# Mesure de masse (10 points)

Ce problème expérimental vise à mesurer une masse. Nous mesurons cette masse en utilisant les caractéristiques de la résonance d'un oscillateur harmonique.

### Dispositif expérimental

Vous trouverez ci-dessous la liste des éléments (Fig. 1). S'il y en a plusieurs, le nombre de pièces est indiqué entre crochets [ ] .

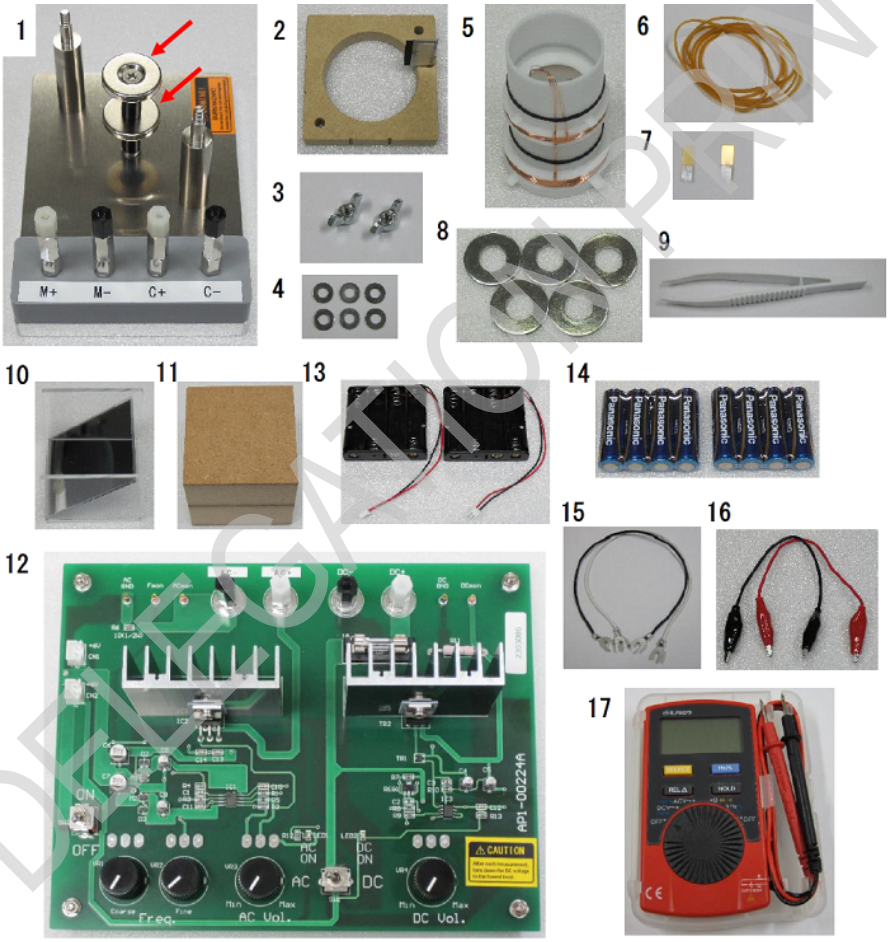


Figure 1 : Dispositif expérimental.

1. Base du montage :

   **Remarque :** la paire d'aimants disposés sur la base créent un champ magnétique radial et indépendant de l'altitude sur une hauteur de $\pm 3$ mm autour du plan médiateur de la paire d'aimants.

2. Support de l'oscillateur

3. Ecrous papillon [2] :

   **Note :** Les éléments 2 et 3 seront à retirer d'un emballage qui les contient.

4. Petites rondelles [6]

DELEGATION PRINT

5. Oscillateur cylindrique
6. Élastiques [6]
7. Pointeurs autocollants [2]
8. Grosses rondelles de lest [5]
9. Pince à épiler
10. Miroir
11. Bloc élévateur
12. Alimentation (Alim) :

    Un commutateur permet de choisir le mode AC ou DC :

    • En mode DC, elle fonctionne comme une source de courant continu. Tourner le bouton "`DC Vol.`" pour ajuster le courant. La valeur du courant est obtenue à partir de la tension entre "`DCmon`" et "`DC GND`" en utilisant le facteur de conversion $1.00$ A/V.

