

## CPGE Exercice 2

1- La vitesse de la lumière dans le vide est indépendante du référentiel

$$\Rightarrow \|\vec{v}'\| = \|\vec{v}\| = c$$

Le rayon se situe dans le plan  $(Ox'y')$

$$\text{On cherche } \cos \theta' = \frac{v_{xc}}{\|\vec{v}'\|} = \frac{\frac{v_{xc} - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}}}{c} = \frac{v_x - \beta}{1 - \beta \frac{v_x}{c}}$$

$$\text{or } \cos \theta = \frac{v_x}{\|\vec{v}\|} = \frac{v_x}{c} \Rightarrow \cos \theta' = \frac{\cos \theta - \beta}{1 - \beta \cos \theta}$$

$$2-a) \cos \delta \theta' \approx 1 - \frac{\delta \theta'^2}{2}$$

$$\approx \frac{1 - \frac{\delta \theta^2}{2} - \beta}{1 - \beta \left(1 - \frac{\delta \theta^2}{2}\right)} = \frac{1 - \beta - \frac{\delta \theta^2}{2}}{1 - \beta} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{\beta \delta \theta^2}{2(1-\beta)}\right)}$$

$$\approx \frac{1 - \beta - \frac{\delta \theta^2}{2}}{1 - \beta} \left(1 - \frac{\beta \delta \theta^2}{2(1-\beta)}\right) \approx 1 - \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \frac{\delta \theta^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\delta \theta'^2}{\delta \theta^2} \approx \frac{1 + \beta}{1 - \beta}$$

b) Effet Doppler relativiste  $\frac{\nu'}{\nu} = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$

c) la fréquence à laquelle sont envoyés/reçus les photons est aussi modifiée par l'effet Doppler relativiste

$$\Rightarrow \delta t' = \frac{1}{\beta \gamma} = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \delta t$$

l'énergie moyenne de photons reçus est donnée par  $\varepsilon' = h\nu' = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} h\nu$   
 $= \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \varepsilon$

$$P = \frac{N\epsilon}{\delta t} \quad P' = \frac{N\epsilon'}{\delta t'} = \frac{1-\beta}{1+\beta} \frac{N\epsilon}{\delta t} \Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{1-\beta}{1+\beta}$$

$$d) \quad I' = \frac{P'}{\pi \delta \theta'^2} = \frac{P}{\pi \delta \theta^2} \left( \frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^2$$

$$\frac{I'}{I} = \left( \frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^2$$

10/10

On la voit moins lumineuse lorsqu'elle s'éloigne de nous

Rq: Comme pour un corps noir  $I \propto T^4$  et que  $v_{\max} \propto T$   
on ne peut ~~distinguer la température~~ pas faire la distinction entre ~~une~~ vitesse  
d'éloignement et température juste en regardant la couleur et la luminosité  
d'une étoile.