Hand Spinner

LP2I – Lycée Pilote Innovant International

Sacha Monti

Lila Rouillard

Sophie Boob

1

Résumé

« Hand Spinner » est un projet au cours duquel nous avons voulu étudier en détail la rotation de cet objet. Même si certains processus sont rapidement identifiables, il n'est pas forcément évident d'arriver à les quantifier, aussi bien sur un plan expérimental que théorique. C'est pourtant ce que nous avons tenté de faire. Et c'est ainsi en entrant dans le vif du sujet que nous avons pu dépasser les quelques notions perceptibles en premier abord.

En cherchant à déceler les secrets du Hand Spinner, nous avons même été confronté à des phénomènes dont nous ne savons pas encore si notre interprétation est bonne à l'heure où nous rédigeons ce document. Cet objet est finalement plus qu'un simple jouet… ou un vrai jouet puisqu'il nous a permis de nous amuser tout en faisant des sciences de façon plus poussée qu'on ne l'aurait imaginé.

Sommaire

I – De quels paramètres dépend la durée de rotation du hand spinner ?

II - Quelles sont les contributions des frottements fluide et solide dans la durée de rotation du hand spinner ?

III – Quels autres phénomènes peuvent affecter la vitesse de rotation du hand spinner ?

IV – Comment augmenter la limite de vitesse de rotation du roulement à billes ?

V – Un phénomène amusant avec le hand spinner

VI – Conclusion

Introduction

Le Hand spinner connaît son heure de gloire. Comme bon nombre d'objets, le choix d'acquérir un hand spinner plutôt qu'un autre peut être motivé par différents critères, comme son esthétique, son côté pratique ou bien ses performances. Et en tant que consommateurs et citoyens, il nous appartient de prioriser ces critères. Et concernant le hand spinner, sa fonction nous impose de rechercher avant tout ses performances. Mais justement, de quoi dépendent les performances d'un hand spinner ? Est-il possible de les mesurer ? Fort des connaissances acquises, est-il ensuite possible de les estimer à partir d'une description précise du hand spinner ? Et est-il possible de modifier ses performances ?

C'est ce que nous avons voulu savoir et que nous racontons dans ce mémoire.

Le projet réalisé autour du hand spinner nous amènera à étudier les roulements en bille, qui composent un très grand nombre de machines tournantes qui nous entourent. Nous pensions au début que ce projet serait un jeu… Un jeu scientifique… Mais il s'avère qu'il peut représenter bien plus que cela, puisqu'il nous a permis de relever plusieurs sources responsables de la performance d'un hand spinner et, de façon plus générale, d'un roulement à billes.

Nous commencerons par observer la rotation du hand spinner pour en tirer des renseignements généraux sur les facteurs les plus évidents qui interviennent dans l'évolution de la vitesse de rotation du hand spinner, à savoir les frottements. Puis nous nous intéresserons à des points plus subtils, voire parfois même surprenants. Nous finirons enfin par jouer, même si en réalité, c'est un peu ce que l'on a fait tout au long de notre projet, au cours duquel deux questions principales nous ont animé concernant les performances du hand spinner :

Comment faire pour faire tourner le hand spinner le plus longtemps possible ?

Peut-on le faire tourner aussi vite que l'on veut, ou y a-t-il une limite ?

Ces deux questions vont nous permettre d'entrer dans les coulisses d'un hand spinner et, par le biais d'expériences que nous avons imaginées, d'aborder des phénomènes qui nous étaient jusque-là inconnus.

Lien vers la vidéo de 5 minutes montrant les grandes lignes du projet :
https://www.dailymotion.com/video/x7s9c11

I – De quels paramètres dépend la durée de rotation du Hand Spinner ?

1) Description du Hand Spinner

Nous avons fait l'acquisition de plusieurs hand spinner identiques qui ont la particularité de pouvoir être démontés entièrement, ce qui va être très pratique pour mener à bien ce projet (figure 1).