    • En mode AC, il fonctionne comme une source de tension sinusoïdale. Tourner le bouton "`AC Vol`" pour régler l'amplitude de la tension. Le courant délivré dans ce mode est obtenu à partir de la tension entre "`ACmon`" et "`AC GND`" en utilisant le facteur de conversion $0.106$ A/V. La fréquence (Freq.) peut être réglée à l'aide des boutons de réglage "Coarse" (Grossier) et "Fine" (Fin).
13. Supports de piles [2]
14. Piles [8]
15. Fils électriques à l'extrémité en forme de U [2]
16. Fils électriques à pinces crocodiles [2]
17. Multimètre numérique (noté DMM) :

    Tourner le bouton central pour sélectionner le mode de mesure désiré, "`DCV`", "`ACV`" ou "`Hz`". En mode "`ACV`", noter que la valeur de la tension affichée est sa valeur quadratique moyenne (RMS), c'est-à-dire sa valeur efficace.

**Modélisation du système**

La figure 2 est un modèle simplifié du dispositif expérimental. Il s'agit essentiellement d'un oscillateur harmonique forcé.

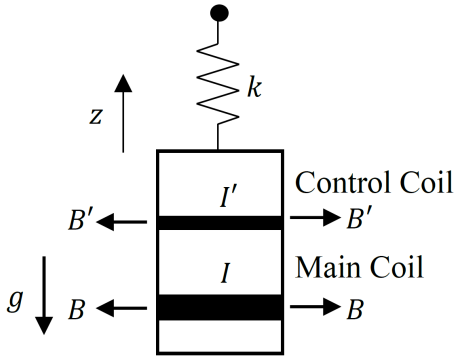


Figure 2 : Modèle d'oscillateur harmonique.

DELEGATION PRINT

Les paramètres pertinents sont les suivants :

- $M$ : masse de l'oscillateur cylindrique
- $m$ : masse d'une grosse rondelle de lest (élément 8)
- $N$ : le nombre de grosses rondelles de lest utilisées
- $g$ : accélération de la pesanteur
- $k$ : constante de raideur du ressort relative au mouvement vertical
- $z$ : altitude (position verticale) de l'oscillateur
- $z_{\mathrm{e}}$ : altitude de la position d'équilibre de l'oscillateur en l'absence de courants et de pesanteur.
- $B$ (resp. $B'$) : champ magnétique appliqué à la bobine principale (resp. de contrôle)
- $L$ (resp. $L'$) : longueur du fil conducteur de la bobine principale (resp. de contrôle)
- $I$ (resp. $I'$) : courant traversant la bobine principale (resp. de contrôle)
- $\alpha$ : coefficient positif de la force de trainée.

L'équation du mouvement est donnée par :

$$(M+Nm)\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} = -(M+Nm)g - k(z-z_{\mathrm{e}}) + BLI + B'L'I' - \alpha\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}. \tag{1}$$

**Construction de l'oscillateur**

1. Retirer le support de l'oscillateur (2) de la base de montage (1). Enrouler les élastiques autour du support en formant un quadrillage (voir Fig. 3(a)).
2. Insérer l'oscillateur cylindrique (5) à l'intérieur du carré formé par les élastiques croisés (Fig. 3(b)) en faisant dépasser sa plus grande partie du côté de la règle fixée au support (2). Placer les fils conducteurs du côté opposé à la règle (Fig. 3(b)).
3. L'oscillateur cylindrique (5) est conçu pour être suspendu au support (2) à l'aide de quatre élastiques (rubber band) et de huit petits ergots (notés "hook" et entourés en rouge sur la figure 3(c)). Chaque élastique est associé à deux ergots (placés l'un au-dessus du support et l'autre au-dessous). L'élastique forme alors un losange tronqué sur la vue de côté de la figure 3(c).

