IPhO 2023 - Terminale

Épreuve de présélection française

22 mars 2023

Durée de l'épreuve : 3 heures

Calculatrices autorisées

L'épreuve comporte quatre parties différentes et indépendantes les unes des autres, dont la nature et les temps à accorder conseillés sont donnés dans le tableau ci-dessous :

		Temps conseillé
PARTIE **A**	QCM	**1 heure**
PARTIE **B**	1er exercice	**30 min**
PARTIE **C**	2ème exercice	**30 min**
PARTIE **D**	Problème	**1 heure**

CONSIGNE pour la rédaction

Les réponses sont à rédiger sur les feuilles d'énoncé, dans les emplacements prévus.
Si le candidat a besoin de feuilles supplémentaires, il utilisera les feuilles vierges fournies dont les en-têtes doivent être impérativement complétés.

IMPORTANT

Toutes les feuilles à rendre doivent comporter le nom, le prénom,
le numéro de téléphone et le lycée du candidat.
Tout oubli pourra entrainer l'absence de correction de la feuille concernée.

Données générales pour l'ensemble de l'épreuve

Nom	Symbole	Valeur
Célérité de la lumière dans le vide	c	299 792 458 $m \cdot s^{-1}$
Constante de Planck	h	$6{,}626 \times 10^{-34}$ $J \cdot s$
Charge élémentaire	e	$1{,}602 \times 10^{-19}$ C
Électron-volt	1 eV	$1{,}602 \times 10^{-19}$ J
Perméabilité magnétique du vide	μ_0	$1{,}257 \times 10^{-6}$ $H \cdot m^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	ε_0	$8{,}854 \times 10^{-12}$ $F \cdot m^{-1}$
Constante gravitationnelle	G	$6{,}675 \times 10^{-11}$ $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$
Accélération normale de la pesanteur à la surface de la Terre	g_0	9,81 $m \cdot s^{-2}$
Température du point triple de l'eau	T_0	273,16 K ou 0,01 °C
Constante d'Avogadro	N_A	$6{,}022 \times 10^{23}$ mol^{-1}
Masse du proton	m_p	$1{,}673 \times 10^{-27}$ kg
Masse de l'électron	m_e	$9{,}109 \times 10^{-31}$ kg
Constante de Boltzmann	k ou k_B	$1{,}381 \times 10^{-23}$ $J \cdot K^{-1}$
Constante des gaz parfaits	R	8,314 $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
Distance Terre-Soleil	d_{TS}	$1{,}499 \times 10^{8}$ km
Masse du Soleil	M_S	$1{,}989 \times 10^{30}$ kg
Rayon de la Terre	R_T	$6{,}4 \times 10^{3}$ km
Masse de la Terre	M_T	$5{,}974 \times 10^{24}$ kg
Masse volumique de l'air	ρ_a	1,20 $kg \cdot m^{-3}$ à T=20 °C et P=$1{,}0 \times 10^{5}$ Pa
Masse molaire moyenne de l'air	M	28,96 $g \cdot mol^{-1}$
Masse volumique de l'eau	ρ_e	$1{,}00 \times 10^{3}$ $kg \cdot m^{-3}$

Partie A
Questionnaire à choix multiples

Durée conseillée : 1 heure.

Pour chaque question, les candidats entoureront la réponse de leur choix sur le document réponse.
Il n'y a qu'une réponse correcte par question.

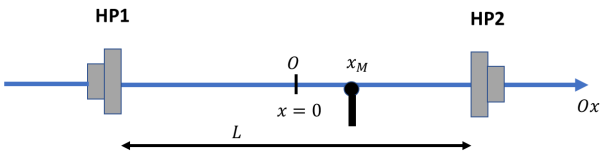
Q1. Un cycliste doit parcourir une distance totale de 100 km. À la moitié de son trajet, sa vitesse moyenne est de 10 km/h.
Quelle vitesse moyenne doit-il avoir sur les 50 km restants pour que sa vitesse moyenne sur la totalité de son trajet soit de 20 km/h ?

(a) 15 km/h ;
(b) 30 km/h ;
(c) 40 km/h ;
(d) Cela est impossible.

Q2. Une lentille mince est utilisée pour projeter sur toute la surface d'un écran l'image d'un objet de dimension 3,0 cm × 4,0 cm. L'écran a pour dimension 2,4 m × 3,2 m. Il est situé à une distance de 25 m de la lentille.
Quelle distance focale f' doit-on choisir ?

(a) $f' = 13$ cm ;
(b) $f' = 25$ cm ;
(c) $f' = 31$ cm ;
(d) On ne peut pas projeter sur le mur.

Q3. On considère deux haut-parleurs alimentés par un même générateur, qui délivre une tension sinusoïdale de fréquence $f = 40$ kHz. Ces deux haut-parleurs (notés HP1 et HP2 sur le schéma ci-dessous) sont placés face à face, le long d'un axe (Ox), à une distance L l'un de l'autre. L'origine du repère est située à égale distance des deux haut-parleurs. On déplace un microphone le long de l'axe (Ox).



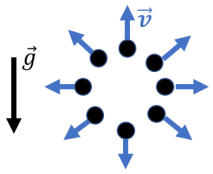
Déterminer les abscisses x_M des minima d'amplitude en fonction de la longueur d'onde λ du signal, en notant n un entier tel que $-\frac{L}{2} < x_M < \frac{L}{2}$.

(a) $x_M = (2n+1) \times \lambda/4$;
(b) $x_M = (2n+1) \times \lambda/2$;
(c) $x_M = (2n+1) \times \lambda$;
(d) $x_M = n \times \lambda/2$.

Q4. Lors d'une expérience, on met en contact un bloc de métal de masse 1,0 kg avec un système de chauffage électrique. Lors d'une première expérience, on chauffe le bloc pendant 10 minutes. La puissance reçue par le bloc est constante. La température initiale du bloc est de 22 °C et la température finale est de 40 °C. On répète le même protocole expérimental, mais pendant 15 minutes et avec une température initiale de 19 °C.
Quelle est la température finale du bloc de métal ?

(a) 46 °C ;
(b) 27 °C ;
(c) 40 °C ;
(d) 37 °C.

Q5. On s'intéresse aux éléments d'artifice éjectés par une fusée lors d'un spectacle pyrotechnique. On les assimilera ici à des points matériels et on supposera qu'ils sont dispersés de façon isotrope avec une vitesse identique en norme, de telle sorte que ces éléments adoptent la géométrie présentée dans la figure ci-dessous.



On négligera ici les frottements de l'air.
Quelle est la géométrie de ces éléments quelques instants plus tard (avant qu'ils n'aient touché le sol) ?

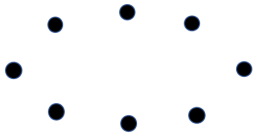


figure (1)

figure (2)

figure (3)

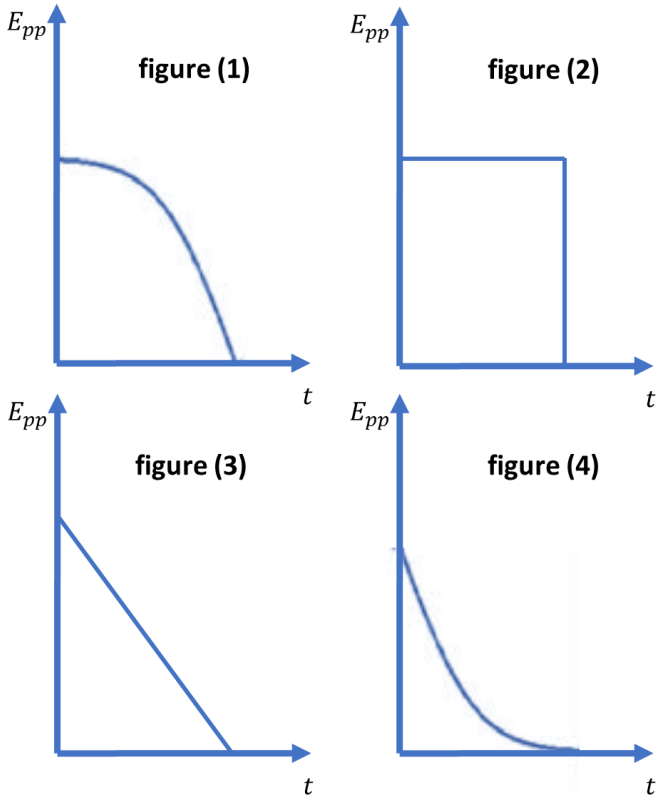
figure (4)

(a) figure (1) ;
(b) figure (2) ;
(c) figure (3) ;
(d) figure (4).