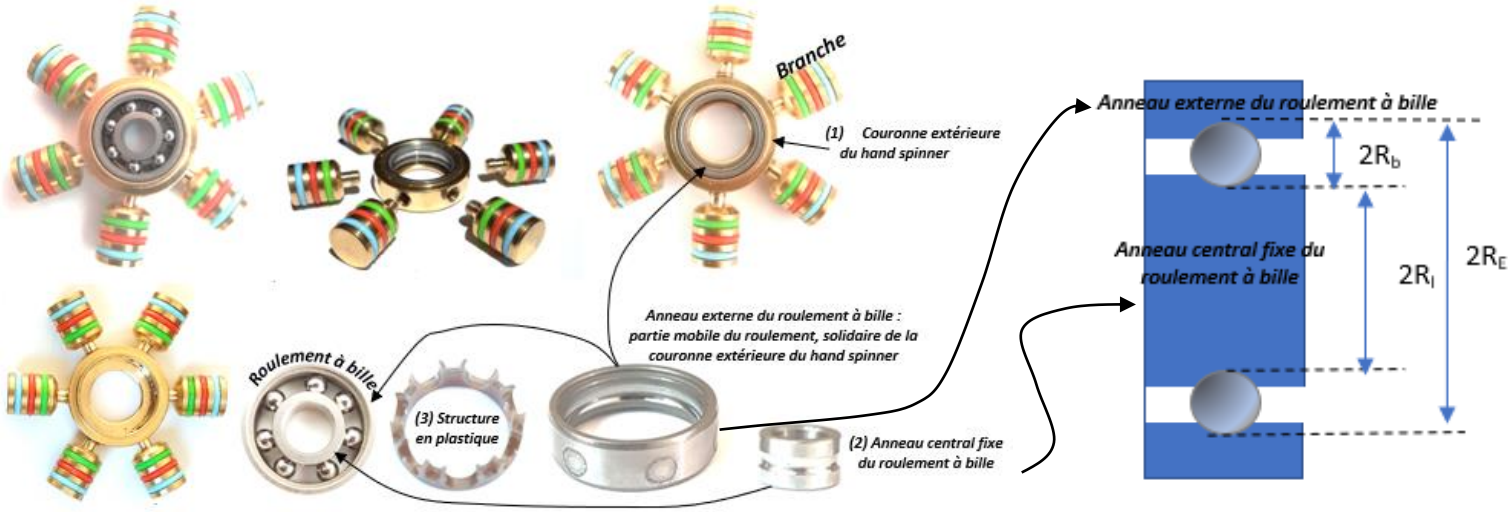


Figure 1 : présentation des différents éléments du hand spinner

Comme on le voit sur les images ci-dessus, le hand spinner contient 6 branches qui se vissent sur la couronne extérieure (1) du hand spinner. A l'intérieur du hand spinner se trouvent les 7 billes du roulement, ainsi qu'un anneau central (2) fixe. Pour maintenir les billes dans leurs positions respectives, celles-ci sont disposées dans une structure en plastique (3).

Nous avons eu besoin, au cours de notre projet, de connaître avec précision certaines dimensions de ces différents éléments. Nous avons réalisé ces mesures avec un pied à coulisse particulièrement précis, car donnant des longueurs avec une précision au centième de millimètre. Voici quelques mesures obtenues :

- Rayon interne de l'anneau externe en enlevant la profondeur du sillon dans lequel roule la bille : R_E = 9,42 mm
- Rayon de l'anneau central en enlevant la profondeur du sillon dans lequel roule la bille : R_i = 5,64 mm
- Rayon de la bille : R_b = 3,78/2 mm

3

2) Influence de la masse sur la durée de rotation du Hand Spinner

Le hand spinner dont nous disposons contient 6 branches démontables. Nous pouvons alors enlever des branches, tout en faisant en sorte que le centre d'inertie du hand spinner reste toujours au même endroit, et mesurer alors, pour une vitesse de rotation initiale identique, la durée de rotation du hand spinner. Comme nous ne pouvons pas lancer le Hand spinner toujours à la même vitesse, nous avons choisi de mesurer la durée de la rotation à partir d'une date temps t = 0 de sorte qu'elle corresponde à une vitesse identique du hand spinner pour les 4 lancés. Comme il nous fallait alors connaître la vitesse du hand spinner au cours du temps, nous avons filmé la rotation du hand spinner avec une caméra à 240 images par seconde. Nous avons alors exploité les vidéos avec le logiciel Latis Pro.

Les mesures donnent alors les résultats suivants (figure 2) :

	Hand spinner 6 branches	**Hand spinner 4 branches**	**Hand spinner 3 branches**	**Hand spinner 2 branches**
Hand Spinner				
Durée de la rotation	**23s**	**22s**	**17s**	**13s**

Figure 2 : Durée de rotation en fonction de la masse du hand spinner

Plus la masse est importante, pour une vitesse initiale identique, et plus la rotation durera longtemps. Mais en réalité, ce n'est pas si simple que cela. En effet, il est possible de disposer les branches du hand spinner plus éloignées de 2 millimètres du centre d'inertie en jouant sur le pas de vis.

En faisant cela, on ne change pas la masse du hand spinner. Et pourtant, nos mesures montrent alors que la rotation dure plus longtemps. Il est alors clair que la masse mais aussi la façon dont elle se répartie dans le système, a une importance dans la rotation du hand spinner. Ceci montre l'importance d'une caractéristique du hand spinner : son moment d'inertie, que nous noterons I_Δ.