   **Remarque :** dans cette expérience, nous pouvons supposer que la force effective due aux élastiques obéit à la loi de Hooke.
4. A l'aide de deux écrous papillons (3), fixer à nouveau le support aux pieds de fixation de la base du montage. La règle doit être du côté supérieur du support et non du côté des pieds de fixation (Fig. 3(d)).
5. Assurer la verticalité de l'oscillateur : son axe doit être vertical et confondu avec celui des aimants.
6. Au repos, la bobine principale (M pour "Main") doit se trouver au voisinage du plan médiateur des deux aimants. Dans ce cas, la distance entre la surface supérieure de l'aimant inférieur et la surface inférieure de l'oscillateur doit être comprise entre 3 et 5 mm (flèche rouge de la figure 3(e)). Si elle est trop basse, utiliser de petites rondelles (4) comme cales entre les pieds de fixation et le support (flèches rouges de la figure 3(f)). Si elle est trop haute, dévisser le pied de l'aimant de la base du montage (1) et ajouter de petites rondelles (4) comme cales sous le pied (flèche jaune de la figure 3(f)).

DELEGATION PRINT

7. Enlever la protection de la partie adhésive des pointeurs (figure 4(a)). Coller le pointeur sur la partie plane de l'ergot situé en face de la règle du support pour mesurer la position verticale de l'oscillateur (figure 4(b)).
8. Placer le miroir sur le bloc élévateur (figure 4(c)). S'assurer de pouvoir lire la position du pointeur sur la règle en regardant à travers le miroir (cercle rouge de la figure 4(d)).

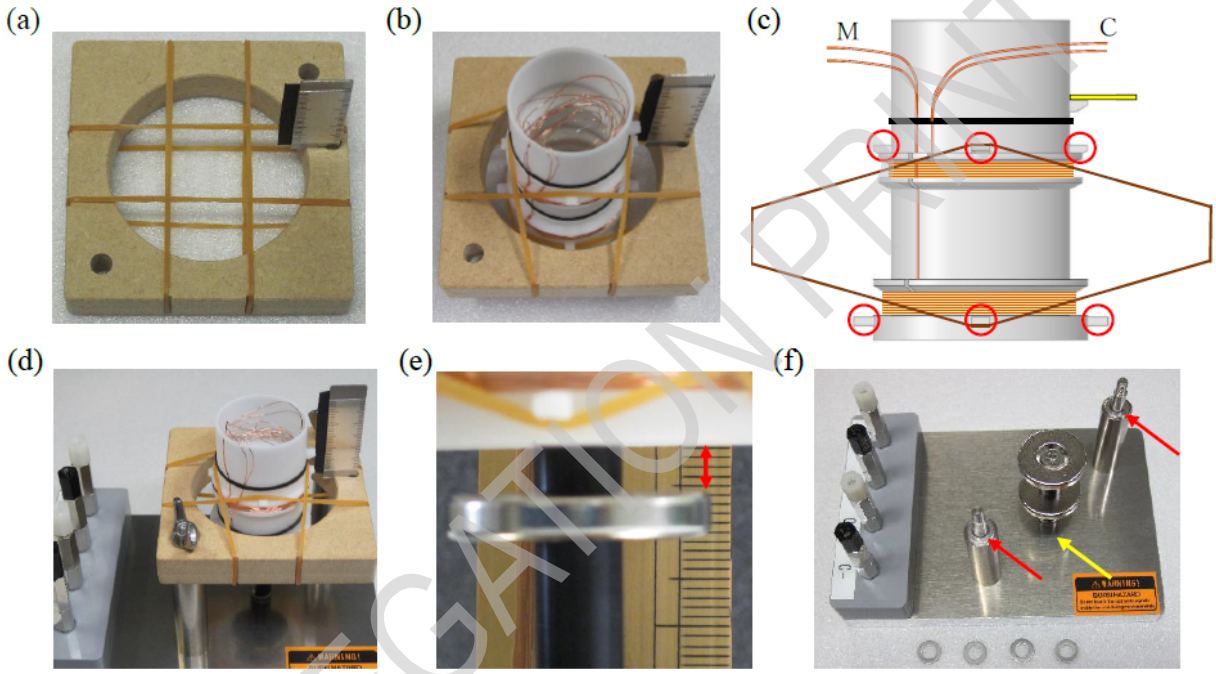


Figure 3 : Installation de l'oscillateur.