Q6. On considère des particules de temps de demi-vie de 2,0 μs dans un référentiel où elles sont au repos. On suppose que les particules se déplacent à la vitesse de $0,60\,c$ par rapport au référentiel du laboratoire.
Dans le référentiel du laboratoire, quelle sera la distance parcourue par ces particules entre deux instants entre lesquels la population est diminuée de moitié ?

(a) $2,9.10^2$ m ;
(b) $4,5.10^2$ m ;
(c) $2,2.10^2$ m ;
(d) $3,6.10^2$ m.

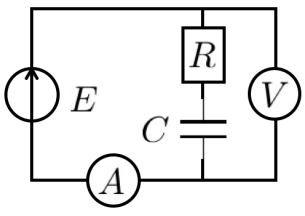
Q7. On considère une balle lâchée sans vitesse initiale à une hauteur h du sol. On néglige ici les frottements fluides exercés par l'air sur la balle, que l'on assimile à un point matériel.
Quel graphique représente le plus correctement l'évolution de l'énergie potentielle de pesanteur de la balle en fonction du temps ?



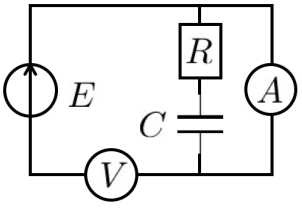
(a) figure (1) ;
(b) figure (2) ;
(c) figure (3) ;
(d) figure (4).

Q8. Un élève souhaite mesurer la résistance R d'un résistor. Il dispose d'une alimentation stabilisée assimilée à une source idéale de tension de force électromotrice E réglable. Il a aussi sur sa paillasse un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L ainsi qu'un ampèremètre et un voltmètre. On néglige toutes les résistances internes.
Quel circuit électrique est le plus acceptable pour faire la mesure de R ?

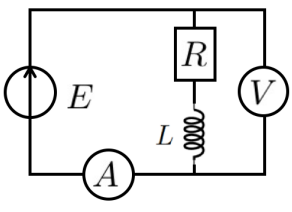
Circuit (1) :



Circuit (2) :

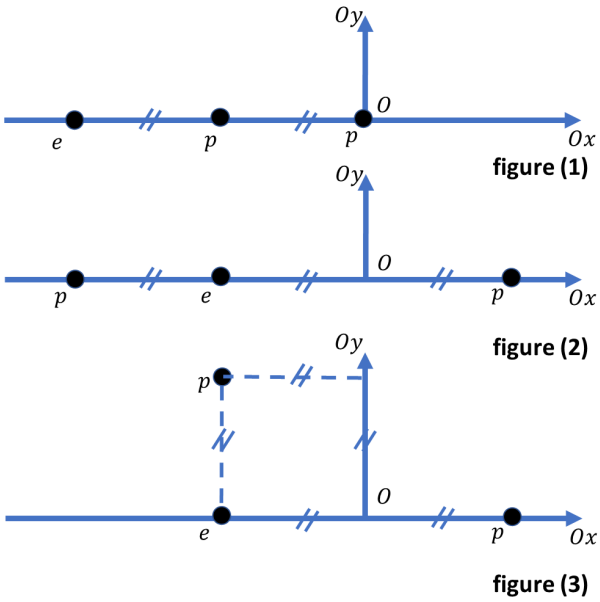


Circuit (3) :



(a) Circuit (1) ;
(b) Circuit (2) ;
(c) Circuit (3) ;
(d) Aucun de ces trois circuits.

Q9. La figure suivante présente trois configurations différentes repérées par les numéros de figure (1), (2) et (3). Il s'agit de trois répartitions géométriques différentes d'un électron (e) et de deux protons (p) dans un même plan (xOy). On considère F la norme de la force totale subie par l'électron, en raison de la présence des deux protons. On note F_i l'expression de F pour la $i^{ème}$ figure.
Quelle inégalité est vérifiée ?

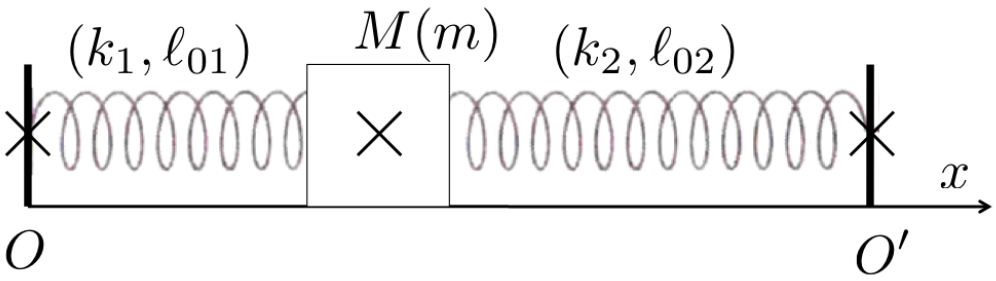


(a) $F_1 = F_2 > F_3$;
(b) $F_2 > F_1 > F_3$;
(c) $F_1 > F_2 > F_3$;
(d) $F_1 > F_3 > F_2$.

Q10. On considère un tuyau sonore cylindrique de longueur L, ouvert aux deux extrémités. On analyse les fréquences des sons émis par le tuyau lorsque l'on souffle dans ce dernier. Les cinq premières harmoniques ont pour fréquences 50 Hz, 100 Hz, 150 Hz, 200 Hz, 250 Hz. On décide de fermer le tuyau à l'une des extrémités et de souffler à l'autre extrémité. Le tuyau est alors ouvert d'un côté et fermé de l'autre. On précise qu'une extrémité fermée (respectivement ouverte) est caractérisée par une amplitude de vibration nulle à chaque instant (respectivement une amplitude de vibration maximale à chaque instant) .
Quelles seront les fréquences parmi celles des cinq harmoniques qui seront encore présentes ?

(a) 50 Hz, 150 Hz, 250 Hz ;
(b) aucune ;
(c) 100 Hz, 200 Hz ;
(d) 150 Hz, 250 Hz.

Q11. Une masselotte M (de masse m) assimilée à un point matériel est accrochée entre deux ressorts (de constantes de raideur k_i et de longueurs à vide ℓ_{0i} avec $i = 1$ ou 2) fixés à leurs extrémités aux bâtis en O et O' sur le support. Le mouvement de la masselotte est considéré horizontal et sans frottement.
Quelle est la pulsation d'oscillation de ce système ?



(a) $\omega = \sqrt{\dfrac{k_1}{m}}$;

(b) $\omega = \sqrt{\dfrac{1}{m}\dfrac{k_1\ell_{01} + k_2\ell_{02}}{\ell_{01} + \ell_{02}}}$;

(c) $\omega = \sqrt{\dfrac{1}{m}\dfrac{k_1 \times k_2}{k_1 + k_2}}$;

(d) $\omega = \sqrt{\dfrac{k_1 + k_2}{m}}$.

Q12. On accélère des électrons grâce à deux plaques planes, parallèles, soumises à une différence de potentiel de 12,0 V. Les électrons sont initialement sans vitesse initiale. Une fois accélérés, les électrons viennent bombarder un échantillon d'hydrogène atomique, pris dans son état fondamental.
Quelles sont les longueurs d'onde que l'atome d'hydrogène est susceptible d'émettre ?