Nous avons alors dû, lors de ce projet, nous familiariser avec de nouvelles notions :

- Le moment d'inertie $I_\Delta = \sum_i \frac{1}{2} m_i \times r_i^2$ d'un système, qui dépend de la masse du système, et de la façon dont cette masse (m_i) se répartie (distance r_i) par rapport à l'axe de rotation du système.
- Le moment cinétique $L_\Delta = I_\Delta \dot{\theta}$ d'un système
- L'énergie cinétique d'un système en rotation par rapport à son axe de rotation : $E_C = \sum_i \frac{1}{2} m_i \times v_i^2 = \frac{1}{2} I_\Delta \times \dot{\theta}^2$

Que faut-il alors pour que le hand spinner puisse tourner le plus longtemps possible ?

Puisque le hand spinner fini par s'arrêter, c'est qu'il est soumis à des frottements, qui sont des forces non conservatives. Pour qu'il tourne le plus longtemps possible, on peut bien sûr lui donner une énergie cinétique la plus forte possible. Compte tenu de l'expression de l'énergie cinétique, $E_C = \frac{1}{2} I_\Delta \times \dot{\theta}^2$, il faut donc

- Une grande vitesse radiale $\dot{\theta}$ au départ, mais celle-ci est limitée par la vitesse avec laquelle on est capable de bouger le doigt pour mettre en mouvement le hand spinner.
- Un fort moment d'inertie

Mais surtout, si on veut que le Hand spinner ne s'arrête jamais de tourner, il faudrait supprimer les frottements. Même si cela est impossible, on peut les limiter en ayant des profils d'hand spinner particulièrement aérodynamiques. Mais les frottements peuvent également être de nature solide et pas uniquement fluide. Peut-on quantifier la contribution des frottements fluides et solides au cours de la rotation du hand spinner ?

4

II – Quelles sont les contributions des frottements fluide et solide dans la durée de rotation du hand spinner ?

1) Approche acoustique qualitative :

En faisant tourner le hand spinner, on constate que cela produit un son. Ce son étant issu de frottements, nous avons voulu savoir s'il était possible d'exploiter ce son pour en déduire des renseignements sur les frottements. Nous avons alors enregistré le son produit par la rotation du hand spinner au cours du temps, puis nous avons réalisé une analyse spectrale de la bande son afin de l'analyser. Voici les résultats obtenus en plaçant le micro à 1 mm d'une branche du hand spinner, et en traçant le spectrogramme avec le logiciel Audacity (figure 3):

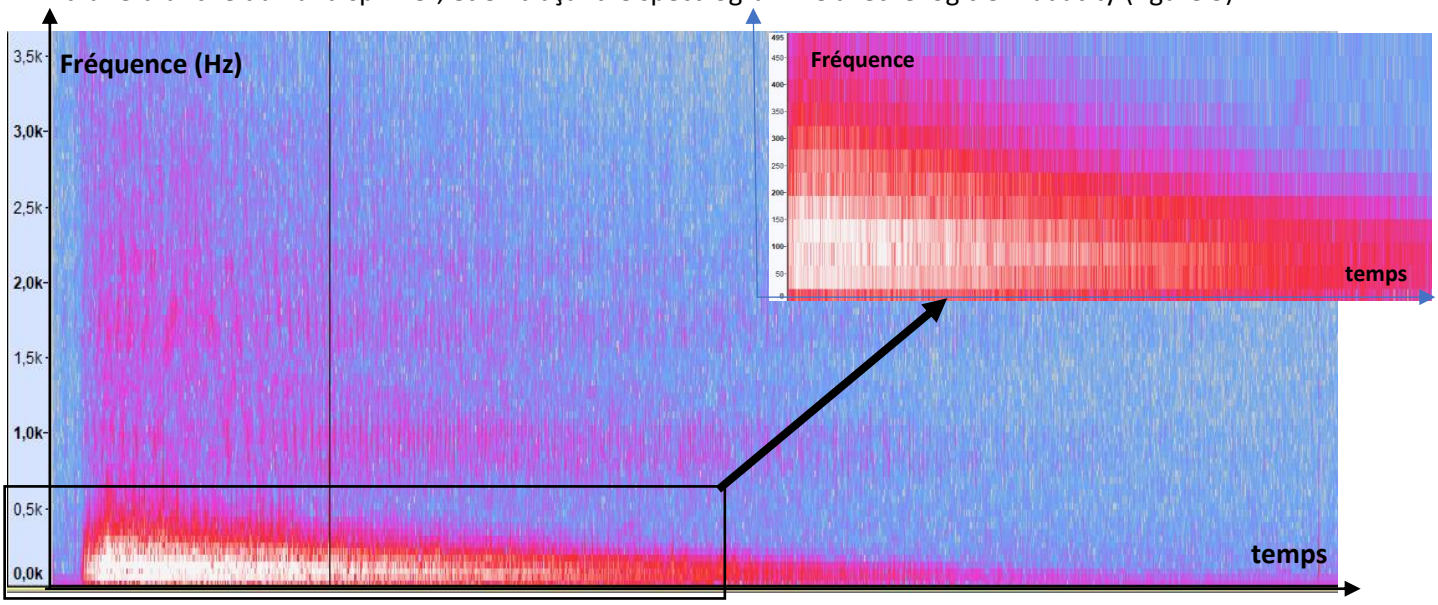


Figure 3 : Spectrogramme du son enregistré lors de la rotation du hand spinner – en haut à droite : zoom

