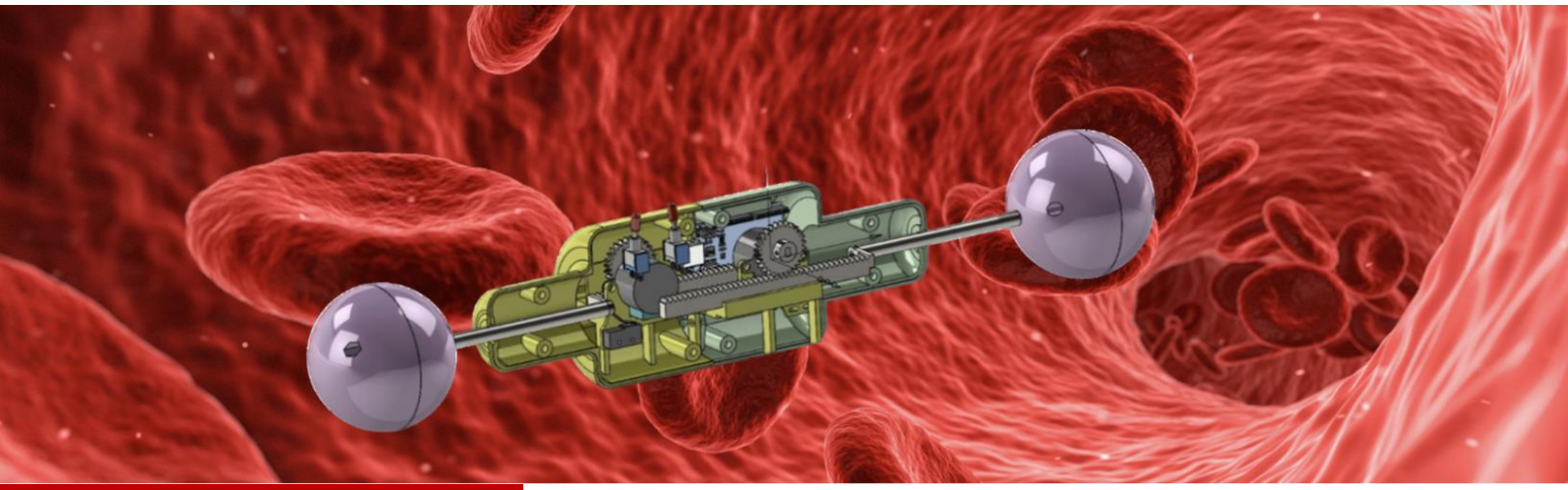
Concours CGénial 2023

Compte rendu

La micronatation des nanorobots



Lycée Polyvalent du Parc des Loges

Présenté par :

Mohammed Mokrane
Rochan Ramassamy
Mallaury Hernandez
Antoine Korczak
Marine Courier
Flore De Thy-Saraiva

Sommaire

Introduction ……2

L'équipe et son organisation ……2

1. Notions de physique utiles ……3

1.1. Viscosité dynamique……3

1.2. Equation de Navier-Stokes……3

1.3. Nombre de Reynolds……4

1.4. Régime de Stokes……5

2. Natation en régime de Stokes ……7

2.1. Natation des microorganismes (micronatation)……7

2.2. Quelques types de nageurs artificiels envisagés……9

2.2.1. Nageur à palette et réversibilité…… ...6

2.2.2. Nageur à tête oscillante (testé)……9

2.2.3. Nageur à queue oscillante (testé)……11

2.2.4. Nageur à hélice……11

2.3. Modèle de nageur proposé par Najafi et Golestanian……11

3. Simulation numérique et réalisation concrète d'un nageur de Najafi et Golestanian……13

3.1. Définition du prototype et du milieu ……13

3.2. Conception mécanique et électrique ……15

3.3. Programmation……16

3.4. Simulation numérique……17

3.5. Réalisation de l'expérience ……20

Conclusion et perspectives……21

Annexe

Bibliographie……22

Annexe A - Adimensionnement de l'équation de Navier Stokes – Nombre de Reynolds……23

Annexe B – La programmation de la simulation du déplacement de notre prototype……24

Annexe C – La programmation des moteurs du prototype……25

Introduction

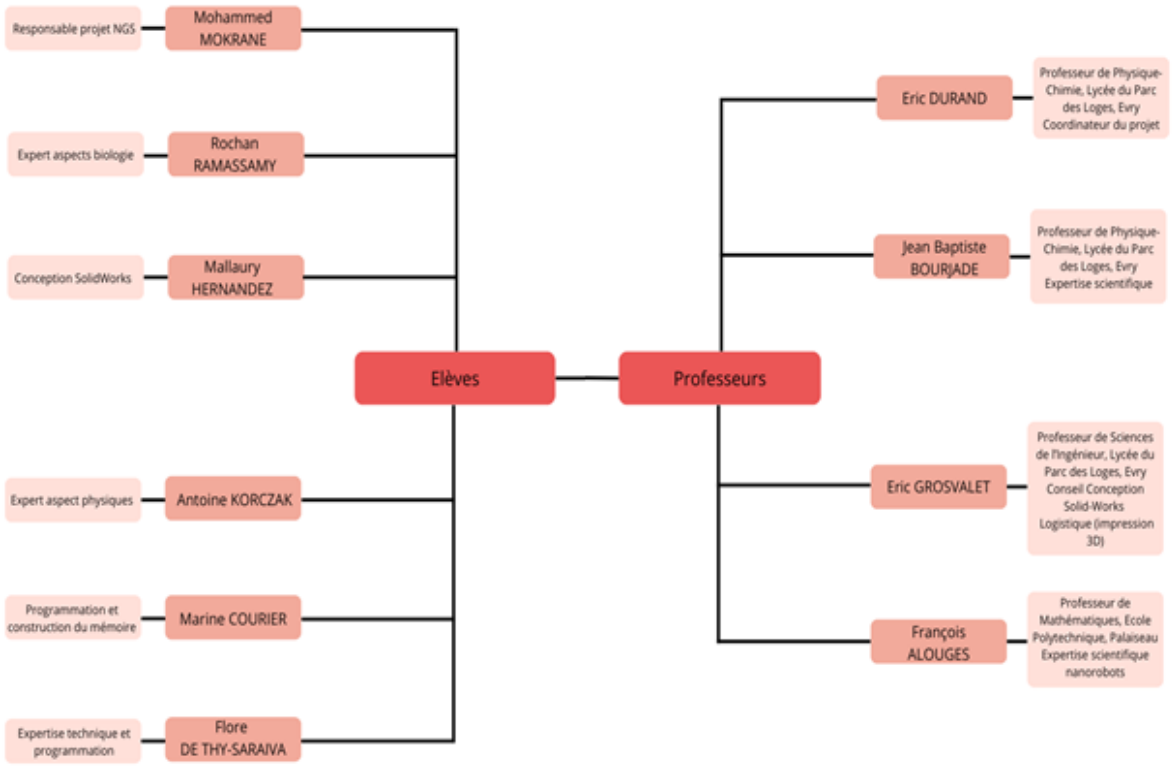
Au départ, lorsqu'il nous a été proposé de participer à ce concours, nos professeurs nous ont demandé de trouver nous-mêmes le thème du projet, afin que l'équipe soit parfaitement motivée. Une idée qui plaisait à plusieurs d'entre nous était de réaliser une " boîte antigravité " où un objet serait en apesanteur. Après réflexion cela nous a paru complexe à réaliser, de plus les applications étaient un peu floues et nos enseignants nous ont incité à réfléchir à des thèmes aux applications concrètes. C'est alors que l'un d'entre nous a proposé de s'intéresser à un objet en apesanteur apparente : un nanorobot évoluant dans le sang.

L'idée de départ était d'étudier comment on pourrait contrôler ses mouvements. Par la suite, dès les premiers contacts avec des experts, il est apparu que la propulsion d'un tel objet était un problème beaucoup plus complexe que celui du pilotage.

En effet, nager suppose en gros que l'on pousse du fluide au repos, qui s'évacue ailleurs ; puis on recommence. Or pour un nanorobot, le sang est extrêmement visqueux et les forces d'inerties étant inexistantes, tous les modes de natation par mouvements périodiques (battements par exemple) est impossible ; et d'autres modes (hélice par exemple) posent des problèmes pratiques.

D'où notre problématique : **comment faire avancer un robot dans un fluide visqueux ?**

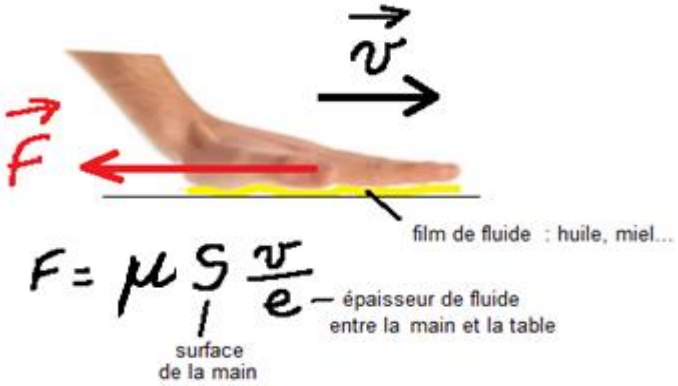
L'équipe et son organisation



1.Notions de physique utiles

1.1. Viscosité dynamique

Pour comprendre cette notion, supposons que vous mettiez un fin film d'huile sur la surface de votre main.



Appelons F la norme de la force de frottement subie par votre main si vous la déplacez à la vitesse v, cette force de frottement est proportionnelle à v et à la surface de votre main, et inversement proportionnelle à l'épaisseur du film.

Plus précisément, $F = \mu \frac{S}{e} \frac{dV}{dZ}$ où dV est la différence de vitesse entre les deux faces du fluide d'épaisseur dZ .
$\frac{dV}{dZ}$ est une dérivée spatiale de V (« gradient de vitesse »).

Le coefficient de proportionnalité μ est nommé « viscosité dynamique » du fluide. Si vous recommencez l'expérience avec du miel, le force de frottement sera bien supérieure, et la viscosité aussi.
Son unité standard est le $N.m^{-2}.s^{-1} = Pa.\ s^{-1}$

La viscosité dynamique permet entre autres de caractériser la résistance d'un fluide lors d'un écoulement laminaire. (cf. annexe B : mesure de la viscosité de la glycérine par chute de bille).

1.2. Equation de Navier-Stokes

George Gabriel Stokes né en 1819 en Irlande et mort en 1903 est un mathématicien et physicien britannique reconnu mondialement notamment pour ses recherches sur le comportement des fluides visqueux. Il a entre autres réalisé la découverte de l'équation de Navier-Stokes qui est l'équation qui domine la mécanique des fluides.

L'équation de Navier-Stokes est l'équation centrale de la Mécanique des Fluides.
Elle n'a à ce jour pas de solution générale ; mais tout problème d'hydrodynamique a ses conditions particulières qui permettent de faire des hypothèses simplificatrices ; on peut alors la résoudre.