(a) 103 nm uniquement ;

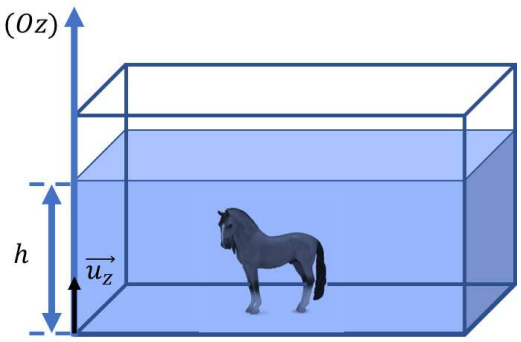
(b) 122 nm uniquement ;

(c) 103 nm et 122 nm uniquement ;

(d) 365 nm uniquement.

Q13. On place une petite figurine "cheval" au fond d'un bocal rempli d'une hauteur $h = 10,0$ cm d'eau. La figurine est totalement immergée et les sabots du cheval sont en contact avec le fond du bocal (voir schéma ci-dessous). On fait l'hypothèse que les sabots sont parfaitement lisses, de telle sorte qu'il n'y a pas d'eau dans la zone de contact sabots/fond du bocal. La surface de la zone de contact est égale à $0,500$ cm^2. La masse volumique de l'eau est égale à $\rho = 1,0.10^3$ kg.m^{-3}. La figurine a une masse volumique uniforme de 2ρ et une masse de 100 g.

Quelle est la composante F_z de la résultante totale $\vec{F}$ des forces de pression qui s'exercent sur la figurine "cheval" ?



(a) $F_z = 5,1$ N ;

(b) $F_z = 0,5$ N ;

(c) $F_z = -4,6$ N ;

(d) $F_z = -4,1$ N.

Q14. Un parcours d'entraînement est proposé à un sportif par son entraîneur sur un fleuve rectiligne entre deux points distants de L. L'écoulement du fleuve est régulier : son courant est caractérisé par une vitesse uniforme et constante de norme v par rapport à la rive. Le sportif en bateau avance avec une vitesse constante de norme $v' > v$ par rapport au fleuve et parallèlement au courant. Son entraîneur marche sur la rive à la même vitesse constante de norme v', mais par rapport à la rive. Le sportif et l'entraîneur effectuent des parcours aller-retour parallèles de même distance 2L : à l'aller, ils se déplacent dans le sens du courant du fleuve et, au retour, ils se déplacent dans le sens inverse de celui du courant du fleuve. On note Δt_e la durée du parcours de l'entraîneur et Δt_s celle du sportif et on néglige les temps des demi-tours.
Quelle relation est correcte ?

(a) $\Delta t_e - \Delta t_s = \frac{2Lv^2}{(v^2-v'^2)v'}$;

(b) $\Delta t_e - \Delta t_s = \frac{2Lv'^2}{(v^2-v'^2)v'}$;

(c) $\Delta t_e - \Delta t_s = \frac{2Lv^2}{(v'^2-v^2)v'}$;

(d) $\Delta t_e - \Delta t_s = \frac{2Lv'^2}{(v'^2-v^2)v'}$.

Q15. Parmi les 82 satellites naturels confirmés de Saturne, on s'intéresse à Téthys et Titan. Téthys a une orbite qu'on considère circulaire de $2,9.10^8$ mètres de rayon et sa période de révolution est d'environ 45 heures tandis que Titan a une orbite elliptique de demi-grand axe $1,2.10^6$ kilomètres.
Quelle est la période de révolution de Titan autour de Saturne ?

(a) On ne peut pas répondre à cette question sans connaître la masse de Saturne ;

(b) Environ 16 jours ;

(c) Environ 4,8 jours ;

(d) Environ 7,8 jours.

Fin de la partie A

Nom : Téléphone :

Prénom : Lycée :

Partie A
QCM — document réponse

Durée conseillée : 1 heure.

*Pour chaque question, les candidats **entoureront** la réponse de leur choix sur ce document.*
Il n'y a qu'une réponse correcte par question.

Q1. (a) (b) (c) (d)

Q2. (a) (b) (c) (d)

Q3. (a) (b) (c) (d)

Q4. (a) (b) (c) (d)

Q5. (a) (b) (c) (d)

Q6. (a) (b) (c) (d)

Q7. (a) (b) (c) (d)

Q8. (a) (b) (c) (d)

Q9. (a) (b) (c) (d)

Q10. (a) (b) (c) (d)

Q11. (a) (b) (c) (d)

Q12. (a) (b) (c) (d)

Q13. (a) (b) (c) (d)

Q14. (a) (b) (c) (d)

Q15. (a) (b) (c) (d)

Fin de la partie A

Nom : Téléphone :

Prénom : Lycée :

Partie B
Exercice 1
Piéger des ions

Durée conseillée : 30 minutes.

Depuis le milieu du XX^{e} siècle, on est capable d'observer et de manipuler les atomes très précisément et de manière isolée. Cela a permis l'émergence d'un nouveau domaine de la physique, appelé la physique atomique. Il s'agit d'un domaine très riche où de nombreuses découvertes sont encore faites de nos jours comme le montre par exemple le Prix Nobel de physique 2012 accordé à Serge Haroche et David J. Wineland.

Il existe de nombreuses techniques qui permettent de travailler avec de tels systèmes. Depuis les années 90, les physiciens et physiciennes ont développé des méthodes pour manipuler les atomes à l'aide de lasers. Ces techniques reposent sur des phénomènes d'interaction lumière-matière décrites par des notions avancées de physique quantique, ce que nous n'allons pas traiter dans ce sujet. Cependant, il existe d'autres méthodes consistant notamment à utiliser non pas des atomes mais des ions. En effet, ces derniers, chargés électriquement, peuvent être manipulés directement à l'aide d'un champ électrique.

Dans cet exercice, nous allons nous intéresser plus particulièrement au « piégeage » de ces ions, c'est-à-dire à leur confinement dans une région restreinte de l'espace. Il s'agit d'une première étape essentielle dans l'étude des systèmes d'ions.

Dans toute la suite, le référentiel d'étude est considéré galiléen.

Confiner un système à une dimension à l'aide d'une force de rappel

Pour comprendre ce que l'on entend par confinement en physique, nous allons dans un premier temps étudier un système masse-ressort unidimensionnel. On considère donc une masse m attachée à un mur fixe par un ressort de raideur $k > 0$ (exprimée en N.m^{-1}), ne pouvant se déplacer que selon l'axe Ox. On note ici x la position de la masse par rapport à la position au repos du ressort.

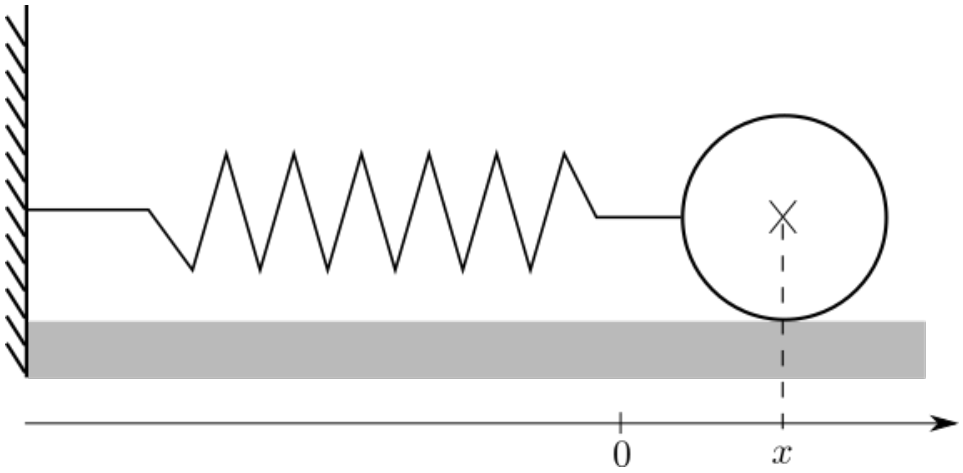


FIGURE 1 – Schéma de la masse m accrochée au ressort.