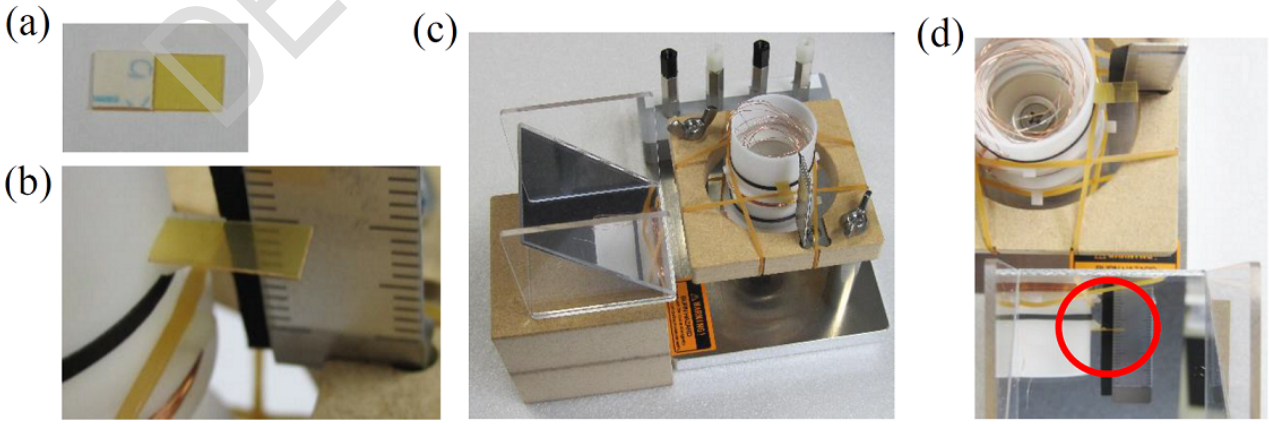


Figure 4 : Installation du pointeur et du miroir.

DELEGATION PRINT

**Câblage**

1. Repérer et tirer doucement les fils menant respectivement aux bobines principale (M) et de contrôle (C) (Fig. 3(c)) depuis l'intérieur de l'oscillateur cylindrique (Fig.3(b)). Vérifier que la partie argentée des extrémités libres n'a pas été arrachée.
2. Desserrer la vis des bornes M+ et M- pour laisser des espaces libres. Utiliser les espaces libres inférieurs pour fixer les fils de la bobine principale (M) (Fig. 5(a), (b)). La vérification de la polarité sera faite plus tard.
3. Fixer de la même manière les fils de la bobine de contrôle aux bornes marquées C+ et C- (le choix des bornes est sans importance).
4. Placer les piles dans leurs supports et les connecter aux bornes CN1 et CN2 de l'alimentation (Fig. 5(c)).
5. Connecter les bornes M+ et M- à la sortie DC (DC+ et DC-) de l'alimentation à l'aide des fils électriques à l'extrémité en forme de U.
6. Commuter l'alimentation en mode DC et mettre l'alimentation sous tension (ON).
7. Tourner le bouton "DC Vol." pour régler le courant. Vérifier si l'oscillateur se déplace vers le haut de $2$ mm ou plus. S'il se déplace vers le bas, échangez les fils des bornes M+ et M- pour inverser la polarité à l'étape 2 et réessayer.

**Attention :** Pièces chaudes. Attention aux bobines et aux aimants. Diminuer la tension de sortie DC au minimum à la fin de chaque étape.