Equation de Navier Stokes $\rho\left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V}\right) = -\vec{\nabla}P + \mu\Delta\vec{V}$

- ✓ ρ masse volumique du fluide
- ✓ Vitesse du fluide $\vec{V} = [V_x\ V_y\ V_z]$
- ✓ $\vec{V}.\vec{\nabla} = V_x\frac{d}{dx} + V_y\frac{d}{dx} + V_z\frac{d}{dx}$ opérateur appliqué ici à chacune des coordonnées de $\vec{V}$
- ✓ $\vec{\nabla} = \frac{d}{dx}\frac{d}{dx}\frac{d}{dx}$ opérateur nabla appliqué à la grandeur scalaire P

  μ viscosité dynamique du fluide
- ✓ $\vec{\Delta} = \frac{d^2}{d^2x} + \frac{d^2}{d^2y} + \frac{d^2}{d^2z}$ opérateur Laplacien (ici appliqué à chaque coordonnée de $\vec{V}$)

1.3. Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds a été introduit par George Gabriel Stokes en 1851, mais il a été nommé d'après Osborne Reynolds. Le nombre de Reynolds est en hydrologie un nombre sans dimension qui exprime le rapport des forces d'inertie (forces apparentes liées au fait qu'un fluide en mouvement poursuit ce mouvement naturellement ; dépendant du temps) aux forces de viscosité (forces de frottements fluides)

Ce nombre sans dimension apparaît en adimensionnant les équations de Navier-Stokes (annexe A)

Ceci veut dire concrètement que la solution de l'équation de Navier Stokes dépend pour l'essentiel de ce nombre. Deux écoulements similaires et de même nombre de Reynolds auront donc la même solution.

On le définit de la manière suivante :

$$Re = \frac{V \times L_c \times \rho}{\mu}$$

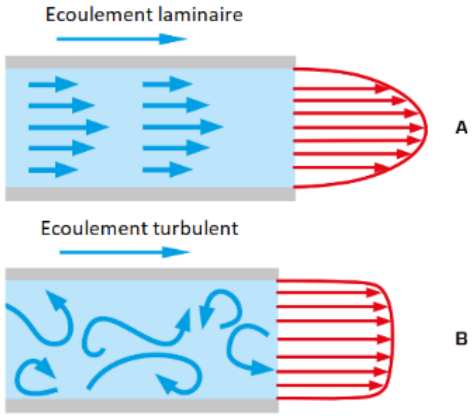
V : vitesse caractéristique du fluide (m s^{-1}) (vitesse à distance de la paroi),

L_c dimension caractéristique de l'écoulement (m) (longueur de la plaque, diamètre intérieur du tube, diamètre extérieur du cylindre, etc.),

μ : viscosité dynamique du fluide (Pa.s)

ρ : masse volumique du fluide (kg m^{-3})

En mécanique des fluides, le nombre de Reynolds permet notamment de caractériser le mouvement d'un fluide. Sa valeur permet d'indiquer si l'écoulement suit un motif laminaire ou turbulent.



Comme tout nombre sans dimension, c'est un quotient, une comparaison. Dans ce cas, c'est la relation entre les termes convectifs et les termes visqueux des équations de Navier-Stokes qui régissent le mouvement des fluides.

Le nombre de Reynolds intervient par ailleurs dans ce que l'on appelle la « similitude des écoulements » : on peut par exemple modéliser les écoulements autour d'un avion ou d'un sous-marin en utilisant des maquettes de dimensions réduites, du moment que le nombre de Reynolds dans les deux situations est identique.

C'est ainsi que nous verrons (3.3) qu'il est possible de modéliser le comportement d'un nanorobot (taille caractéristique 10µm) dans le sang par une maquette de longueur caractéristique de plusieurs centimètres, en remplaçant le sang par un liquide très visqueux comme du détergent liquide ou de la glycérine.

1.4. Régime de Stokes

Le régime de Stokes se caractérise par l'écoulement lent d'un fluide visqueux dans un milieu étroit ou autour d'un petit objet. Les effets visqueux du fluide en question dominent les effets de l'inertie.

Dans ces conditions le terme d'inertie $\rho\left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V}\right)$ $soit$ $\frac{d\vec{V}}{dt}$ est nul car les effets d'inertie sont inexistants.

L'équation de Navier-Stokes devient l'équation de Stokes tout court : $\nabla\vec{P} = \Delta\vec{V}$

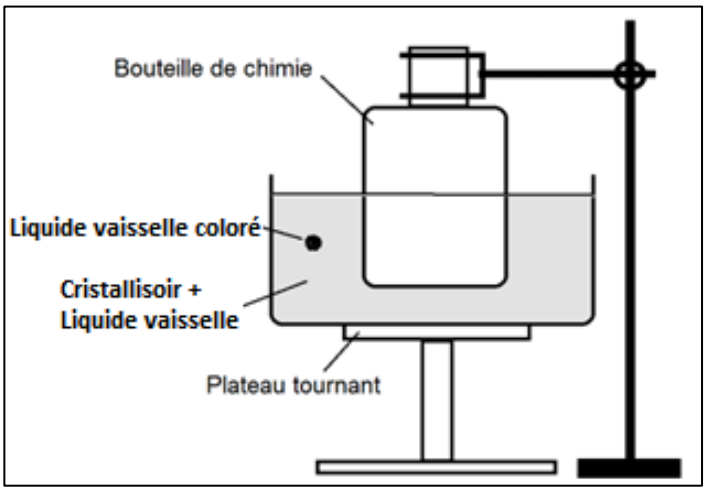
En pratique il y a régime de Stokes lorsque le nombre de Reynolds est très inférieur à 1.

Lors d'un écoulement de Stokes les fluides visqueux acquièrent la capacité d'être réversibles : c'est à dire qu'un mouvement réciproque, c'est-à-dire un mouvement exercé dans un sens puis dans l'autre, ne permet pas de déplacement global.

Ce phénomène de réversibilité des fluides est particulièrement spectaculaire dans l'expérience suivante (que nous montrerons au jury).

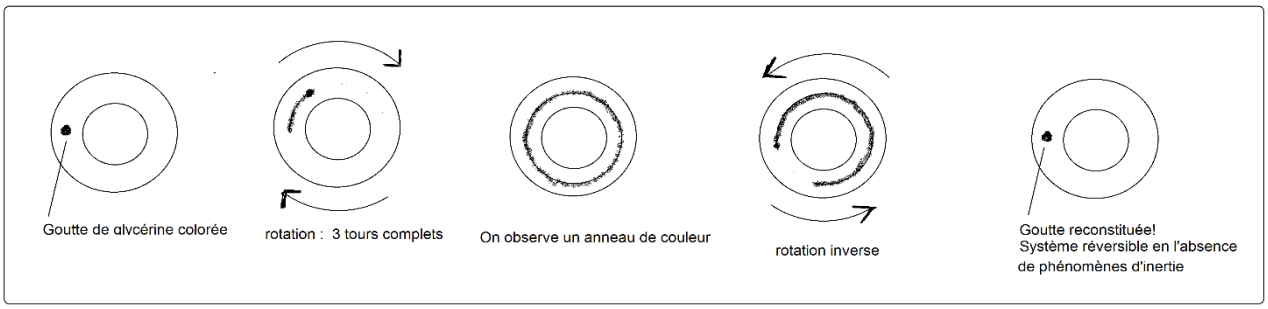
En calculant le nombre de Reynolds de cette situation (qui est environ de 0,13), il s'agit d'une situation en régime Stokes.

Celle-ci consiste à verser un fluide visqueux, en l'occurrence du liquide vaisselle que l'on a placé dans un montage de type « Viscosimètre de Couette » réalisé à partir de verrerie disponible dans notre laboratoire de Chimie.



Dans ce fluide, à l'aide d'une seringue, on injecte sous la surface une goutte de liquide vaisselle colorée au bleu de méthylène.

Par la suite, on met en mouvement le socle dans un sens (2 ou 3 tours) puis on effectue la même action dans son sens opposé. Le résultat de cette manipulation est que la tâche se reconstitue parfaitement !



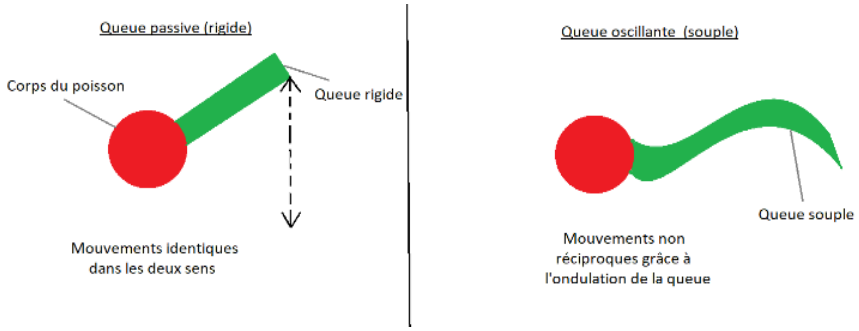
Les mouvements du fluide sont parfaitement réversibles. Ceci est possible grâce à plusieurs éléments. Tout d'abord, il n'y a pas de diffusion sur une durée brève, la goutte ne se diffuse pas immédiatement dans le fluide. Ensuite, les effets d'inertie sont négligeables, lorsque la cause des mouvements du fluide s'arrête, le fluide reste sur place.

On peut alors se demander quelles seront les conséquences de la réversibilité des phénomènes sur la natation d'objets dans les conditions de Stokes ?

Nous avons vérifié cela avec deux poissons mécaniques : l'un avec une queue rigide, et l'autre avec une queue plus souple. Celui avec la queue rigide fait du sur-place alors que celui à queue souple parvient à se déplacer dans un fluide visqueux. A « bas Reynolds », deux mouvements inverses n'entraînent pas de déplacement global dans le fluide.

- Le poisson clown a une queue rigide → pas de déplacement

- Le poisson bleu a une queue souple → se déplace



2. Natation en régime de Stokes

2.1. Natation des microorganismes (micronatation)

Après cette phase théorique, les recherches du groupe se sont orientées vers les différents moyens de locomotion non-réversible en régime de Stokes. Pour cela, nous avons porté notre attention sur la nature où depuis déjà plusieurs millénaires, des types de micro-organismes réussissent l'exploit de se mouvoir à une échelle infiniment petite montrant encore une fois la domination de la nature sur l'intellect humain. On les appelle les micro-organismes. Il s'agit de tout être-vivant possédant une taille entre la centaine de micromètre et le micromètre noté µm comme les cellules. Pour être sûr que les micro-organismes sont bien dans des conditions de Stokes, nous avons réalisé un calcul de nombre de Reynolds d'une bactérie dans l'eau :

$$Re = \frac{V \cdot L_c \cdot \rho}{\mu}$$

$L_c = 100\ \mu m$

$V = 1Lc/s = 100\ \mu m.\, s^{-1}$

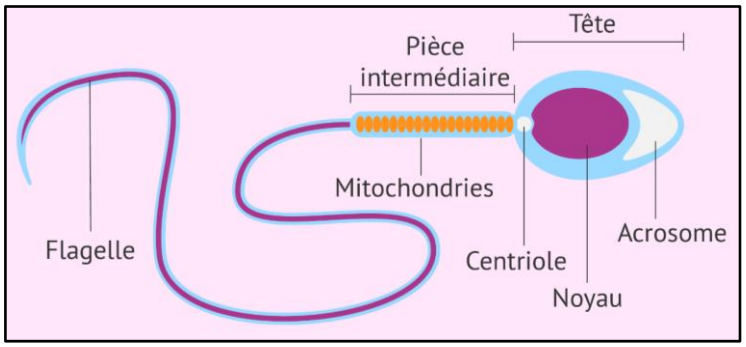
$\mu_{eau} = 10^{-3}\ Pa.\, s$

$\rho_{eau} = 10^{3}\ kg/m^{3}$

$$Re = \frac{100 \cdot 10^{-6} \times 100 \cdot 10^{-6} \times 10^{3}}{10^{-3}} \approx 0.01$$

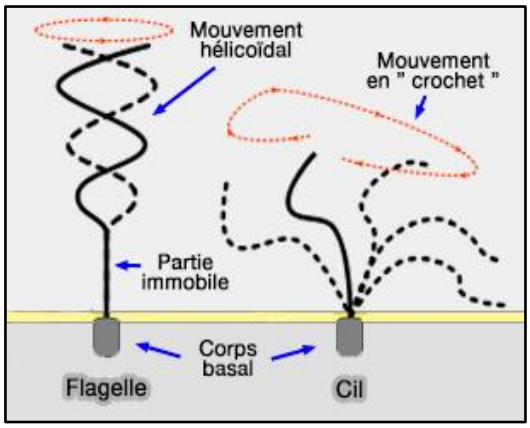
Le résultat est nettement inférieur à 1 donc nous sommes bien en régime de Stokes. Ainsi, nous avons analysé 3 exemples de micro-organismes mobiles.