La force (dite de rappel) exercée par le ressort sur la masse est donnée par l'expression :

$$\vec{F}_{\text{rappel}}(x) = -kx\,\vec{u}_x$$

1- Montrer que l'équation du mouvement de la masse peut se mettre sous la forme $\ddot{x} + {\omega_0}^2 x = 0$ où ω_0 est une pulsation caractéristique du système dont on donnera l'expression.

2- À partir de l'expression de la force du ressort, déterminer l'énergie potentielle en fonction de la position x. Tracer la fonction correspondante sur l'intervalle $x \in [-10\,\text{cm}; 10\,\text{cm}]$ pour une raideur $k = 10\,\text{N.m}^{-1}$ et une masse de 100 g.

3- Justifier par des considérations sur l'énergie que le système est confiné, c'est-à-dire que son mouvement est restreint à une région finie de l'espace.

4- En réalité la masse est nécessairement soumise à une force de frottement qui diminue son énergie totale au cours du temps. Justifier qualitativement que la masse finit par se stabiliser à la position $x = 0$.

Confiner un ion à l'aide d'un champ électrostatique

On considère maintenant que le système est un ion chargé positivement et que la force qui s'exerce sur lui est celle issue de son interaction avec un champ électrique $\vec{E}(x,y,z)$ statique[1]. Cette force est donnée par l'expression $\vec{F}_{\text{élec}} = q\vec{E}$ où q est la charge de l'ion.

On considère tout d'abord un champ électrique de la forme : $\vec{E}(x) = A\ x\ \vec{u}_x$ où A est une constante (positive ou négative).

6- Établir l'équation du mouvement pour l'ion et montrer qu'elle est similaire à celle du système masse-ressort. Déterminer la condition sur le signe de A pour retrouver exactement la même forme que précédemment. Indiquer quelle quantité joue alors le rôle de la raideur du ressort. Donner l'expression de la pulsation ω_{E} caractéristique dans cette situation.

7- Dans le cas d'un ion hydrogène H^+ de charge $q = +1,60 \cdot 10^{-19}$ C et de masse $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, calculer la valeur de A nécessaire pour avoir une pulsation caractéristique de 1,00 Hz.

Nous voyons ainsi qu'un champ électrique permet de confiner un ion à une dimension. On peut également utiliser cette approche pour un système tridimensionnel, les mouvements selon les différentes directions étant supposés indépendants.

Dans la pratique cependant, on peut montrer que les trois composantes du champ électrique ne peuvent pas être choisies indépendamment et doivent respecter certaines contraintes. Un champ électrique réaliste, souvent utilisé, est de la forme suivante :

$$\vec{E} = A'(x\ \vec{u}_x + y\ \vec{u}_y - 2z\ \vec{u}_z)$$

8- Déterminer le signe de la constante A' pour que l'ion soit confiné dans la direction z (c'est-à-dire contraint à rester près du plan $z = 0$).

9- Dans cette condition, donner la nouvelle équation du mouvement selon x.

1. C'est-à-dire qu'il ne varie pas en fonction du temps mais varie dans l'espace.

10- On considère la fonction $x(t) = x_1 \exp(t/\tau)$. Trouver l'expression de τ pour que cette fonction soit bien solution de l'équation et identifier les conditions initiales correspondant à cette solution.

11- Tracer l'allure de la fonction $x(t)$ et décrire le comportement de l'ion correspondant. Conclure sur la possibilité de confiner des ions à trois dimensions en utilisant uniquement ce champ électrique.

Expérimentalement, il existe plusieurs méthodes permettant de confiner les ions à trois dimensions. On peut citer le piège de Paul qui utilise un champ variant dans le temps ou le piège de Penning dans lequel on ajoute un champ magnétique qui exerce une force supplémentaire sur les ions qui s'éloignent de l'origine permettant de les y ramener.

Fin de la partie B

Nom : Téléphone :

Prénom : Lycée :

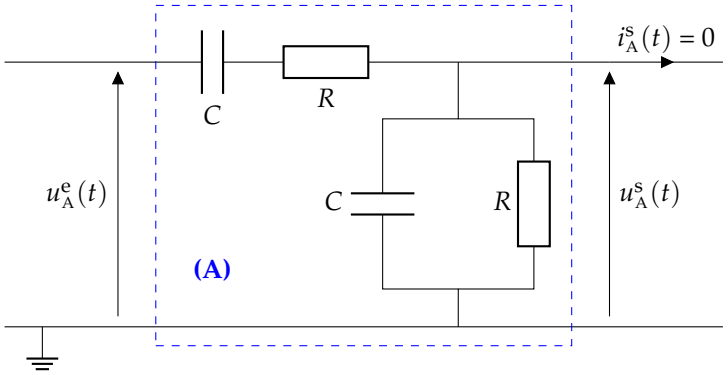
Partie C
Exercice 2
Oscillateur électronique

Durée conseillée : 30 minutes.

Dans cet exercice, on s'intéresse à un système électronique auto-oscillant, c'est-à-dire qui, une fois alimenté, se met spontanément à osciller à une fréquence donnée. Ce système est composé de deux éléments électroniques consistant en un filtre (par la suite appelé bloc A) et un amplificateur (appelé bloc B), dont on étudiera d'abord les propriétés individuelles avant de les combiner.

Étude du filtre

Le bloc A est constitué de deux résistances identiques R et de deux condensateurs de capacité C, agencés comme représenté ci-dessous. Le courant de sortie $i_{\mathrm{A}}^{\mathrm{s}}$ est supposé nul.



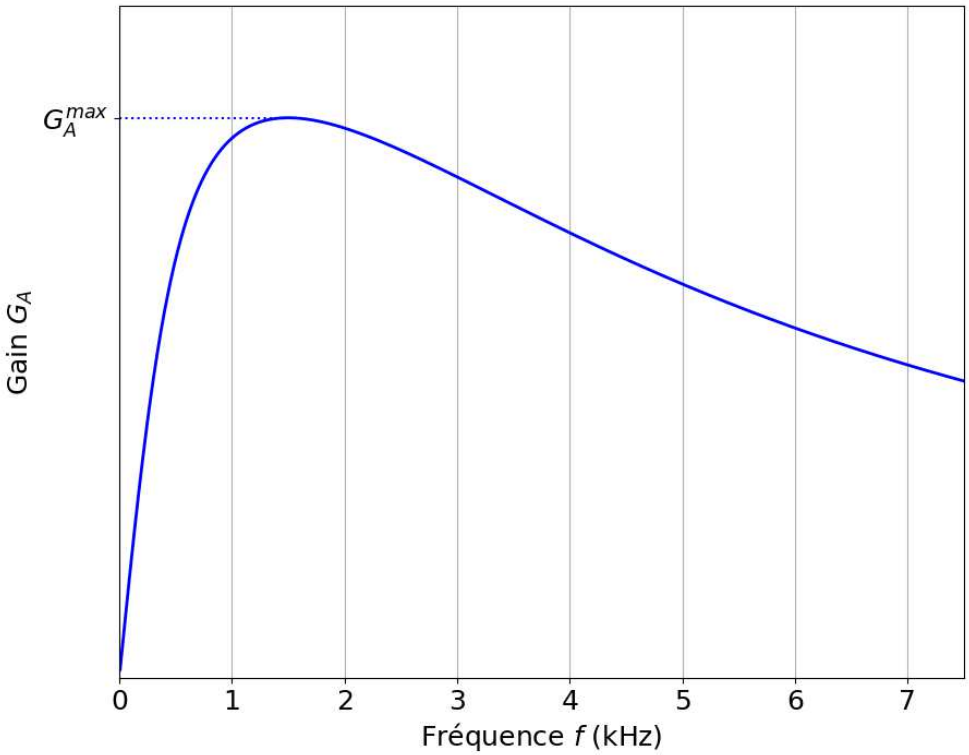
Les tensions d'entrée $u_{\mathrm{A}}^{\mathrm{e}}(t)$ et de sortie $u_{\mathrm{A}}^{\mathrm{s}}(t)$ sont supposées sinusoïdales, de fréquence f et d'amplitudes respectives $U_{\mathrm{A}}^{\mathrm{e}}$ et $U_{\mathrm{A}}^{\mathrm{s}}$. On note G_{A} le rapport de ces amplitudes :

$$G_{\mathrm{A}}(f) = \frac{U_{\mathrm{A}}^{\mathrm{s}}}{U_{\mathrm{A}}^{\mathrm{e}}}$$

En utilisant les lois de l'électrocinétique, il est possible d'obtenir pour le gain $G_{\mathrm{A}}(f)$ l'expression suivante (qu'on ne cherchera pas à démontrer) :

$$G_{\mathrm{A}}(f) = \frac{1}{\sqrt{9 + \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)^2}}$$

avec $f_0 = 1/(2\pi RC)$. La courbe $G_{\mathrm{A}}(f)$ obtenue pour les composants choisis est donnée ci-après.



