

*The entrainment of bubbles by drop impacts*

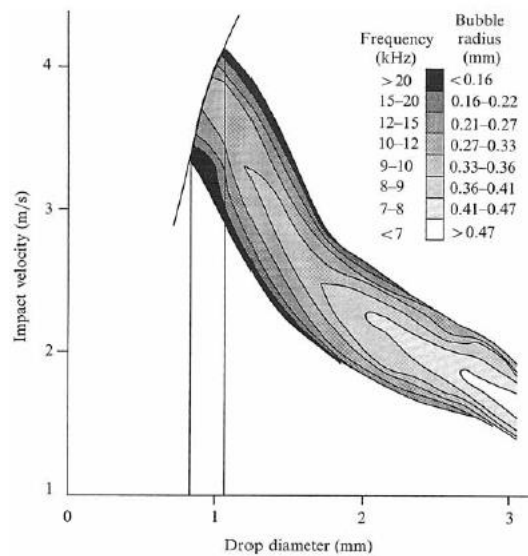


Figure 21: Simulation des fréquences de résonance atteinte en fonction du diamètre des gouttes et de leur vitesse d'impact.

Si l'on suppose que  $f_{min} = 10 \text{ kHz}$  pour toutes les gouttes de vitesse centrale  $v_f$ , en s'appuyant sur nos mesures, alors

$$f(0,08) = 10 \left( 1 + \left( \frac{3,92 - 6,06}{2,56} \right)^2 \right) = 17 \text{ kHz}$$

$$f(0,125) = 10 \left( 1 + \left( \frac{4,94 - 3,70}{1,45} \right)^2 \right) = 17 \text{ kHz}$$

Par conséquent, le domaine fréquentiel des gouttes de pluie est de  $[10,17] \text{ kHz}$

Pour Pumphrey, avec des gouttes de pluie, il ne devrait pas y avoir des bulles qui résonnent en dessous de 12 kHz, la fréquence caractéristique de la pluie est d'environ 14kHz et ne dépasse pas en général 16kHz. Nos prévisions théoriques empiriques sont concordantes.

## Conclusion

Intuitivement, vous pensez sans doute que le bruit du ploc provient tout naturellement de la goutte sur la surface de l'eau. Et bien il n'en est rien ! L'expérience montre que les choses les plus visibles comme la goutte d'eau, ses rebonds et les jets qu'elle provoque sont en réalité parfaitement silencieux.

Non ce qui vous met les nerfs à vif, c'est en réalité l'oscillation d'une minuscule bulle d'air piégée sous la surface de l'eau. C'est elle, la fourbe, planquée sous la surface qui provoque ce son de malheur. En oscillant et en faisant vibrer la surface de l'eau, la bulle agit comme une enceinte acoustique.

Par l'étude du bruit d'impact d'une goutte d'eau dans un réservoir, nous avons pu utiliser des modélisations assez simples pour prédire l'impact d'une goutte de pluie. Bien que nos modèles empiriques, la loi plic et la loi ploc, restent simplistes, ils donnent néanmoins d'assez bonne prédiction sur le diamètre des gouttes de pluie capable de produire un son lors de leur impact à la surface de l'eau, ainsi que leur domaine spectral. Pour affiner nos résultats, il faudrait refaire des mesures de la fréquence minimale atteinte pour chaque diamètre de goutte afin de modéliser l'évolution de cette fréquence minimale en fonction du diamètre de la goutte.

Cerise sur le gâteau, le moyen simple de faire taire à jamais le plic ploc entêtant d'ajouter tout simplement du liquide vaisselle dans l'eau. Les propriétés élastiques du liquide ainsi modifiées, la bulle d'air à l'origine de tous vos cauchemars ne peut plus se former. La goutte croyez-le ou non, tombe alors dans le plus grand silence ! Une bonne idée pour sauver sa nuit donc, mais n'hésitez pas à appeler un plombier au bout d'un moment.

Ce travail que nous avons mené, nous permet d'être dans la peau de chercheurs, faisant des aller-retours entre observation, mesures et modélisation. Les instruments de mesure n'étant qu'un microphone de casque audio et un téléphone portable, on se rend compte qu'on peut faire une démarche de recherche en physique complète avec presque rien !

## Références

### Articles

1. Hugh C. Pumphrey et Paul A. Elmore « The entrainment of bubbles by drop impacts », *Journal of Fluid Mechanics* 220 (1990). <https://doi.org/https://doi.org/10.1017/S0022112090003378>
2. Samuel Phillips, Anurag Agarwal et Peter Jordan, « The Sound Produced by a Dripping Tap is Driven by Resonant Oscillations of an Entrapped Air Bubble », *Sci Rep* **8**, 9515 (2018).  
<https://doi.org/10.1038/s41598-018-27913-0><https://doi.org/10.1038/s41598-018-27913-0>

### Sites internet

3. [https://www.lycee-champollion.fr/IMG/pdf/mesures\\_et\\_incertitudes.pdf](https://www.lycee-champollion.fr/IMG/pdf/mesures_et_incertitudes.pdf)
4. <https://www.gurumed.org/2018/06/26/comment-ne-plus-tre-ennuy-par-le-son-des-gouttes-deau-dun-robinet-qui-fuit/>
5. <http://physique.unice.fr/sem6/2012-2013/PagesWeb/PT/Splash/Html/Index.html>
6. <https://cloud.parisdescartes.fr/index.php/s/GJ9THfexSqNogyF#pdfviewer>
7. <https://www.futura-sciences.com/planete/questions-reponses/meteorologie-gouttes-pluie-nont-elles-pas-toutes-meme-taille-6199/>
8. [https://actu.fr/societe/vous-ne-supportez-plus-bruit-robinet-goutte-chercheurs-ont-enfin-trouve-solution\\_17433957.html](https://actu.fr/societe/vous-ne-supportez-plus-bruit-robinet-goutte-chercheurs-ont-enfin-trouve-solution_17433957.html)
9. [Niveau sonore : Définition simple et facile du dictionnaire \(linternaute.fr\)](https://www.linternaute.fr/dictionnaire/fr/definition/niveau-sonore)