I – Spermatozoïde et cellules cilées



Découvert en 1677 par le scientifique néerlandais Antoni Van Leeuwenhoek, le spermatozoïde a fasciné pendant plusieurs siècles les chercheurs, notamment grâce à sa faculté de se déplacer comparativement vite à l'échelle microscopique.

En effet, de nombreuses recherches ont été menées et elles ont mis en évidence différentes propriétés de ces cellules haploïdes.

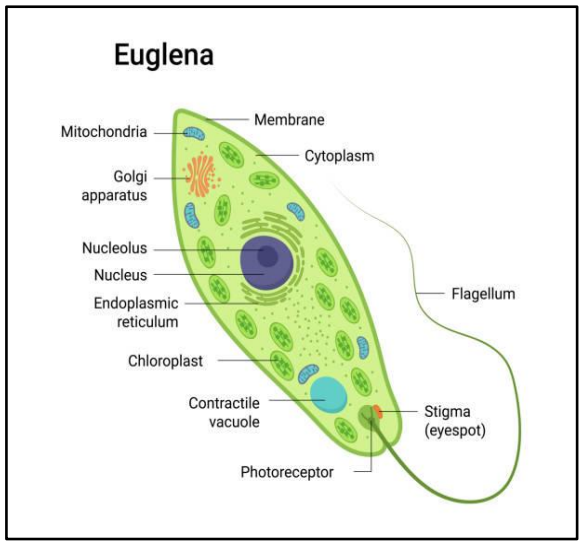


Les spermatozoïdes sont de petites cellules (4 µm de large et 60 µm de long) assez mobiles. Leur mouvement global est dicté par un filament mobile composé de protéine qui joue le rôle d'organe locomoteur, appelé flagelle.

Les mouvements du flagelle sont ondulatoires et génèrent des ondes qui permettent au spermatozoïde d'avancer. D'autres types de bactéries utilisent des flagelles mis en rotation grâce à un micromoteur et qui ont des mouvements hélicoïdaux, un peu comme s'ils possédaient une hélice.

Quant aux cellules ciliées, elles n'ont pas le même mouvement de déplacement que les cellules possédant un ou plusieurs flagelles. Les cils, qui possèdent une structure identique, ont des mouvements complexes en 3D, dits " en crochet " qui par un mouvement de rotation fait avancer la cellule.

II – Micro-organisme végétaux



Hormis le cas des cellules propres aux espèces animales comme le spermatozoïde pour l'homme, d'autres cellules végétales réussissent à se déplacer dans des milieux aqueux et visqueux en utilisant d'autres techniques de déplacement.

Parmi elles, nous retrouvons Euglena viridis qui est une espèce d'algues fréquentes dans les eaux polluées et découverte en 1830 par Christian Gottfried Ehrenberg. D'après les experts, elle date d'environ -1 000 ans avant J.-C.

Elle est aussi connue pour sa manière de se déplacer qui est liée à la contraction et à l'extension de la cellule sur elle-même ce qui, par un effet dynamique encore mal compris, fait avancer la cellule de manière rectiligne propre à un mouvement de pression-décompression.

Ainsi, contrairement aux autres types de cellules que nous avons vus, l'Euglena est l'un des rares micro-organismes à se déplacer sans compter uniquement sur son flagelle mais plutôt sur une déformation locale de sa structure externe, qui est beaucoup plus efficace du point de vue énergétique.

Nous voyons donc que plusieurs micro-organismes réussissent l'exploit de se déplacer à une échelle extrêmement petite grâce à différentes techniques suivant les milieux et les avantages qu'elles offrent. Notamment, l'utilisation quasi systématique d'un ou plusieurs flagelles dans un milieu aqueux prouve l'efficacité de ce moyen de locomotion sur les autres modes de locomotion inventés par la nature à cette échelle. Ainsi, l'existence et l'efficience d'êtres vivants mobiles à l'échelle microscopique nous conforte dans l'idée que l'être humain pourra, un jour, créer des robots capables d'imiter le fonctionnement de ces cellules pour avancer.

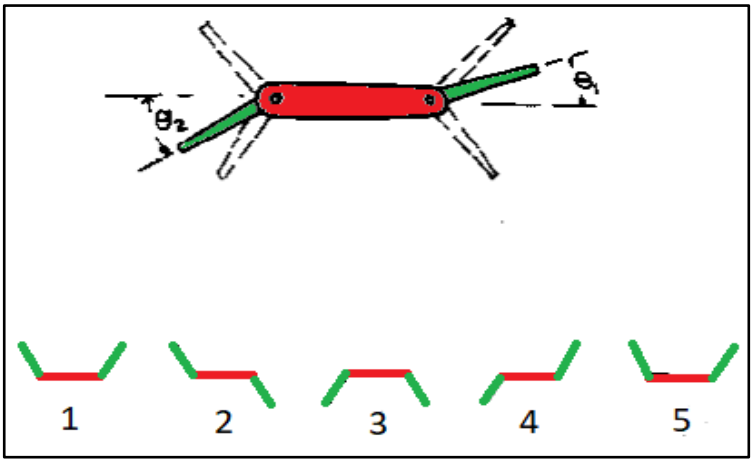
2.2. Quelques types de nageurs artificiels envisagés

À travers ce projet, nous nous sommes questionnés sur la natation des nanorobots dans le sang. Dès le premier exposé de M. Alouges nous avons découvert plusieurs nageurs artificiels conçus pour fonctionner en régime de Stokes dans des modes de natation non symétriques et semblables à ceux des microorganismes.
Nous avons considéré ces différents types de locomotion et pour certains nous les avons testés expérimentalement : c'est la première phase de ce projet, une étude qualitative des différents types de nageurs.

2.2.1. Nageur à palette

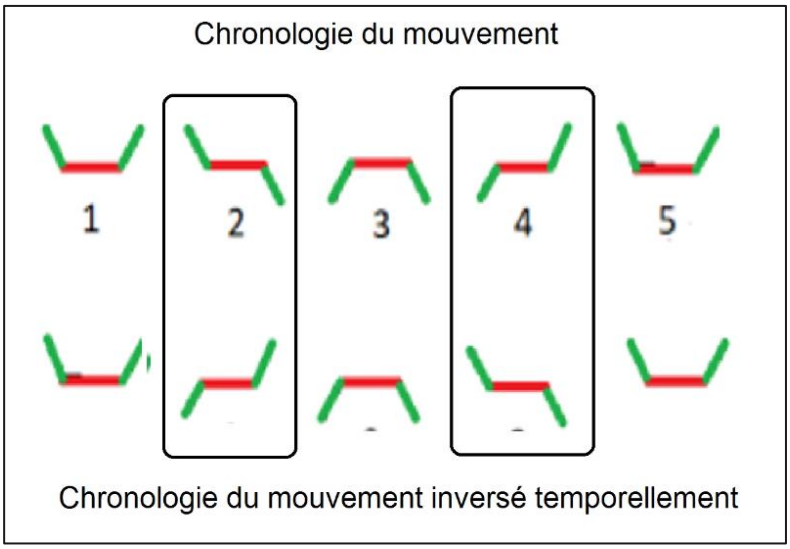
Parmi les nageurs possibles se trouve le système des doubles palettes.
Il est historiquement important dans les recherches de la micro-natation car il a été inventé par Purcell en 1977. Il consiste à faire actionner successivement les palettes de manière motorisée comme ci-dessous.

Cette action crée ainsi un déplacement latéral dans un milieu visqueux car le mouvement global des palettes n'est pas réciproque. En effet, bien que chaque palette ait un mouvement réversible de haut en bas, l'ordre dans lequel les deux palettes bougent fait que le mouvement global ne l'est pas.



Ce modèle nous a rappelé les cellules ciliées (notamment au niveau des palettes), il est donc efficace sur certains points au minimum car représenté dans la nature où tout élément peu efficace est éliminé par sélection naturelle.

Il est intéressant d'un point de vue pédagogique ; c'est un objet à éléments rigides mais qui avance avec un mode de natation non symétrique. En effet, comme l'a théorisé Purcell, une nage est efficace dans un fluide visqueux si et seulement si la nage en question est dite "non réversible" au sens temporel du terme.

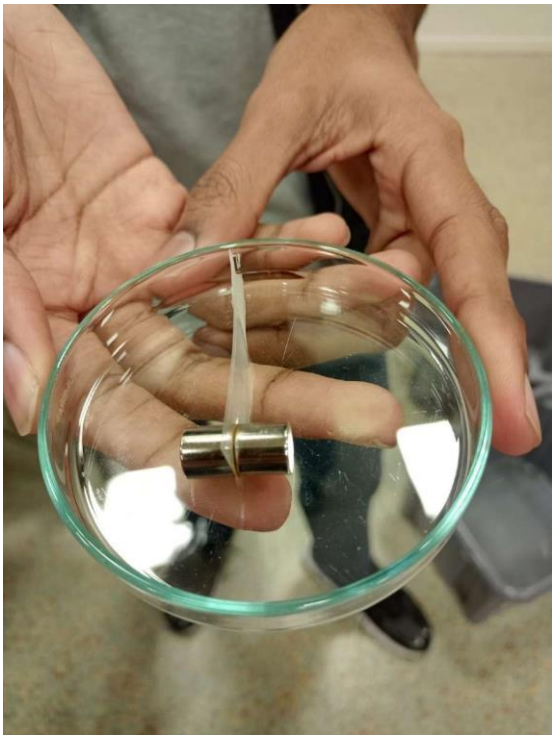


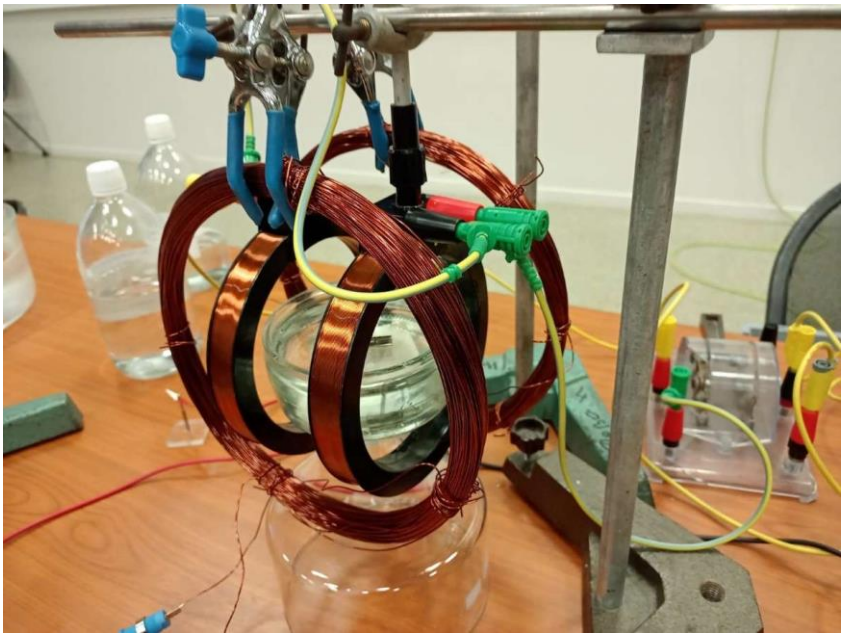
Comme visible dans le schéma ci-contre, si on prend la chronologie du mouvement et la chronologie inversée du mouvement alors on remarque qu'il ne s'agit pas du même mouvement marqué par un inversion au niveau de la deuxième et quatrième phase.