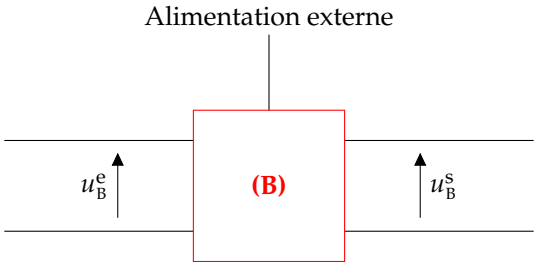
1- Justifier, à partir de son expression, que $G_A(f)$ atteint son maximum en $f = f_0$. En utilisant le graphique, en déduire la fréquence f_0 correspondant aux composants choisis. Déterminer la capacité des condensateurs utilisés, sachant que l'on a choisi des résistances $R = 10\ \text{k}\Omega$.

2- Calculer la valeur maximale G_A^{max} atteinte par $G_A(f)$.

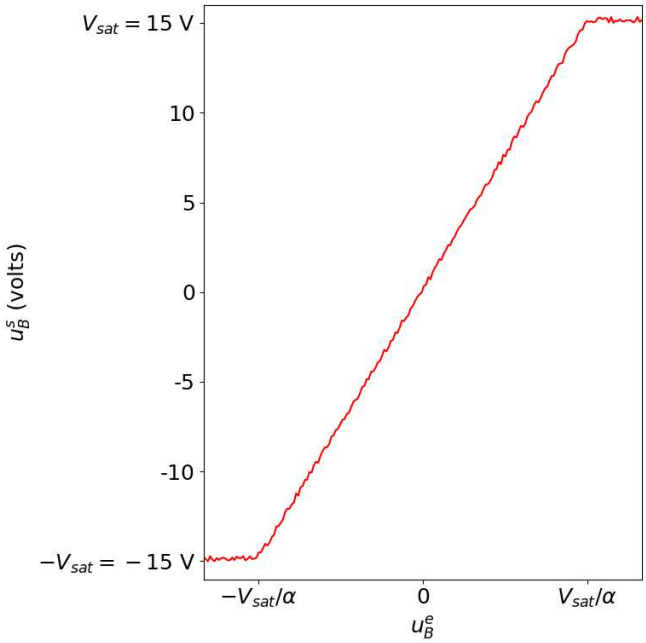
3- Décrire la modification de l'amplitude du signal de sortie en fonction de sa fréquence. Justifier que le bloc A « filtre » les fréquences.

Étude de l'amplificateur

Le bloc B est constitué de plusieurs éléments non linéaires reliés à une alimentation externe dont le détail ne sera pas étudié ici.



Sur la courbe suivante est représentée la valeur de la tension en sortie de B, $u_B^s(t)$, en fonction de la tension en entrée $u_B^e(t)$. En modifiant les éléments constitutifs de B, il est possible de faire prendre au coefficient α n'importe quelle valeur positive.



4- Pour cette question, on considère le cas $|u_B^e(t)| < V_{sat}/\alpha$. Donner la condition à respecter pour le coefficient α pour que le bloc B amplifie effectivement le signal (en valeur absolue). On supposera cette condition réalisée par la suite.

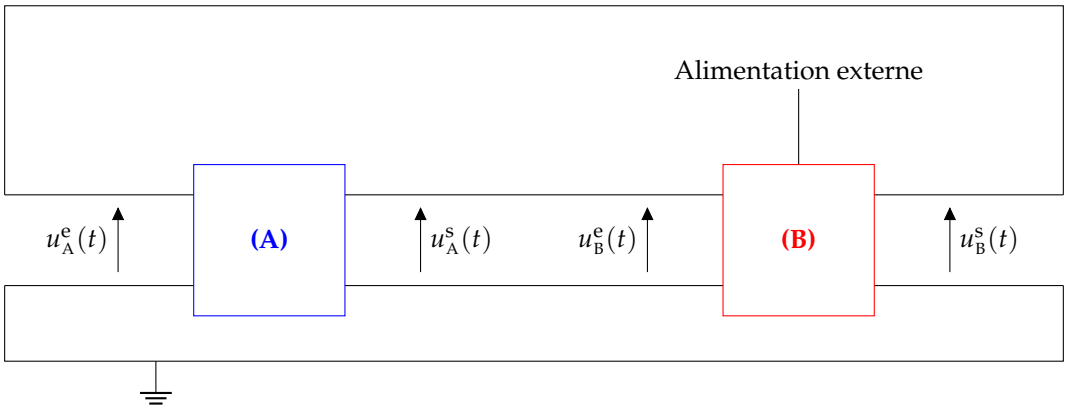
Le bloc B peut conduire à un phénomène de saturation : si la tension d'entrée dépasse une valeur seuil (en valeur absolue), le bloc fonctionne en régime saturé, c'est-à-dire que la tension de sortie prend la valeur constante $+V_{sat}$ ou $-V_{sat}$, avec ici $V_{sat} = 15$ V. Pour des tensions d'amplitude plus petite que V_{sat}/α, le bloc fonctionne en régime dit linéaire.

5- Proposer une origine possible de l'existence du phénomène de saturation.

Étude du système complet

On fabrique maintenant le système complet, en branchant les blocs A et B précédemment étudiés l'un à l'autre en série, comme indiqué sur le schéma suivant.

Le bloc B est de conception telle qu'il assure l'absence de courant de sortie pour le bloc A.

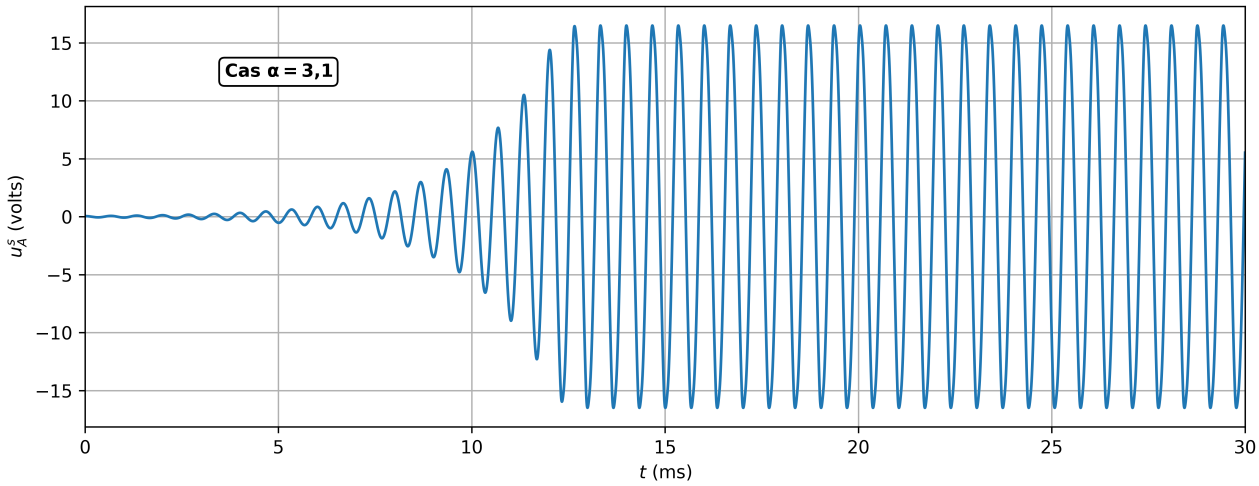


Même si les tensions appliquées au bloc B par son alimentation externe sont constantes, le système complet est susceptible d'auto-osciller, selon les conditions de réalisation fixées, à partir de bruits électriques : il peut générer une tension $u_A^s(t)$ quasi-sinusoïdale (faible distorsion) avec une certaine fréquence f_{osc}.