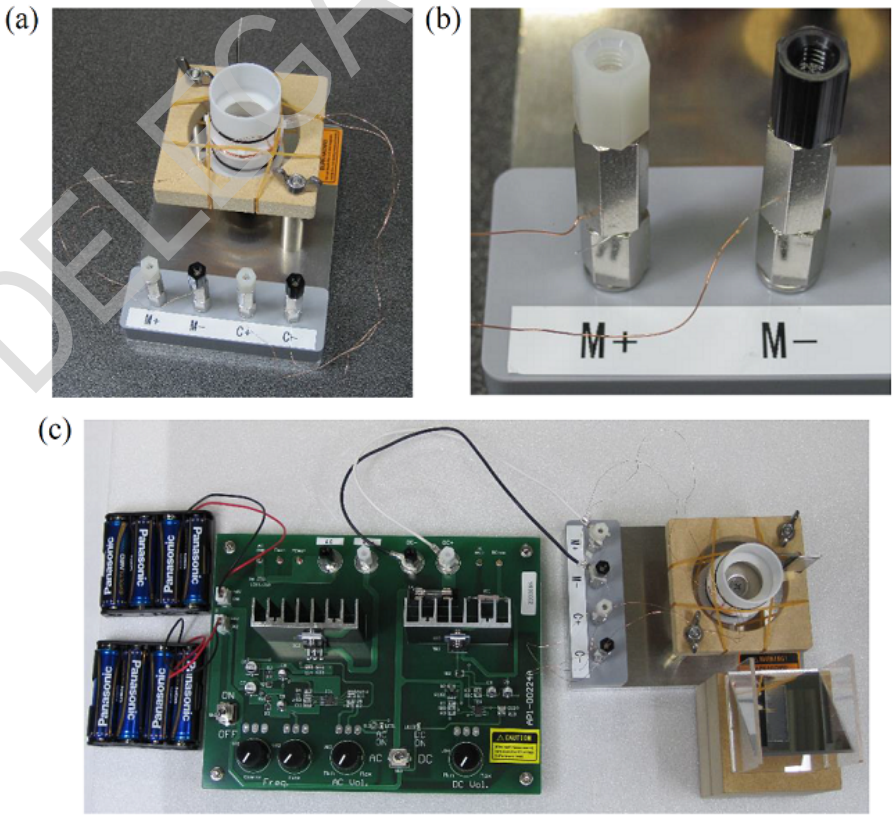


Figure 5 : (a), (b) Bornes de liaison câblées, (c) L'ensemble de l'installation câblée, y compris l'alimentation et les piles.

DELEGATION PRINT

**Test de l'oscillateur**

1. Connecter les bornes M+ et M- à la sortie AC (AC+ et AC-) à l'aide des fils électriques à l'extrémité en forme de U.
2. Commuter l'alimentation en mode AC et mettre l'alimentation sous tension.
3. Tourner le bouton "AC Vol." dans le sens des aiguilles d'une montre en commençant par le minimum jusqu'à un quart de tour. Ajuster la fréquence avec le bouton de contrôle "Coarse" pour commencer l'oscillation.
4. Ajuster la tension de sortie AC et la fréquence pour que l'oscillation ait une amplitude d'environ $A = 3$ mm (Fig.6). Si l'oscillation est instable, ajuster au mieux les réglages de l'oscillateur.
5. Déconnecter l'alimentation des bornes M+ et M- et connecter les bornes C+ et C- à la sortie AC de l'alimentation.
6. Mettre l'alimentation sous tension et vérifier l'oscillation.

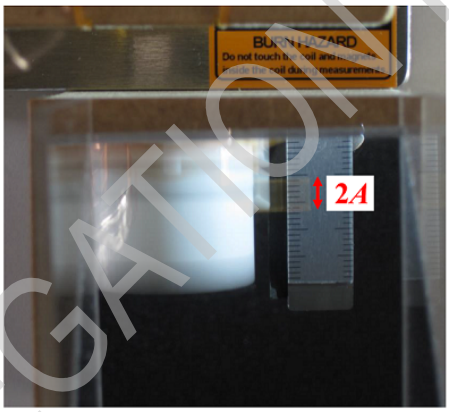


Figure 6 : Visualisation des oscillations à travers le miroir.

DELEGATION PRINT

## Partie A. Loi de Hooke et forces électromagnétiques (2,4 points)

| | | |
|---|---|---|
| **A.1** | Dessiner sur la feuille de réponses les lignes de champ magnétique dues aux deux aimants identiques dont les pôles nord (N) sont tournés l'un vers l'autre. | 0.4pt |

| | | |
|---|---|---|
| **A.2** | Connecter les bornes M+ et M- à la sortie DC. Brancher le multimètre sur les bornes pour la lecture du courant DC en utilisant les fils de la pince crocodile (Fig. 7).<br>Relever la position verticale $z$ de l'oscillateur à un courant continu nul sans ajouter de grosse rondelle de lest, ce qui correspond au cas $N = 0$.<br>La reporter dans le **tableau A.2**.<br>Placer une rondelle de lest ($N = 1$) à l'intérieur du cylindre de l'oscillateur et noter la nouvelle position verticale $z$ à laquelle l'oscillateur s'immobilise.<br>Quel est le courant continu $I$ circulant dans la bobine principale pour ramener l'oscillateur à la hauteur où il se trouvait sans rondelle ?<br>Répéter les mesures en augmentant $N$ jusqu'à $5$ pour remplir le **tableau A.2**. | 0.6pt |