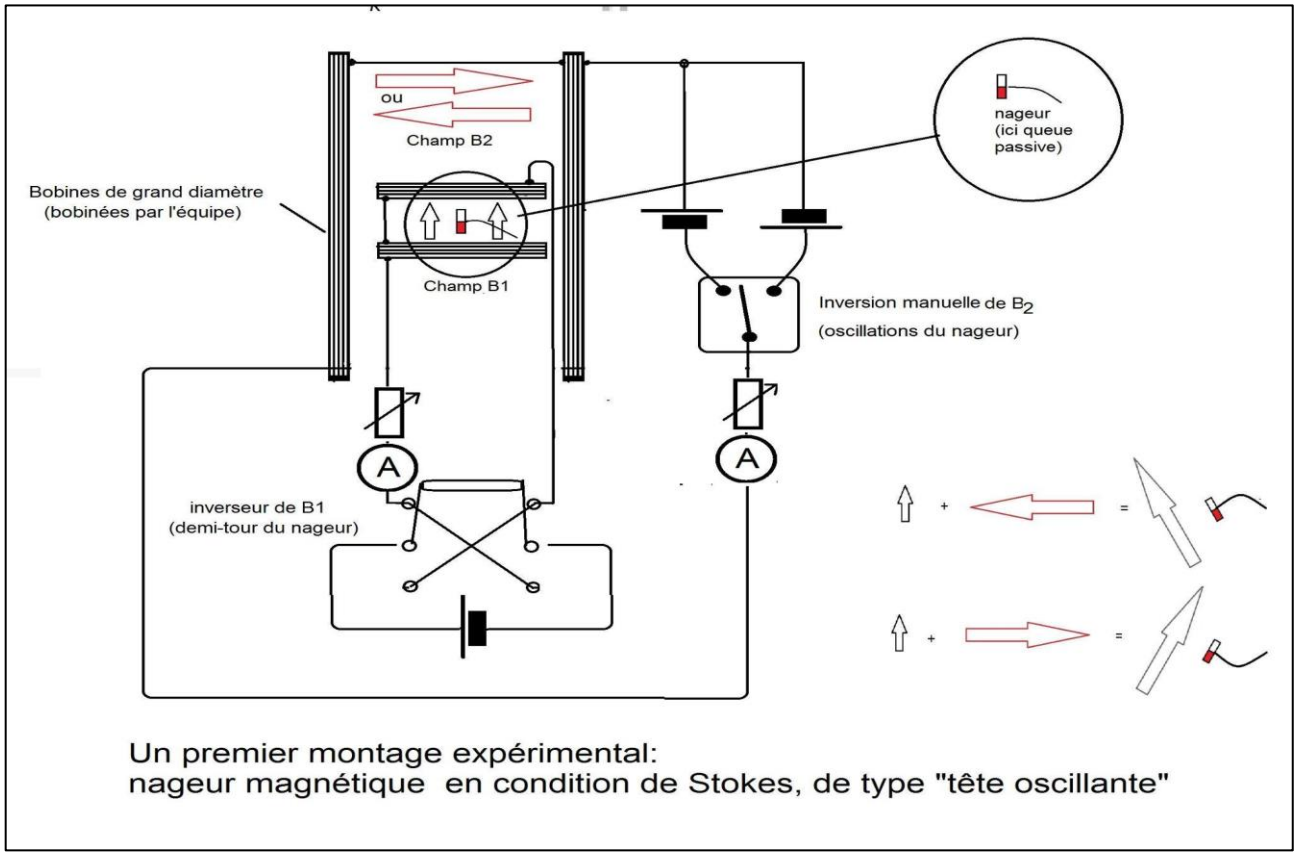
Nous n'avons pas souhaité réaliser ce nageur car d'autres modèles nous paraissant plus intéressants et faciles à construire. De plus, comme nous l'avons vu en vidéo, sa propulsion est vraiment laborieuse.

2.2.2. Nageur à tête oscillante (testé)

Ce prototype de nageur nous a directement été inspiré par les spermatozoïdes. En effet, c'est pour cela qu'il est composé d'une bande de plastique souple qui sert à imiter le comportement du flagelle avec deux aimants placés sur l'une des extrémités (dipôle magnétique) qui servent de tête. Il est placé dans une boîte de Pétri remplie de glycérine.







Un premier montage expérimental:
nageur magnétique en condition de Stokes, de type "tête oscillante"

Le double montage de Helmholtz permet d'obtenir (en actionnant manuellement un interrupteur) un champ basculant , qui provoque des oscillations de la « tête » magnétique .

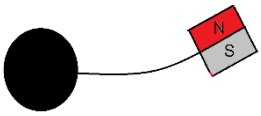
La tête seule tourne sur elle-même pour s'aligner avec le champ magnétique mais n'avance pas.

Comme pour le spermatozoïde, ce sont les ondulations de la queue souple induites par les mouvements de la tête qui permettent à l'ensemble d'avancer.

Des premières manipulations ont eu lieu avec une paire de bobine dans les conditions de Helmholtz
(distance entre les bobines = rayon interne des bobines) , mais l'autre paire ne pouvait pas être dans la même configuration car toutes les bobines avaient le même rayon.
Il y a eu alors des problèmes de gradients de champ magnétique qui attiraient le nageur vers la bobine alimentée la plus proche sans oublier les effets de bord.

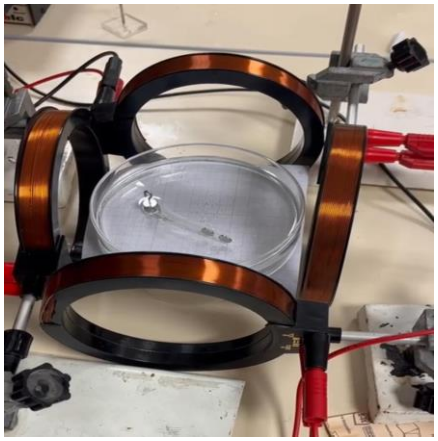
Nous avons donc décidé de fabriquer nous-même une paire de grandes bobines de Helmholtz de 20 cm de diamètre , pour que les plus larges puissent outrepasser les plus petites en les englobant directement et, dans cette configuration, les résultats étaient satisfaisants.

2.2.3. Nageur à queue oscillante (testé)



Nous avons repris le montage précédent, mais cette fois avec un nageur formé d'une tête passive (petite masse) et d'une queue souple oscillante (grâce à un aimant à son extrémité).

Le dispositif fonctionne avec une seule paire de bobines dont on inverse le champ , ce qui provoque les battements de la queue.



Ce nageur fonctionne moins bien que le précédent. Peut-être ce mode de déplacement est-il moins efficace.

2.2.4. Nageur à hélice

Il s'agit d'un modèle à priori intéressant car c'est un moyen simple et évident de natation non symétrique. Mais le fait que les bactéries qui ont des moteurs moléculaires utilisent des longs flagelles et pas des hélices malgré le coût énergétique plus important pour les fabriquer laisse penser que les hélices sont moins efficaces.

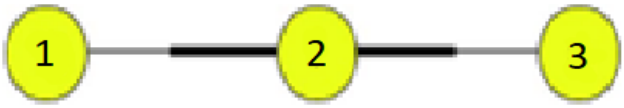
Par ailleurs, si ce robot a pour vocation de voyager dans les veines et les artères des patients à des fins médicales, les hélices pourraient se révéler dangereuses dans le corps car elles peuvent détruire des vaisseaux sanguins facilement et donc créer des hémorragies internes.

Enfin d'un point de vue pratique, si le robot est autonome, cela demande de placer plusieurs moteurs différents dans un objet de très petite taille , et s'il ne l'est pas il faudrait (si on y insère des dipôles magnétiques) créer des champs magnétiques tournants ce qui paraît complexe à notre échelle. Nous n'avons donc pas poussé plus en avant sur ce mode de propulsion.

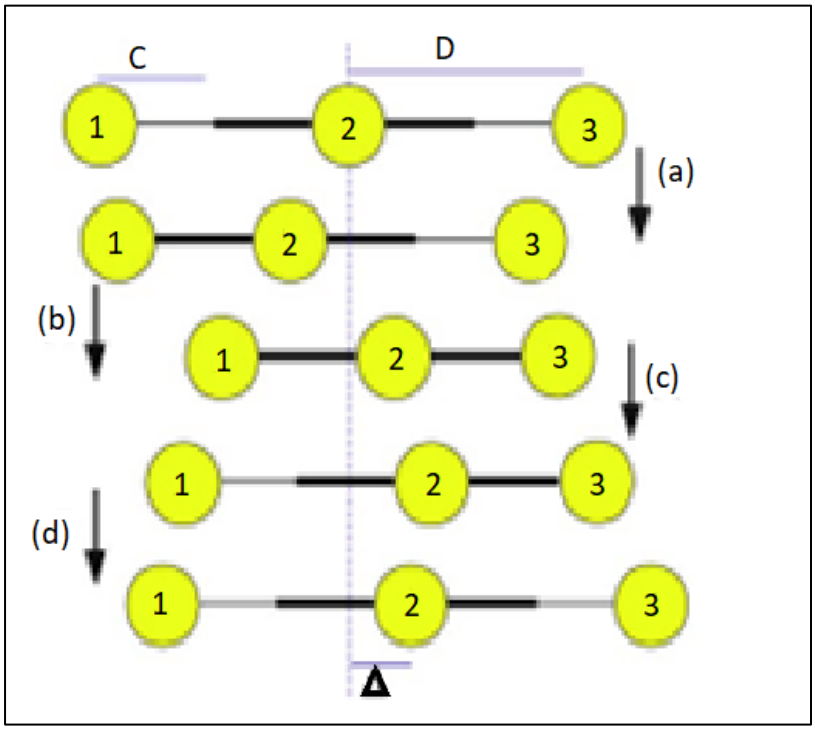
2.3. Modèle de nageur proposé par Najafi et Golestanian

Nous avons trouvé un modèle innovant de nageur à bas nombre de Reynolds dans un article publié par les scientifiques Ali Najafi et Ramin Golestanian dans le « Physical Review » du 16 Juin 2004. Il détaille le comportement d'un modèle de robot nageur à trois sphères se déplaçant dans un fluide en régime de Stokes, son déplacement ressemble celui de la cellule Euglena par une déformation de son corps.