6- On considère un cas où le bloc B fonctionne en régime linéaire à tout instant. Établir une condition à respecter par le coefficient α du bloc B pour que des tensions sinusoïdales établies soient envisageables dans le système complet. On raisonnera pour une fréquence f quelconque pour laquelle le gain du bloc A est toujours notée $G_A(f)$.

7- Préciser ce que l'on sait dans ce cas de l'amplitude de la tension de sortie du bloc B.

La condition nécessaire établie à la question 6 est, en pratique, impossible à réaliser strictement. Toutefois, le système complet peut tout de même générer des oscillations quasi-sinusoïdales après un régime transitoire comme le montre la figure suivante obtenue par simulation numérique :



8- Commenter ce tracé à la lumière de tout ce qui précède. On discutera notamment le choix de la valeur du coefficient α et la fréquence f_{osc} des oscillations établies observables.

Fin de la partie C

Nom : Téléphone :

Prénom : Lycée :

Partie D
Problème 1
Jumelles

Durée conseillée : 1 heure.

Introduction

Le but de ce problème est d'étudier le fonctionnement d'une **paire de jumelles**. Une paire de jumelles est un système optique qui permet d'observer des objets lointains et de les grossir.

On regarde avec les deux yeux à travers les jumelles dans lesquelles le système optique de grossissement est répliqué pour chaque œil. Dans tout le problème, on s'intéressera à un seul de ces deux systèmes optiques.

FIGURE 1 – Paire de jumelles ; d'après Wikipédia `https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=39649394`

Chaque système optique est conçu pour donner en sortie une image à l'infini.

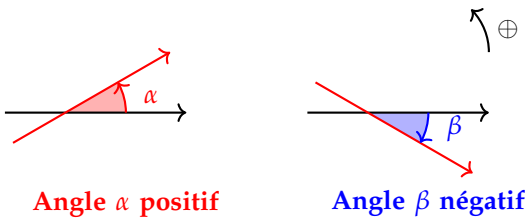
Formules et conventions d'orientation

On rappelle la **formule de conjugaison de Descartes** pour une lentille mince, de centre optique O et de distance focale f' :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

avec A la position de l'objet et A' la position de l'image, sur l'axe optique.

On donne ci-dessous les conventions d'orientation des angles orientés, le sens positif étant ici le **sens trigonométrique** :



Angle α positif **Angle β négatif**

I. Modélisation simplifiée des jumelles

Une jumelle est modélisée par deux lentilles minces convergentes : une première lentille $\mathcal{L}_1$, de centre optique O_1, de distance focale image $f'_1 = 200$ mm, appelée **objectif**, et une seconde lentille $\mathcal{L}_2$, de centre optique O_2, de distance focale image $f'_2 = 10$ mm, appelée **oculaire** (figure 2).

Le foyer principal image F'_1 de $\mathcal{L}_1$ et le foyer principal objet F_2 de $\mathcal{L}_2$ sont **confondus**.

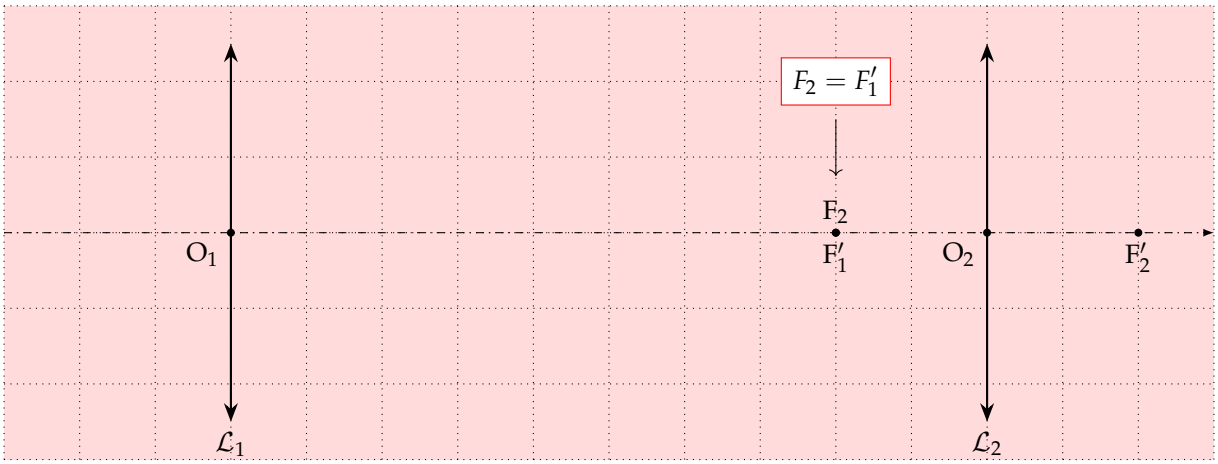
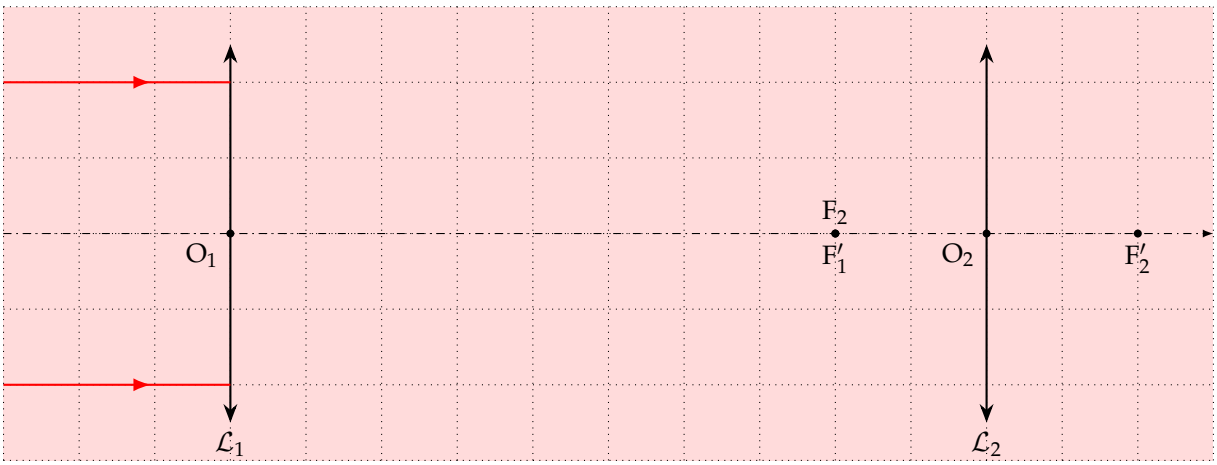


FIGURE 2 – Schéma optique simplifié d'une jumelle (échelle non respectée)

On se place dans les **conditions de Gauss** : les rayons sont peu inclinés et proches de l'axe optique.