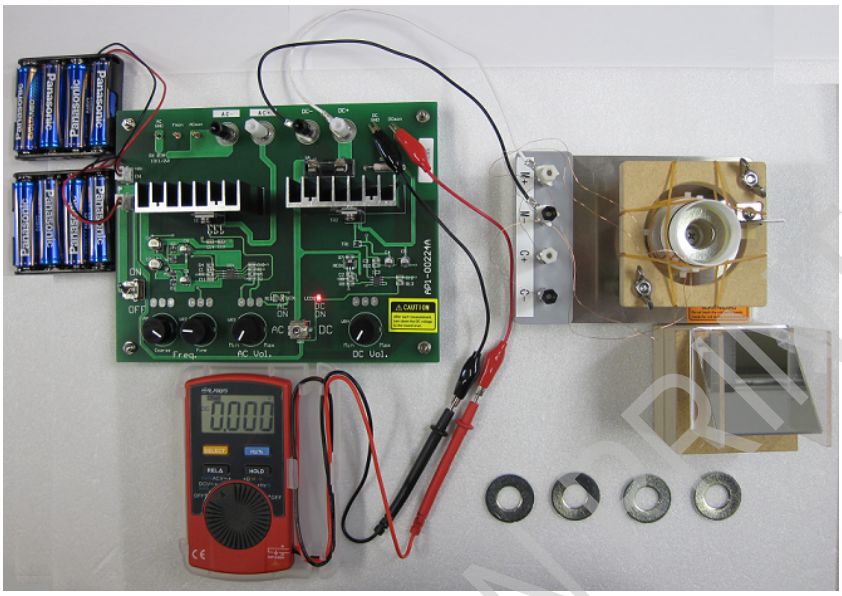


Figure 7 : Les fils du multimètre numérique sont connectés. L'oscillateur avec une rondelle de lest à droite.

| | | |
|---|---|---|
| **A.3** | Représenter graphiquement le nombre de rondelles de lest $N$ en fonction de la hauteur $z$. Déterminer graphiquement la pente $a = \dfrac{\Delta z}{\Delta N}$ et son incertitude. | 0.7pt |

| | | |
|---|---|---|
| **A.4** | Représenter graphiquement le nombre de rondelles de lest $N$ en fonction du courant $I$. Déterminer graphiquement la valeur de $b$ définie comme $b = \frac{I}{N}$ et son incertitude. | 0.7pt |

## Partie B. Force électromotrice induite (3,0 points)

| | | |
|---|---|---|
| **B.1** | Supposons qu'un courant alternatif à la fréquence $f$ soit appliqué à la bobine de contrôle sans rondelle de lest. La hauteur de l'oscillateur varie de façon sinusoïdale en fonction du temps sous la forme : $$z - z_0 = A\sin(2\pi f t) \quad (2)$$ où $z_0$ est la position d'équilibre et $A$ l'amplitude des oscillations. Écrire l'expression de l'amplitude $V$ de la force électromotrice induite dans la bobine principale. | 0.2pt |

DELEGATION DRAFT

| | | |
|---|---|---|
| **B.2** | Connecter les bornes C+ et C- à la sortie AC de l'alimention. Brancher le multimètre à "Fmon" et "AC GND" pour lire la fréquence.<br>Ajuster la fréquence et la tension de sortie pour produire une oscillation régulière d'amplitude appropriée. Mesurer la fréquence $f_B$ et la reporter sur la feuille de réponses.<br>Relier le multimètre numérique aux bornes M+ et M-. La fréquence étant fixée, faire varier la tension de sortie et mesurer l'amplitude de l'oscillation $A$ et la tension efficace $V_{\text{eff}}$ induite dans la bobine principale (M). On rappelle que $V_{\text{eff}} = V/\sqrt{2}$. Remplir le **tableau B.2** comme il convient. | 0.5pt |

| | | |
|---|---|---|
| **B.3** | Représenter graphiquement $V_{\text{eff}}$ en fonction de $A$. Déterminer graphiquement la valeur de $c$ définie comme $c = \dfrac{V_{\text{eff}}}{A}$ et son incertitude à partir du graphique. | 0.7pt |

| | | |
|---|---|---|
| **B.4** | Calculer $BL$ et son incertitude en utilisant les résultats de **B.3**. | 0.4pt |

| | | |
|---|---|---|
| **B.5** | En utilisant les résultats de **A.3**, **A.4** et **B.4**, calculer les valeurs de $m$ et $k$ et évaluer leurs incertitudes. Utiliser l'accélération de la pesanteur, $g = 9.80$ m/s$^2$, le cas échéant. | 1.2pt |