Dans cet article, ils évoquent le problème de la réversibilité à bas nombre de Reynolds que nous avons déjà détaillé dans les parties précédentes et proposent un modèle nouveau de nageur en théorie supérieur au modèle à palettes de Purcell. Leur modèle est constitué de trois sphères connectées par des tiges dont la longueur peut varier au cours du temps.



Pour créer un mouvement global non réversible ils proposent un mouvement en 4 phases :



Ces quatre phases créent un mouvement non réversible, ce qui permet de faire avancer notre robot dans un milieu dominé par la viscosité. Cependant, le mouvement n'est pas uniforme, en fonction des phases il peut se déplacer vers l'avant ou l'arrière et ce n'est donc qu'au bout des 4 phases que l'on peut savoir s'il s'est globalement déplacé.

Le choix de ce nageur permet d'emmener notre projet dans une seconde phase plus ambitieuse, avec un robot actif et bien plus autonome.

Le modèle du Najafi Golestanian Swimmer (NGS) nous intéresse particulièrement car il s'agit d'un mode de déplacement innovant utilisant uniquement des translations, ce qui simplifie l'étude hydrodynamique.

Il est inspiré de la cellule végétale Euglena vue dans la recherche documentaire sur la nage des micro-organismes avec une déformation des parties du robot. Elle est principalement connue pour sa manière de se déplacer atypique qui est liée à la contraction et à l'extension de la cellule sur elle-même qui, par un effet dynamique propre à un mouvement de pression-décompression, fait avancer la cellule en globalité de manière rectiligne.

C'est un modèle qui a été théorisé mais jamais réalisé à notre connaissance, ce qui fait entrer notre projet dans une nouvelle dimension : l'éventualité de réellement contribuer à la recherche scientifique.

D'autre part, nous avons dans l'équipe d'élèves les compétences pour comprendre les aspects mathématiques et réaliser la programmation nécessaire pour simuler son fonctionnement.

Nous pourrons ainsi comparer le modèle simulé avec l'expérience, ce qui est le fondement d'une démarche scientifique. Nous pourrons valider les travaux du Najafi-Golestanian Swimmer, et également imaginer et tester réellement de nouveaux modes de déplacement du NGS.

3. Simulation numérique et réalisation concrète d’un nageur de Najafi-Golestanian

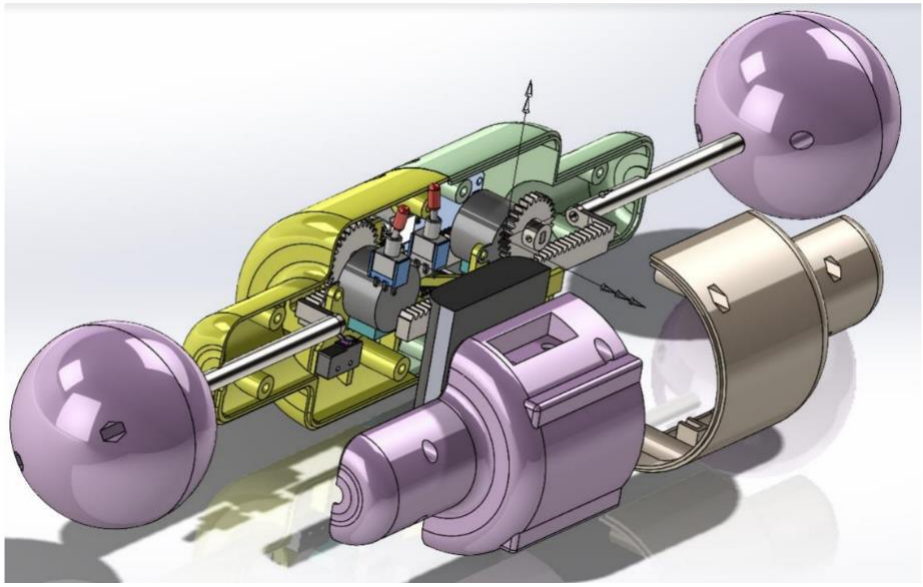
3.1. Le prototype et son milieu

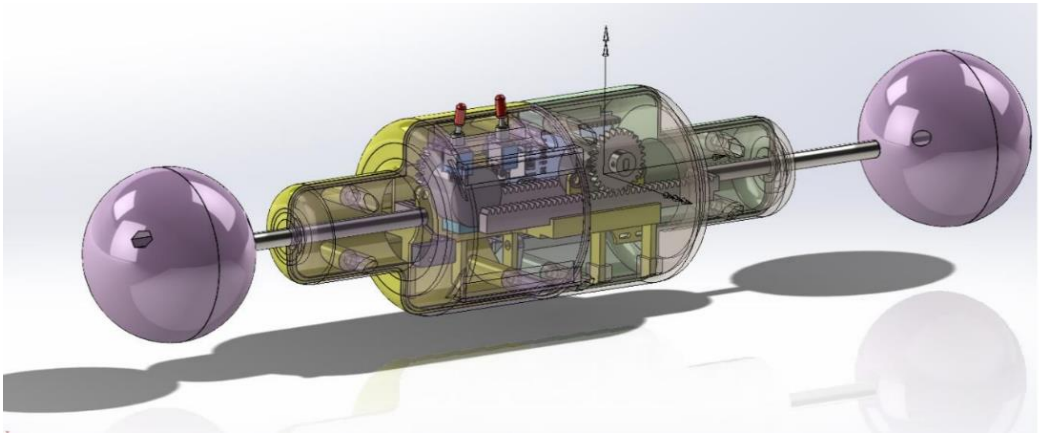
Le nageur de Najafi-Golestanian que nous avons réalisé sous Solid Works, est composé d’une sphère sur chaque côté, et d’un cylindre au centre reliés par des tiges mobiles.

Notre prototype est très grand (40 cm de long !), et les deux sphères ont donc un diamètre important également. Nous avons choisi ces grands diamètres car les sphères vont pouvoir être remplies, par du sable par exemple, afin d’alourdir le robot et ainsi l’empêcher de flotter.

A cause de l'espace nécessaire pour les moteurs et de la course des crémaillères, la sphère centrale du modèle de Najafi-Golestanian a été remplacée par un cylindre, ce qui devrait n'avoir qu'un effet négligeable sur l'expérience d’après M. Alouges. Le nombre de Reynolds reste très bas et la masse n'apparaît pas dans les équations.

Pour le milieu, nous avons décidé de plonger notre robot dans du détergent liquide de viscosité proche de celle de la glycérine car cela correspondait bien à ce que l’on cherchait, c’est-à-dire un liquide assez visqueux, transparent et surtout économique ! Car nous aurons besoin d’en utiliser de grandes quantités (30L au moins).





Calculs du nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{V \cdot L_c \cdot \rho}{\mu}$$

- Pour un nanorobot dans le sang :

$L_c \approx 10\ \mu m$ (Globule rouge)
$V = 1\ L_c/s = 10\ \mu m/s$
$\mu_{sang} \approx 15 \cdot 10^{-3}\ Pa.s$
$\rho_{sang} \approx 1060\ Kg/m^3$

$$Re = \frac{10 \cdot 10^{-6} \times 10 \cdot 10^{-6} \times 1060}{15 \cdot 10^{-3}} \approx 7{,}07 \cdot 10^{-6}$$

Il s'agit d'un très bas nombre de Reynolds.

- Pour notre prototype dans du liquide vaisselle :

$L_c \approx 15\ cm$
$V \approx 3\ mm/s$
$\mu_{liquide\ vaisselle} \approx 1{,}18\ Pa.s$ (D'après nos mesures)
$\rho_{l.vaisselle} \approx 1240\ Kg/m^3$

$$Re = \frac{3 \cdot 10^{-3} \times 15 \cdot 10^{-2} \times 1240}{1{,}18} \approx 0{,}47$$

Il s'agit d'un bas nombre de Reynolds (inférieur à 10).

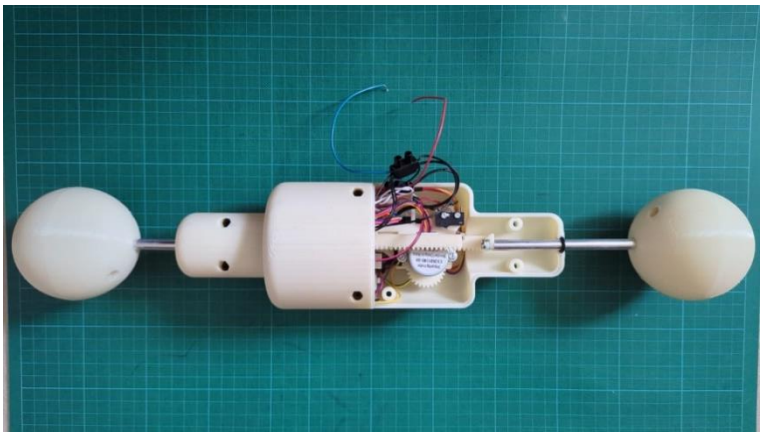
Le nombre de Reynolds reste similaire : il est bas dans les 2 cas.

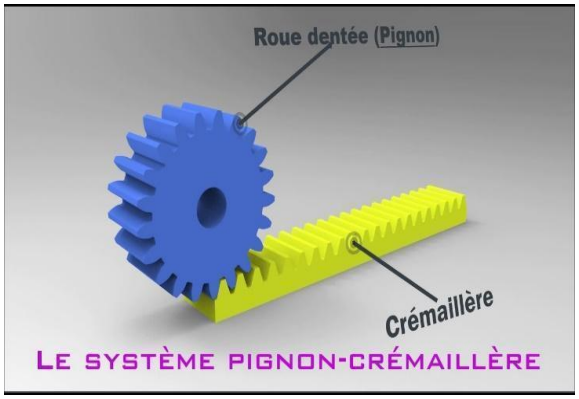
3.2. Conception mécanique et électrique

Pour la conception du robot, nous avons deux problèmes ; celui de l'étanchéité, et l'encombrement.

Les tiges : Les deux tiges du robot, qui lui permettront d'avancer ou de reculer, peuvent sortir et rentrer de différentes manières, plusieurs solutions étaient possibles ; pour des raisons d'encombrement minimum nous avons alors décidé d'utiliser un système de pignon et crémaillère ; il transforme le mouvement de rotation du pignon en un mouvement de translation de la crémaillère.

La crémaillère est intégrée à la tige afin de permettre à celle-ci de coulisser à l'intérieur du cylindre central et entrer en contact avec le pignon :

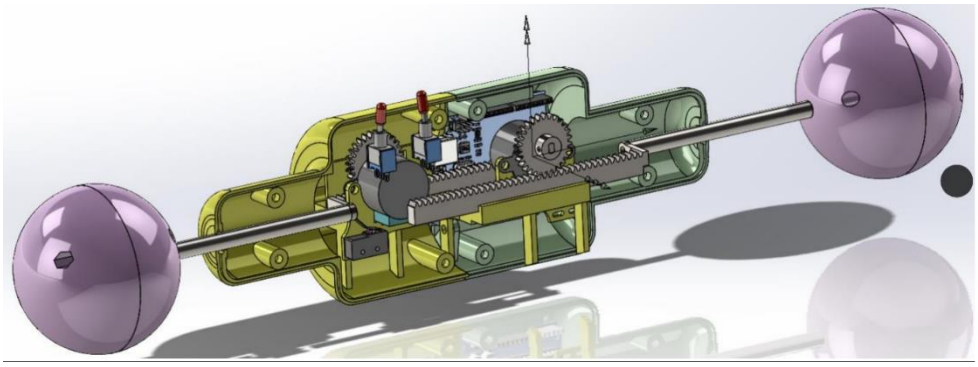




Le moteur quant à lui est fixé au cylindre central, de façon que son axe de rotation soit perpendiculaire à l'axe de translation de la tige, à l'appui un schéma en perspective d'une moitié du robot coupé en deux.