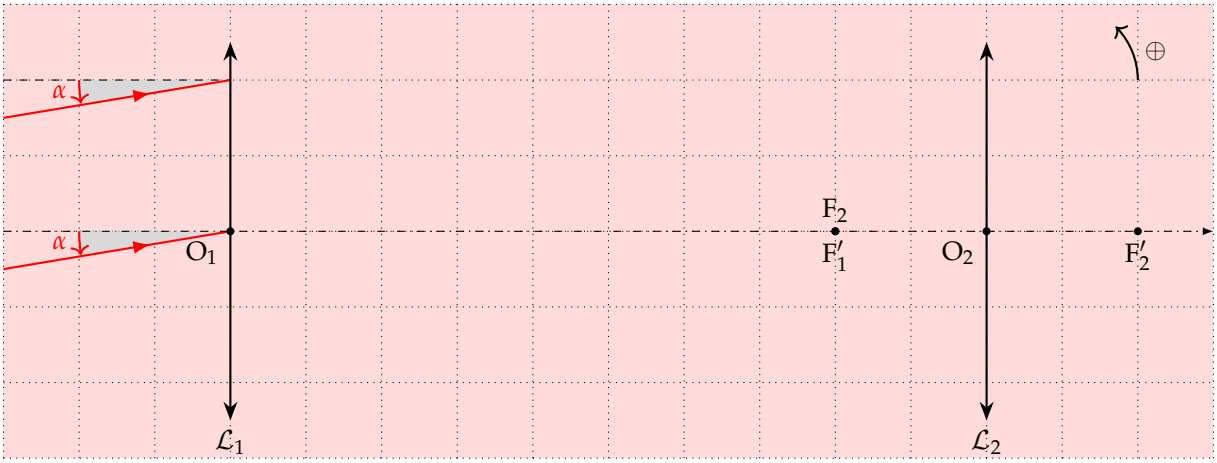
Q1. On considère un objet A à l'infini sur l'axe optique. Où se trouvent l'image A_1 de A par la lentille $\mathcal{L}_1$ et l'image A' de A_1 par la lentille $\mathcal{L}_2$? Justifier la nécessité de former l'image A' à cet endroit.

Q2. Construire le trajet des rayons lumineux sur le schéma ci-après.



On considère un objet B à l'infini, tel que les rayons provenant de B sont inclinés d'un angle orienté α par rapport à l'axe optique (α positif et petit devant 1).

Q3. Construire le trajet des rayons lumineux sur le schéma ci-après. Placer B_1, image de B par $\mathcal{L}_1$, et noter α' l'angle orienté que font les rayons émergents par rapport à l'axe optique.



Q4. Le grossissement G du système optique est par définition :

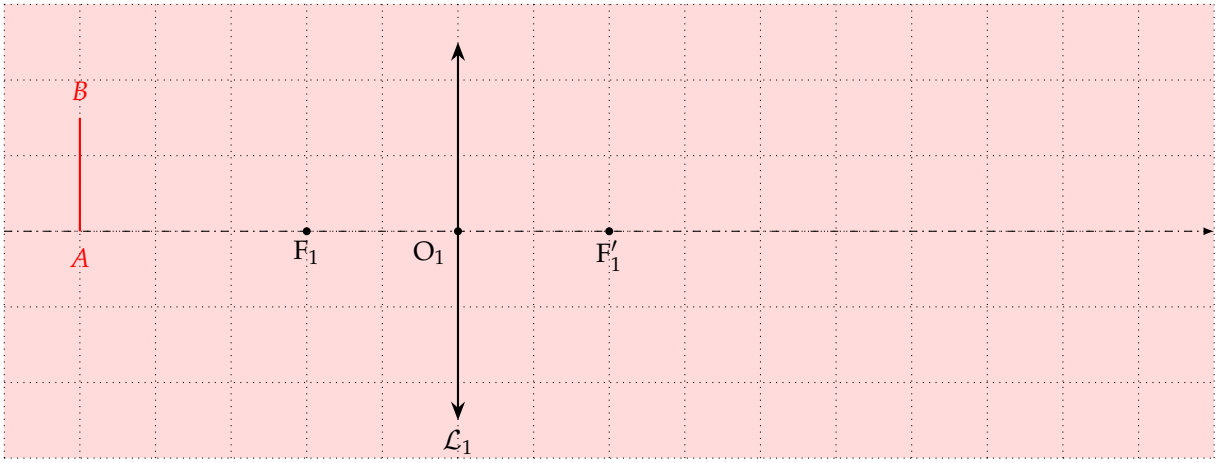
$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

Déterminer l'expression du grossissement G de ce système optique en fonction de f'_1 et f'_2 (on rappelle qu'on se place dans les conditions de Gauss).

Q5. Faire l'application numérique. Justifier que ce dispositif permet bien de voir les objets plus gros. Expliquer pourquoi l'image est retournée.

Les **jumelles de marine** permettent non seulement d'observer des objets à l'infini, mais également des objets proches (à distance finie). Pour observer ces objets proches, on fait tourner une molette qui permet d'éloigner l'oculaire de l'objectif : F'_1 est alors situé **avant** F_2 sur l'axe optique.

Q6. Sur le schéma ci-après, représenter l'image A_1B_1 de l'objet AB par la lentille $\mathcal{L}_1$.



Q7. Où doit se situer la lentille $\mathcal{L}_2$ par rapport à A_1 ? Représenter la lentille $\mathcal{L}_2$ sur le schéma précédent, ainsi que le trajet des rayons lumineux issus de A_1B_1 à travers $\mathcal{L}_2$.

Q8. On note d la distance $\overline{F_1'F_2}$ et $D = -\overline{O_1A}$ la distance positive à laquelle se situe l'objet A par rapport à l'objectif. Déterminer l'expression de D en fonction de d et f_1'.

Q9. L'oculaire a une amplitude de déplacement maximale $d_{\text{max}} = 10$ mm. Calculer jusqu'à quelle distance minimale D_{min} il est possible de voir un objet net à travers la jumelle de marine.

II. Prisme de Porro

On insère dans des jumelles un système de prismes, appelés prismes de Porro (figure 3).

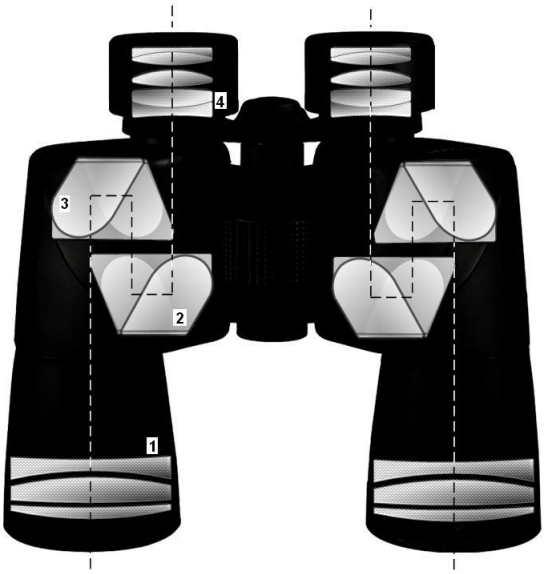


FIGURE 3 – Schéma optique de jumelles. **(1)** objectifs, **(2)** et **(3)** prismes de Porro et **(4)** lentilles d'oculaire ; d'après Wikipédia `https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=9734079`

On s'intéresse dans cette partie à l'un de ces prismes (figure 4, à gauche). Il est composé d'un verre transparent d'indice optique $n = 1,5$. Le prisme est entouré d'air dont l'indice optique vaut 1. La tranche d'un prisme de Porro (figure 4, à droite) a la forme d'un triangle ***KLM*** rectangle isocèle en ***K***. On s'intéresse à des rayons situés dans le plan (KLM). La lumière rentre par le dioptre (LM) et ressort par ce même dioptre (figure 4, à droite).

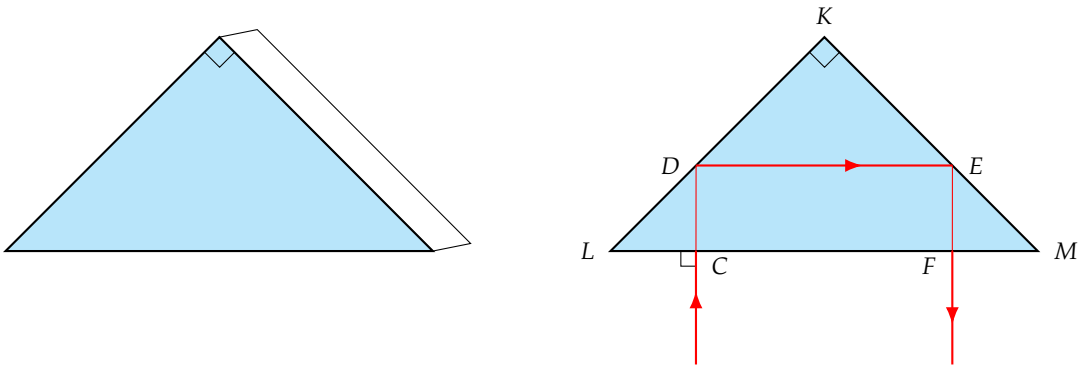


FIGURE 4 – Schéma d'un prisme de Porro (à gauche) ; schéma de la tranche d'un prisme de Porro et trajectoire d'un rayon arrivant sous incidence normale (à droite)

Q10. Justifier que les angles à la base du prisme sont égaux à $45°$.