## Partie C. Fréquence de résonance en fonction de la masse (2,3 points)

Pour les expériences suivantes, utiliser la bobine principale (M) pour exciter l'oscillateur. Modifier les connexions en conséquence.

| | | |
|---|---|---|
| **C.1** | Écrire l'expression de la fréquence de résonance $f$ de l'oscillateur avec un nombre $N$ de rondelles de lest. On notera la constante du ressort $k'$, valeur potentiellement différente $k$. | 0.2pt |

| | | |
|---|---|---|
| **C.2** | Exciter l'oscillateur en reliant la sortie AC de l'alimentation en courant alternatif à la bobine principale (M). Mesurer la fréquence de résonance $f$, pour différentes valeurs du nombre de rondelles de lest ($N = 0$ à $5$) et reporter les valeurs dans le **tableau C.2.** | 0.5pt |

| | | |
|---|---|---|
| **C.3** | En utilisant les résultats de **C.2**, déterminer graphiquement les valeurs de $\frac{M}{k'}$ et $\frac{m}{k'}$ à l'aide d'une représentation graphique adéquate. Reporter les valeurs obtenues sur la feuille de réponses. Si vous devez calculer d'autres grandeurs physiques, les reporter dans les espaces vides du **tableau C.2.** | 1.0pt |

| | | |
|---|---|---|
| **C.4** | Quelle est la valeur de $\frac{M}{m}$ ?<br>Calculer $M$ et $k'$ en utilisant les résultats de **B.5**. | 0.6pt |

DELEGATION PRINT

## Partie D. Caractéristiques de résonance (2,3 points)

Lorsqu'une force périodique d'amplitude $F_{\text{AC}}$ et de fréquence $f$ agit sur l'oscillateur sans rondelles de lest, l'évolution de l'amplitude d'oscillation $A$ en fonction de la fréquence $f$ est bien décrite par la formule suivante et présentant une résonance :

$$A(f) = \frac{F_{\text{AC}}}{8\pi^2 M f_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{(f-f_0)^2 + (\Delta f)^2}}. \tag{3}$$

Ici $\Delta f = \dfrac{\alpha}{4\pi M}$. Cette équation n'est valable que dans la gamme de fréquences telle que $|f - f_0| \ll f_0$.

Dans cette partie, les caractéristiques de résonance sont utilisées pour obtenir la masse de l'oscillateur, $M$, en supposant que l'équation (3) est toujours valide.

| | | |
|---|---|---|
| **D.1** | Exciter l'oscillateur en alimentant la bobine principale à l'aide de la sortie AC de l'alimentation. Ajuster la fréquence et la tension de sortie pour produire une résonance d'amplitude appropriée.<br>Mesurer et reporter la tension efficace $V_{\text{eff,AC}}$ entre "ACmon" et "AC GND" dans la feuille de réponses.<br>En utilisant les résultats de **B.4**, calculer l'amplitude $F_{\text{AC}}$ de la force électromagnétique périodique agissant sur l'oscillateur. | 0.4pt |

| | | |
|---|---|---|
| **D.2** | Noter dans le **tableau D.2** l'amplitude $A$ de l'oscillation lorsque l'on fait varier la fréquence $f$. Une amplitude constante $F_{\text{AC}}$ de la force appliquée doit être maintenue tout au long de la mesure.<br>Représenter graphiquement l'amplitude $A$ en fonction de la fréquence $f$. | 0.9pt |

| | | |
|---|---|---|
| **D.3** | En utilisant les résultats de **D.1** et **D.2**, déterminer la valeur de $M$. | 1.0pt |

DELEGATION PRINT