Le robot est symétrique, pour sa conception nous avons utilisé SolidWorks et modélisé une moitié du robot que nous avons ensuite copiée puis assemblée virtuellement afin de gagner en précision et réduire les éventuelles erreurs de conception :

Nous voyons ici chaque pièce symétrique en double servant au montage du robot sur SolidWorks.



Choix du moteur :

Les tiges du robot sont actionnées par deux moteurs, car les mouvements des deux boules doivent être indépendants et pas au même moment. Lorsque la tige de droite est en train de sortir, celle de gauche ne doit pas le faire en même temps, car ce sont deux phases différentes et distinctes dans le mouvement.

La première solution était d'utiliser des moteurs électriques à courant continu (MCC) avec des capteurs. Mais nous avons choisi les moteurs pas à pas. Ce sont des moteurs faits pour avoir une grande précision et non une grande vitesse. Ils ont plusieurs bobines à l'intérieur, ce qui fait que nous devons faire des combinaisons d'activation et de désactivation des bobines à l'intérieur pour contrôler la position imposée à l'axe.

A droite, le diagramme d'activation et de désactivation des enroulements. On remarque un décalage en 4 phases, donc on a 4 possibilités. Au début on part à 0°, après une combinaison, on retombe à 90°, la suivante on retrouve 180°, celle d'après 270°, et la 4e phase on revient à 0°.

Cycle	A1	A2	B1	B2
A	1	1	0	0
C	0	1	1	0
B	0	0	1	1
D	1	0	0	1

On peut ainsi contrôler le prototype grâce à un microcontrôleur, une carte Arduino, qui nous permet d'implémenter l'activation ou la désactivation de ces enroulements afin de faire avancer le robot (annexe E).

3.3. Programmation

On peut ainsi contrôler le prototype grâce à un microcontrôleur, une carte Arduino, qui nous permet d'implémenter l'activation ou la désactivation de ces enroulements afin de faire avancer le robot (voir annexe D).

```
// Définition des broches de connexion
#define IN1  8   //Les numéros correspondent au port auquel chaque broche (ex : IN1) est connecté (ex :8)
#define IN2  9
#define IN3  10
#define IN4  11
int t=2; //temps d'attente en milisecondes
 int pas [4][4] =
{
  {1, 1, 0, 0},
  {0, 1, 1, 0},
  {0, 0, 1, 1},
  {1, 0, 0, 1}
};
```

Matrice avec les 4 phases du moteur

On programme les deux moteurs exactement de la même manière, mais en définissant les entrées sur différents ports de la carte Arduino. Etant donné qu'il s'agit d'un moteur pas à pas, la façon la plus optimale de le faire avancer est à l'aide de 4 phases durant lesquelles différentes branches sont allumées et éteintes.

La façon la moins consommatrice d'espace est de définir une matrice comportant quelles broches sont allumées (1) ou éteintes (0) durant quelles phases. On configure ensuite les broches en sortie et le capteur en entrée. Ce capteur nous permet de savoir à quel moment arrêter l'extension des bras. Ensuite on programme la boucle tournant jusqu'à ce que le capteur soit activé, comportant les 4 phases et l'ordre dans lequel elles doivent se dérouler. Il est important de noter ici que les 4 phases du moteur ne sont pas les 4 phases du robot, durant lesquelles il doit déployer et replier ses bras : il s'agit des phases nécessaires pour tourner le moteur dans 1 sens. Ici le moteur met 512 itérations de la boucle à effectuer 1 cycle, mais on ne sait pas exactement combien de cycles il doit effectuer pour ouvrir le bras, d'où le capteur. Pour la marche du moteur arrière on a juste à effectuer les phases dans l'ordre décroissant.

```
 pinMode(IN4, OUTPUT);
}
void loop()
{
 while (digitalRead(2) !=1)
    {
      for (int i = 0; i < 4; i++)
      {
       digitalWrite(IN1, pas[i][0]);
       digitalWrite(IN2, pas[i][1]);
       digitalWrite(IN3, pas[i][2]);
       digitalWrite(IN4, pas[i][3]);
       delay(t);
      }
    }
}
```

Ligne de la matrice (numéro de la phase)

Position dans la ligne correspondant à l'état de la broche (allumée ou éteinte)

Ici c'est l'exemple de la marche avant. Pour que le moteur aille en marche arrière, il faut que les phases soient dans l'ordre inverse (le i doit valoir 3-2-1-0 au lieu de 0-1-2-3). A noter qu'ici l'ordre des phases est représenté par le (i), et l'étant de la broche par le numéro après entre crochets

3.4. Simulation numérique

Pour modéliser les mouvements des sphères, nous utilisons deux formules : celle des frottements du fluide sur une sphère dans un écoulement uniforme et l'effet du mouvement d'une sphère sur une autre qui a été simplifié par l'équation de Stokeslet.

Nous disposons de deux formules :

- La formule des frottements du fluide sur une sphère dans un écoulement uniforme :

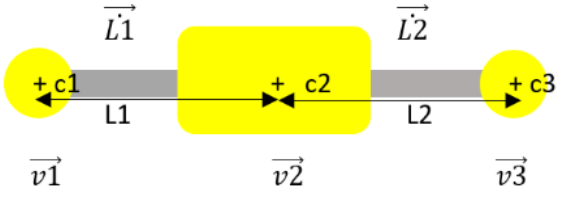
$$F = -6\pi\mu r v \quad \Leftrightarrow \quad v = -\frac{1}{6\pi\mu r}F$$

- La formule de la contribution à la vitesse d'une sphère induite par le déplacement d'une autre (Stokeslet) :

$$v = \frac{1}{4\pi\mu L}\,\mathrm{F}$$

(avec v la vitesse et L la longueur entre le centre des deux sphères)

Nous nous permettons d'utiliser ces formules et non de la dynamique des fluides plus poussée, car le fait que l'on se place dans un système à bas Reynolds nous permet de négliger les termes d'inertie qu'il y aurait autrement eu sur le fluide. Cependant cette modélisation est loin d'être exacte, puisqu'elle utilise des formules qui sont elles-mêmes des approximations dans la façon dont elles ont été calculées.



Le schéma ci-dessus illustre l'apparence de notre modèle du NGS, nous pouvons voir qu'il présente des différences de modélisation par rapport au cas classique du nageur Najafi-Golestanian (voir schéma page 11). En effet, à la place d'une sphère centrale, nous avons opté pour un cylindre à cause du mécanisme intérieur, plus volumineux à cause de l'espace occupé par les moteurs ou la longueur des bras. Ce changement de forme ne changera que peu la situation de départ avec les 3 sphères, c'est que nous a assuré notre conseiller scientifique M. Alouges.

On dispose donc du système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} v_1 = -\frac{1}{6\pi\mu a_1}F_1 - \frac{1}{4\pi\mu L_1}F_2 - \frac{1}{4\pi\mu(L_1+L_2)}F_3 \\ v_2 = \frac{1}{4\pi\mu L_1}F_1 - \frac{1}{6\pi\mu a_2}F_2 - \frac{1}{4\pi\mu L_2}F_3 \\ v_3 = -\frac{1}{4\pi\mu(L_1+L_2)}F_1 - \frac{1}{4\pi\mu L_2}F_2 - \frac{1}{6\pi\mu a_3}F_3 \end{cases}$$

Avec v1 la vitesse de la sphère 1, v2 la vitesse du cylindre et v3 la vitesse de la sphère 3.

En effet la sphère 1 subit des frottements ($-\frac{1}{6\pi\mu a1}$), ainsi qu'une force s'opposant à son mouvement à cause du mouvement du fluide provoqué par la sphère 2 à une distance de L1 : ($\frac{1}{4\pi\mu L1}$), et une troisième force s'opposant à son mouvement provoqué par les mouvements du fluide autour de la sphère 3 à une distance de L1+L2 : ($\frac{1}{4\pi\mu L1+L2}$). Les trois forces s'opposent au mouvement vers l'avant de la sphère d'où le moins les précédents. On raisonne de manière analogue pour les deux autres sphères.

Dans la 2ème égalité, les termes concernant les frottements dus aux mouvements du fluide causées par les deux autres sphères ont L1 et L2 à leurs dénominateurs respectifs, puisque le centre de la sphère 2 (ou du cylindre) est à distance L1 de la sphère 1, et à distance L2 de la sphère 3.

Dans la 3ème égalité, les termes dus aux frottements du fluide sur la sphère 3 causés par les mouvements du fluide à cause des sphères 1 et 2 sont encore présents, bien que les sphères 1 et 2 ne soient pas devant la sphère 3, puisqu'elles provoquent toujours des mouvements du fluide lorsqu'elles bougent. Ces équations nous ont été présentées par M. Alouges.

Il nous faut ajouter 3 nouvelles équations pour pouvoir résoudre notre système à 6 inconnues (v1,v2,v3,F1,F2,F3) qui correspondent au fait que le terme d'inertie est négligeable et à la géométrie de notre nageur :

$$\begin{cases} F_1 + F_2 + F_3 = 0 \\ -v_1 + v_2 = \dot{L_1} \\ -v_2 + v_3 = \dot{L_2} \end{cases}$$

Le système est alors :

$$\begin{cases} v_1 + 0\cdot v_2 + 0\cdot v_3 - (-\frac{1}{6\pi\mu a_1}F_1) + \frac{1}{4\pi\mu L_1}F_2 + \frac{1}{4\pi\mu(L_1+L_2)}F_3 = 0 \\ 0\cdot v_1 + v_2 + 0\cdot v_3 + \frac{1}{4\pi\mu L_1}F_1 + \frac{1}{6\pi\mu a_2}F_2 + \frac{1}{4\pi\mu L_2}F_3 = 0 \\ 0\cdot v_1 + 0\cdot v_2 + v_3 + \frac{1}{4\pi\mu(L_1+L_2)}F_1 + \frac{1}{4\pi\mu L_2}F_2 + \frac{1}{6\pi\mu a_3}F_3 = 0 \\ 0\cdot v_1 + 0\cdot v_2 + 0\cdot v_3 + F_1 + F_2 + F_3 = 0 \\ -v_1 + v_2 + 0\cdot v_3 + 0\cdot F_1 + 0\cdot F_2 + 0\cdot F_3 = \dot{L_1} \\ 0\cdot v_1 - v_2 + v_3 + 0\cdot F_1 + 0\cdot F_2 + 0\cdot F_3 = \dot{L_2} \end{cases}$$