On considère tout d'abord la trajectoire d'un rayon arrivant sous incidence normale en un point C du dioptre (LM) (figure 4, à droite).

Q11. Justifier que le rayon lumineux est non dévié après traversée du dioptre au point C.

Q12. Avec quel angle d'incidence i_1 (par rapport à la normale) le rayon arrive-t-il en D ? Il y a réflexion totale au point D si $n \sin(i_1) > 1$. Est-ce le cas ici ?

Q13. Déterminer l'angle d'incidence du rayon DE lorsqu'il arrive en E. On identifiera les angles introduits sur un schéma.

Q14. Justifier que le rayon incident sur le prisme et le rayon émergent de celui-ci sont parallèles.

On considère maintenant une situation où le rayon arrive sous un angle d'incidence quelconque i_1 dans le plan de la tranche du prisme de Porro (figure 5). On suppose qu'il y a réflexion totale sur les dioptres (LK) et (KM) du prisme. Les angles seront exprimés en radians et ne sont pas orientés (ils sont donc tous positifs).

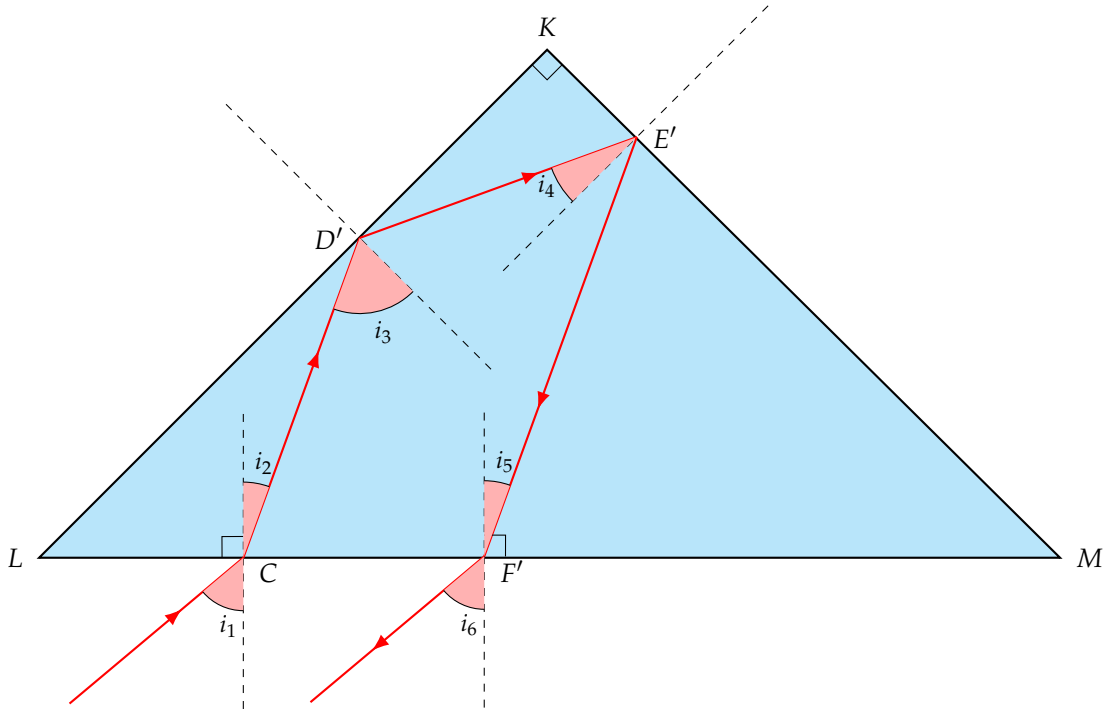


FIGURE 5 – Trajectoire d'un rayon arrivant sous une incidence quelconque dans le plan de la tranche du prisme de Porro (les valeurs relatives des angles ne sont pas respectées)

Q15. Déterminer l'expression de i_2 en fonction de i_1 et n.

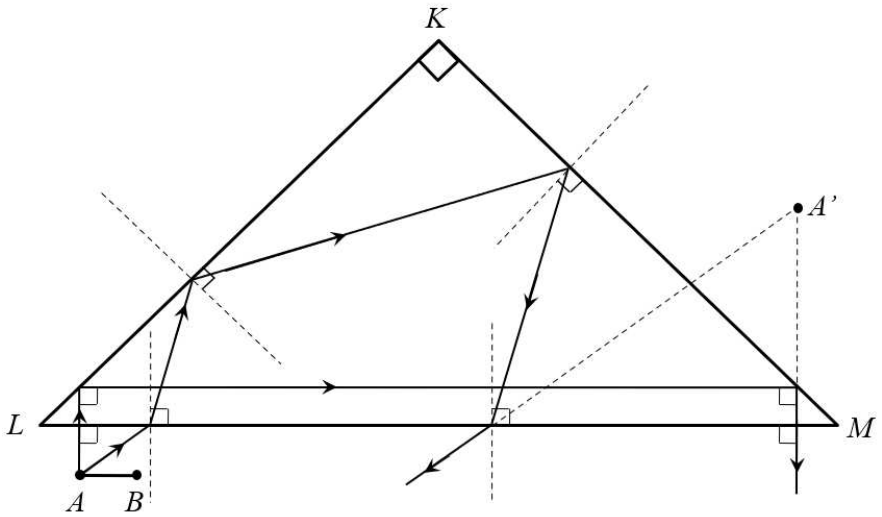
Q16. Déterminer l'expression de i_3 en fonction de i_2.

Q17. Déterminer l'expression de i_4 en fonction de i_2.

Q18. Montrer que $i_5 = i_2$ et en déduire que le rayon émergent en F' est parallèle au rayon incident en C. Justifier que l'image d'un objet à l'infini par un prisme de Porro est à l'infini.

Q19. On cherche à tracer l'image $A'B'$ d'un objet AB, situé à distance finie, par le prisme de Porro. On a tracé le trajet de deux rayons issus de A, ce qui a permis de déterminer la position de A'.

Tracer sur le schéma ci-après le trajet de deux rayons issus de B, afin de déterminer la position de B'. Tracer alors l'image $A'B'$ de AB.



Au sein des jumelles, on a en fait une succession de deux prismes de Porro, tournés de 90° l'un par rapport à l'autre. La figure 6 présente comment est vu un « F » situé à l'infini, après traversée des deux prismes de Porro tournés de 90° l'un par rapport à l'autre.

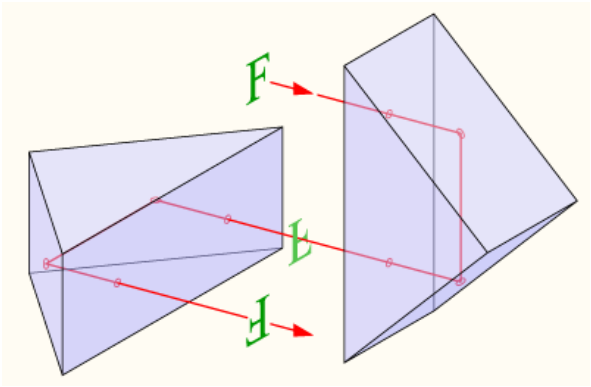


FIGURE 6 – Association de prismes de Porro dans une jumelle ; d'après Wikipédia `https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1864513`

Q20. Expliquer qualitativement l'intérêt de l'association de deux prismes de Porro entre l'objectif et l'oculaire d'une paire de jumelles.

Fin de la partie D