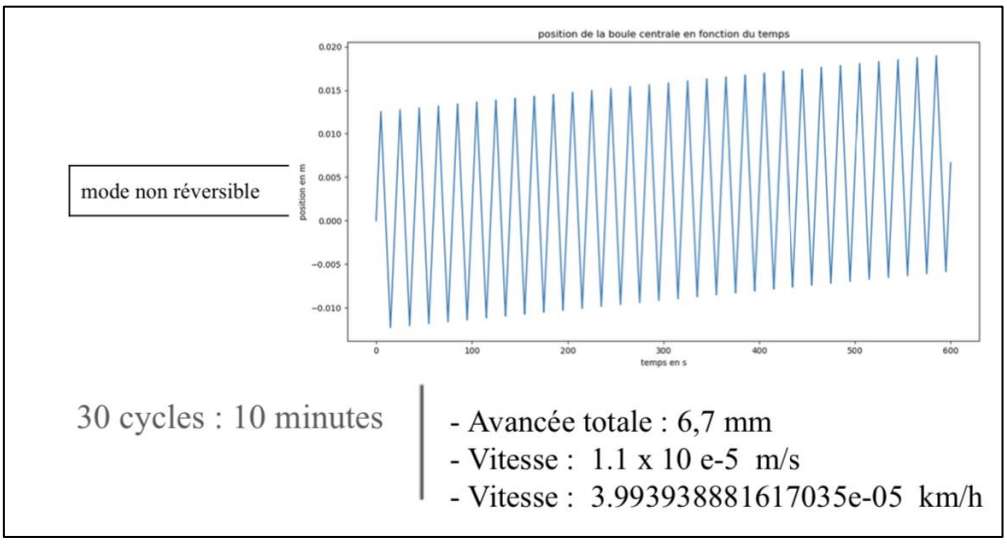
On a introduit tous les termes nuls dans la deuxième partie du système pour pouvoir le transformer en matrice, que l'on va par la suite pouvoir résoudre numériquement :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{6\pi\mu a_1} & \frac{1}{4\pi\mu L_1} & \frac{1}{4\pi\mu(L_1+L_2)} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4\pi\mu L_1} & \frac{1}{6\pi\mu a_2} & \frac{1}{4\pi\mu L_2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4\pi\mu(L_1+L_2)} & \frac{1}{4\pi\mu L_2} & \frac{1}{6\pi\mu a_3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{L_1} \\ \dot{L_2} \end{pmatrix}$$

Nous avons ensuite créé un programme résolvant ce problème pour chaque nouvelle position successive et stockant la position du cylindre central dans un tableau. Il se déroule sur un certain nombre de cycles durant lesquels le robot déploie et replie ses bras selon les 4 phases de l'article de Najafi et Golestanian.

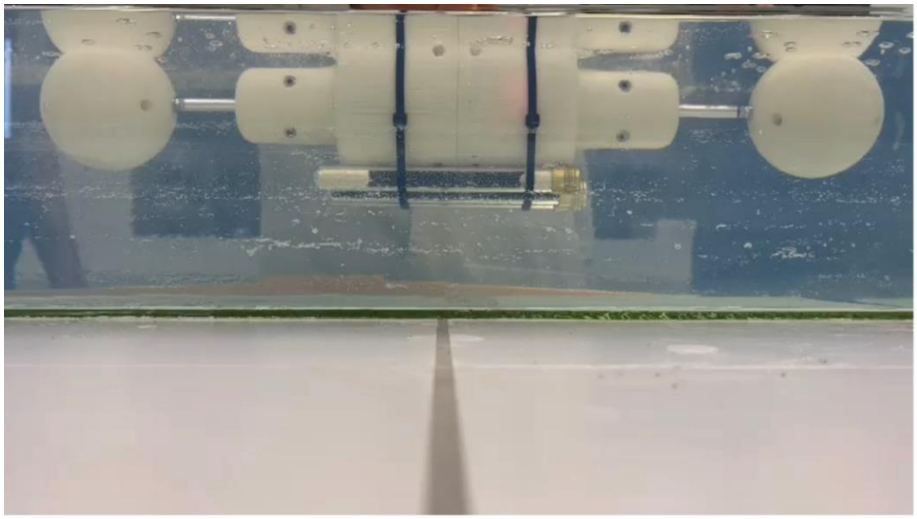
La modélisation en langage python que nous avons réalisée (voir annexe C), avec les dimensions de notre nageur, et la mesure de viscosité du liquide vaisselle que nous avons effectué, pour une vitesse d'ouverture des bras de 2 cm par seconde, nous renvoie cette courbe :

En théorie le robot pourrait donc avancer de 6,7 mm en 10 minutes.



3.5. Réalisation de l'expérience

Nous avons finalement pu atteindre notre premier objectif, nous avons tester notre prototype dans un aquarium remplie de détergent liquide que nous avions construit nous-même. Il a tout de suite fonctionné et nous avons mesuré une avancée totale de 1,0 cm en 10 minutes et 34 secondes.



En comparant l'expérience à la simulation, nous obtenons un écart de 45% entre la valeur expérimentale et la valeur simulée, ce qui est bien mieux que ce que nous espérions au départ.

$$\frac{(1{,}6 - 1{,}1) \times 10^{-5}}{1{,}1 \times 10^{-5}} = 45\%$$

Nous pouvons ainsi voir que le nombre de Reynolds correspondant à un nanorobot se déplaçant dans le sang est similaire, soit très inférieur à 1, à notre robot avançant dans le détergent.

Similitude des écoulements

En prenant :

$L_c = 0,08\ m\ (diamètre\ de\ la\ sphère)$

$v_c = \frac{0,015}{60\ \times 10} =$ 1,6.10^{-5} $m.s^{-1}$

$\mu_{détergent} =$ 5,7 $Pa.s$

$\rho_{détergent} = 1037\ kg.m^{-3}$

$$Re = \frac{v_c \times L_c}{\frac{\mu}{\rho}}$$

$Re_{sang} = 7,1.10^{-6}$

$Re_{dét} = \frac{1,6.10^{-5} \times 0,08}{\frac{5,7}{1037}} \approx 2,3.10^{-4} <<< 1$

On se trouve donc dans une situation de similitude d'écoulements, ce qui veut dire que notre prototype se déplaçant dans le détergent est comparable à un nanorobot se déplaçant dans le sang.

Conclusion et perspectives

Au cours de ce projet, nous avons considéré et expérimenté différentes solutions afin de faire naviguer un robot dans un fluide visqueux.

C'était un projet surprenant car le problème principal n'était pas celui auquel nous pensions (le contrôle) mais le mode de déplacement lui-même.

Dès le départ, nous avons eu beaucoup de chance d'avoir un interlocuteur expert idéal en la personne de M. Alouges ; ainsi que le soutien de M. Grosvalet (Sciences de l'Ingénieur) qui par la suite nous a fourni une aide irremplaçable (conseil en conception, impression 3D).

La première partie qualitative nous a permis de nous familiariser avec des dispositifs magnétiques et de reproduire des expériences scientifiques de renom.

Pour étoffer notre étude nous avons choisi d'étudier également de manière quantitative, à la fois par la simulation numérique et par l'expérience, le modèle de nageur à 3 boules proposé par Najafi et Golestanian.

Au final, notre premier objectif a été atteint, nous avons pu réaliser et faire fonctionner notre prototype, pour autant ce projet ne fait que commencer. En effet, il nous ouvre à des perspectives passionnantes car la réalisation d'un NGS et la comparaison de son comportement avec la simulation est une première, cela nous permettrait de tester d'autres modes de déplacement, et même d'essayer de le contrôler.

Par exemple, M. Alouges a proposé un mode de déplacement en théorie plus efficace durant lequel les bras bougent de manière simultanée plutôt que séquentielle comme dans le mode de déplacement proposé de Najafi et Golestanian. Avec notre prototype, nous pourrions comparer expérimentalement ces deux modes et ainsi offrir une validation expérimentale.

De plus, notre robot pourrait être mis à disposition pour des utilisations multiples, tout d'abord dans la médecine, en facilitant l'acheminement de soins de manière plus ciblée, ou encore dans des entreprises ou usines afin de simplifier la maintenance de matériel.

En somme, nous sommes actuellement engagés dans un projet passionnant et enrichissant, avec une équipe d'élèves aux compétences très complémentaires et une équipe d'enseignants exceptionnelle qui nous ont aidés et conseillés tout au long de ce projet pour lui permettre d'avancer.

Il nous a permis de découvrir de nouvelles notions et concepts que nous n'avions jamais abordés auparavant et ce fut une expérience très instructive pour nous.

Antoine, Flore, Mallaury, Marine, Mohamed, Rochan

Bibliographie

La vie aux petits nombres de Reynolds
E.M. Purcell , Lyman Laboratory , Harvard University
American Journal of Physics vol 45, pages 3-11, 21977

Présentation « Natation à faible nombre de Reynolds »
F. Alouges , A Desimone, A Lefebvre-Lepot, B. Merlet, L Heltai, L. Giraldi
Ecole Polytechnique, décembre 2012

Société Française de Physique / conférence en ligne
« Les bactéries savent nager à contre courant »

Simple swimmer at low Reynolds Number : three linked spheres
Ali Najafi Ramin Golestanian
Physical Review E69 (2004)

AJDARI, Albert. (2008). Analytic results for the three-sphere swimmer at low Reynolds number [Illustration]. Scholar. < https://cutt.ly/9MTH2T6 > (consultée le 14/11/2022)

FENCHEL, Rober (2004). Le Flagelle [Illustration]. Sous le microscope < https://cutt.ly/fMvfTiw > (consulté le 30/10/2022)

GENTSIDE. La curieuse nage collective de bactéries [en ligne] (page consultée le 30/10/2022) <https://cutt.ly/WMvhC38 >

KIDSCIENCE. Comment se déplacent les bactéries ? [en ligne] (page consultée le 30/10/2022) <https://cutt.ly/oMvj2ny >

MARTIN, Gérald (2017). Reproduction spermatozoïdes : mouvements [Illustration]. Vetopsy <https://cutt.ly/VMvhwQh > (page consulté le 30/10/2022)

PAIM, Antonio (2019). Biologia para a vida [Illustration]. Blogspot < https://cutt.ly/iMvsDc7 > (consultée le 30/10/2022)

THOMAS (2010). Push-Rod Style Ballscrew Linear Actuator is IP65-rated [Illustration]. Heason Technologies < https://cutt.ly/7MTKGmX > (consultée le 14/11/2022)

WIKIPÉDIA. Équations de Navier-Stokes [en ligne]. (page consultée le 20/11/2022) <https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quationsdeNavier-Stokes >

WIKIPÉDIA. Machine à courant continu [en ligne]. (page consultée le 14/11/2022) <https://cutt.ly/2MTLmls >

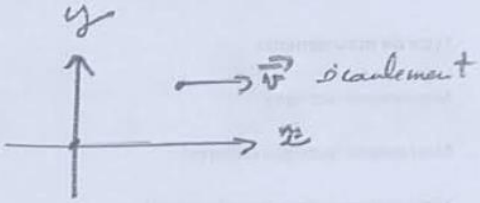
YouTube (21 décembre 2021). Pignon-crémaillère-rack and pinion [vidéo en ligne] <https://youtu.be/nVGueC_cFKI >

YouTube (23 octobre 2020). Low Reynolds Number Flow [vidéo en ligne] <https://www.youtube.com/watch?v=8Dst6V4CQME >

Annexes

Annexe A : Adimensionnement de l'équation de Navier Stokes – Nombre de Reynold

Apparition du Nb de Reynolds par "adimensionnalisation" de l'ENS :



$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\overrightarrow{grad}\, P + \mu \Delta \vec{v}$$

$$\text{ici} \quad -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$

On pose $\underline{x} = \frac{x}{L_c}$ où L_c est une "longueur caractéristique" (typique) du problème (ex : celle du robot)

On pose $\underline{v} = \frac{v_x}{v_c}$ où v_c est la vitesse typique de l'écoulement.

On pose $\underline{t} = \frac{t}{t_c}$ où t_c devient $= \frac{L_c}{v_c}$

alors : $\frac{d v_x}{dt} = \frac{v_c^2}{L_c} \frac{d \underline{v}}{d \underline{t}}$

$$\Delta v_x = \frac{v_c}{L_c^2} \frac{\partial^2 v_x}{\partial \underline{y}^2} = \frac{v_c}{L_c^2} \Delta \underline{v}$$

(à mettre) $-\overrightarrow{grad}\, P = -\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\mu v_c}{L_c^2} \overrightarrow{grad}\, \underline{P}$

alors $\rho \frac{v_c^2}{L_c} \frac{d \underline{v}}{d \underline{t}} = -\frac{\mu v_c}{L_c^2} \overrightarrow{grad}\, P + \frac{v_c}{L_c^2} \Delta \underline{v}$

multiplions tout par $\frac{L_c^2}{\mu v_c}$, il vient

$$\frac{\rho v_c^2 L_c^2}{L_c \mu v_c} \frac{d \underline{v}}{d \underline{t}} = -\overrightarrow{grad}\, P + \frac{L_c^2}{\mu v_c} \left(\mu \frac{v_c}{L_c^2} \Delta \underline{v} \right)$$

$$\left(\frac{\rho v_c L_c}{\mu} \right) \frac{d \underline{v}}{d \underline{t}} = -\overrightarrow{grad}\, \underline{P} + \Delta \underline{v}$$

Nb de Reynolds

$$[Re] : \frac{kg}{m^3} \frac{m}{s} \frac{m}{Pa\,s} = \frac{kg}{m^3} \frac{m}{s} \frac{m^2}{kg\,m^{-1}\,s^{-1}\,s}$$

Sans dimension.

La solution ne dépend que de (Re) (en théorie)

Annexe B : La programmation de la simulation du déplacement de notre prototype

```

def matrice6A(L1, L2): #définition de la matrice A du système à 6 équations
    matA=numpy.array([[1,0,0,1/(6*pi*mu*a1),1/(4*pi*mu*L1),1/(4*pi*mu*(L1+L2))],
                      [0,1,0,1/(4*pi*mu*L1),1/(6*pi*mu*a2),1/(4*pi*mu*L2)],
                      [0,0,1,1/(4*pi*mu*(L1+L2)),1/(4*pi*mu*L2),1/(6*pi*mu*a3)],
                      [0,0,0,1,1,1],
                      [-1,1,0,0,0,0],
                      [0,-1,1,0,0,0]])
    return matA
def matrice6B(L1_point, L2_point): #définition de la matrice B contenant l'autre côté des égalités
    matB=numpy.array([[0],
                      [0],
                      [0],
                      [L1_point],
                      [L2_point]])
    return matB


def phase_1(L1,L1_max,L1_point,L2,L2_max,L2_point,c1, c2, c3): #phase 1 : on étend le bras 1
    tabc1=[]
    tabc2=[]
    tabc3=[]
    for j in range(N):
        matA=matrice6A(L1,L2)
        matB=matrice6B(L1_point,0)
        X=solve(matA,matB)
        L1=(L1_point*delta_t)+L1
        v1=X[0,0]
        v2=X[1,0]
        v3=X[2,0]
        c1=(v1*delta_t)+c1
        c2=(v2*delta_t)+c2
        c3=(v3*delta_t)+c3
        tabc1+=[c1]
        tabc2+=[c2]
        tabc3+=[c3]
        #print(tabc2)
    return tabc1, tabc2, tabc3, L1, L2

#phase_1(L1_min,L1_max,L1_point,L2_min,L2_max,L2_point,c2)

def phase_2(L1,L1_max,L1_point,L2,L2_max,L2_point,c1, c2, c3): #phase 2 : on étend le bras 2
    tabc1=[]
    tabc2=[]
    tabc3=[]
    for j in range(N):
        matA=matrice6A(L1,L2)
        matB=matrice6B(0,L2_point)
        X=solve(matA,matB)
        L2=(L2_point*delta_t)+L2
        v1=X[0,0]
        v2=X[1,0]
        v3=X[2,0]
        c1=(v1*delta_t)+c1
        c2=(v2*delta_t)+c2
        c3=(v3*delta_t)+c3
        tabc1+=[c1]
        tabc2+=[c2]
        tabc3+=[c3]
    return tabc1, tabc2, tabc3, L1, L2

def phase_3(L1,L1_max,L1_point,L2,L2_max,L2_point,c1, c2, c3): #phase 3 : on ramène le bras 1
    tabc1=[]
    tabc2=[]
    tabc3=[]
    for j in range(N):
        matA=matrice6A(L1,L2)
        matB=matrice6B(-L1_point,0)
        X=solve(matA,matB)
        L1=L1-(L1_point*delta_t)
        v1=X[0,0]
        v2=X[1,0]
        v3=X[2,0]
        c1=(v1*delta_t)+c1
        c2=(v2*delta_t)+c2
        c3=(v3*delta_t)+c3
        tabc1+=[c1]
        tabc2+=[c2]
        tabc3+=[c3]
    return tabc1, tabc2, tabc3, L1, L2
```

```

def phase_4(L1,L1_max,L1_point,L2,L2_max,L2_point,c1, c2, c3): #phase 4 : on ramène le bras 2
    tabc1=[]
    tabc2=[]
    tabc3=[]
    for j in range(N):
        matA=matrice6A(L1,L2)
        matB=matrice6B(0,-L2_point)
        X=solve(matA,matB)
        L2=L2-(L2_point*delta_t)
        v1=X[0,0]
        v2=X[1,0]
        v3=X[2,0]
        c1=(v1*delta_t)+c1
        c2=(v2*delta_t)+c2
        c3=(v3*delta_t)+c3
        tabc1+=[c1]
        tabc2+=[c2]
        tabc3+=[c3]
    return tabc1, tabc2, tabc3, L1, L2

def main(L1_min,L1_max,L1_point,L2_min,L2_max,L2_point,a1,a2,a3,c2,delta_t,N,T): # modélisation principale
    L1=L1_min
    L2=L2_min
    c1=c2-L1
    c3=c2+L2
    tab1=[]
    tab2=[]
    tab3=[]
    tabc1=[]
    tabc2=[]
    tabc3=[]
    tab_t=[]
    for i in range(M): # on fait tourner la simulation sur un nombre M de cycles
        tab1,tab2,tab3, L1,L2 =phase_1(L1,L1_max,L1_point,L2,L2_max,L2_point,c1, c2, c3)
        tabc1+=tab1
        tabc2+=tab2
        tabc3+=tab3
        c1=tabc1[-1]
        c2=tabc2[-1]
        c3=tabc3[-1]
        tab1,tab2,tab3, L1,L2=phase_2(L1,L1_max,L1_point,L2,L2_max,L2_point,c1, c2, c3)
        tabc1+=tab1
        tabc2+=tab2
        tabc3+=tab3
        c1=tabc1[-1]
        c2=tabc2[-1]
        c3=tabc3[-1]
        if rev==1 :      #on actualise les valeurs de c1,c2 et c3 avant qu'elles soient réutilisées
            tab1,tab2,tab3, L1,L2=phase_4(L1,L1_max,L1_point,L2,L2_max,L2_point,c1, c2, c3)
            #si on a choisi le mode réversible on collecte les données dans l'ordre des phases 1,2,4,3
        else:
            tab1,tab2,tab3, L1,L2=phase_3(L1,L1_max,L1_point,L2,L2_max,L2_point,c1, c2, c3)
            #si on a choisi le mode normal on collecte les données dans l'ordre des phases 1,2,3,4
        tabc1+=tab1
        tabc2+=tab2
        tabc3+=tab3
        c1=tabc1[-1]
        c2=tabc2[-1]
        c3=tabc3[-1]
        if rev==1 :
            tab1,tab2,tab3, L1,L2=phase_3(L1,L1_max,L1_point,L2,L2_max,L2_point,c1, c2, c3)
        else:
            tab1,tab2,tab3, L1,L2=phase_4(L1,L1_max,L1_point,L2,L2_max,L2_point,c1, c2, c3)
        tabc1+=tab1
        tabc2+=tab2
        tabc3+=tab3
        c1=tabc1[-1]
        c2=tabc2[-1]
        c3=tabc3[-1]
        tab_t+=[i]
    print("avancée totale", c2, 'm')
    x=[i*delta_t for i in range(len(tabc2))] #temps
    y=[i for i in tabc2] #position c2
    plt.plot(x,y)
    plt.title('position de la boule centrale en fonction du temps')
    plt.xlabel('temps en s')
    plt.ylabel('position en m')
    plt.show()

#print(L1_min,L1_max,L1_point,L2_min,L2_max,L2_point,a1,a2,a3,c2,delta_t,N,T)
main(L1_min,L1_max,L1_point,L2_min,L2_max,L2_point,a1,a2,a3,c2,delta_t,N,T)

```

Annexe C: La programmation des moteurs du prototype :

Moteur 1 :

```
// Definition des broches de connection
#define IN1  8
#define IN2  9
#define IN3  10
#define IN4  11
int t=2;

// Séquencement pour couple maxi
int pas [4][4] =
{
  {1, 1, 0, 0},
  {0, 1, 1, 0},
  {0, 0, 1, 1},
  {1, 0, 0, 1}
};

void setup()
{
   // Configuration des broches en sortie
  pinMode(IN1, OUTPUT);
  pinMode(IN2, OUTPUT);
  pinMode(IN3, OUTPUT);
  pinMode(IN4, OUTPUT);

}

void loop()
{
 while (digitalRead(2) !=1)
      {
         for (int i = 0; i < 4; i++)
        {
          digitalWrite(IN1, pas[i][0]);
          digitalWrite(IN2, pas[i][1]);
          digitalWrite(IN3, pas[i][2]);
          digitalWrite(IN4, pas[i][3]);
          delay(t);
        }
      }
 }
```

Moteur 2 :

```
// Definition des broches de connection
#define IN1  4
#define IN2  5
#define IN3  6
#define IN4  7

// Séquencement pour couple maxi
int pas [4][4] =
{
  {1, 1, 0, 0},
  {0, 1, 1, 0},
  {0, 0, 1, 1},
  {1, 0, 0, 1}
};

void setup()
{
   // Configuration des broches en sortie
  pinMode(2,INPUT);
  pinMode(IN1, OUTPUT);
  pinMode(IN2, OUTPUT);
  pinMode(IN3, OUTPUT);
  pinMode(IN4, OUTPUT);

}

void loop()
{
 while (digitalRead(2)!=1)
 {
    for (int i = 0; i < 4; i++)
      {
      digitalWrite(IN1, pas[i][0]);
      digitalWrite(IN2, pas[i][1]);
      digitalWrite(IN3, pas[i][2]);
      digitalWrite(IN4, pas[i][3]);
      delay(2);
      }
 }
}
```