Cela dit, le phénomène est encore plus visible lorsqu'on l'observe avec l'application « FFT Spectrum Analyser ». Nous avons filmé l'expérience réalisée avec cette application, et la vidéo est alors visible en suivant le lien : https://www.dailymotion.com/video/x7s86sp. Les résultats obtenus montrent clairement qu'il y a au moins 2 phénomènes qui interviennent lors de la rotation du hand spinner. En effet, on remarque qu'un son de faible fréquence, compris entre environ 300 et 0 Hz est produit, et que ce son a une fréquence qui diminue au cours du temps, c'est-à-dire en même temps que le hand spinner ralentit.

D'autre part, on remarque qu'un son est aussi produit à une fréquence centrée sur 1000 Hz, ainsi qu'autour d'environ 1700 Hz et 2100 Hz, et que ces fréquences restent constantes durant la rotation du hand spinner.
On peut en déduire que le son de faible fréquence est lié à la vitesse de rotation du hand spinner, contrairement au son représenté par les fréquences plus élevées. On peut alors supposer que le son de faible fréquence provient des frottements entre les branches du hand spinner et l'air, donc des frottements fluides. Par contre le son aiguë composé de plusieurs fréquences qui restent constantes quelle que soit la vitesse du hand spinner, semblent provenir du roulement à billes du hand spinner. Il serait alors dû à des frottements solides.

Nous aurions voulu tracer l'évolution de la fréquence au cours du temps pour en tirer des conclusions, mais les mesures n'étant pas assez précises, nous n'avons pu nous contenter que d'un aspect qualitatif.

Qui qu'il en soit, nous sommes en présence de types de frottements différents.

Nous avons alors tenté de quantifier séparément les frottement solides et fluides en mesurant l'évolution de la vitesse du hand spinner au cours du temps.

5

2) Mesure expérimentale de l'évolution de la vitesse de rotation du Hand Spinner au cours du temps lors de sa rotation dans l'air :

Pour étudier les frottements, nous avons voulu connaître précisément l'évolution de la vitesse de rotation du hand spinner au cours du temps. Mais comme les exploitations des vidéos, telles que celles que nous avons faites dans le I- 2) nécessitent un temps considérable, nous avons procédé autrement :

a – Dispositif expérimental :

Nous avons utilisé un faisceau laser et une photorésistance, comme l'indique la figure 4. Quand le Hand Spinner tourne, les branches de celui-ci coupent tour à tour le faisceau Laser. Lorsque le faisceau Laser est obturé par une branche du Hand Spinner, cela provoque une augmentation de la résistance de la photorésistance, donc une diminution de l'intensité du courant, et par suite, une diminution de la tension aux bornes de la résistance.

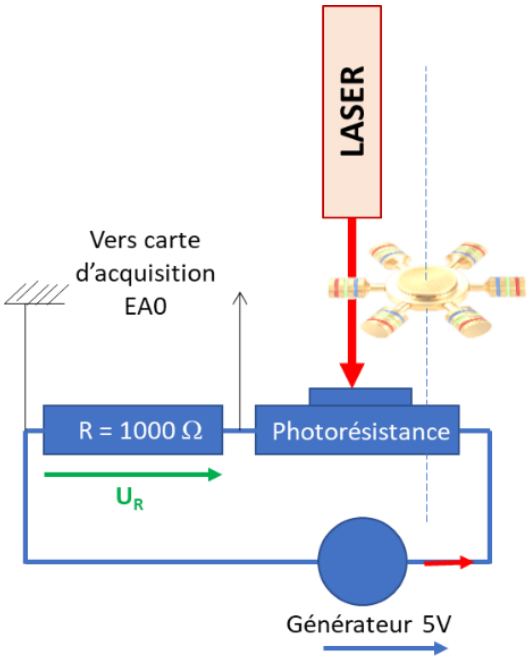


Figure 4 : dispositif permettant la mesure de la vitesse de rotation des branches

b - Résultats expérimentaux :

Pendant la rotation du hand spinner, nous avons le temps de réaliser un grand nombre d'acquisitions à différents moments, que l'on peut superposer dans une même fenêtre. Sur la figure 5 ci-dessous, nous avons par exemple 3 acquisitions à 3 dates différentes. Pour en déduire les vitesses de rotation à ces trois dates, nous avons profité d'avoir un signal périodique pour réaliser des analyses de Fourrier.

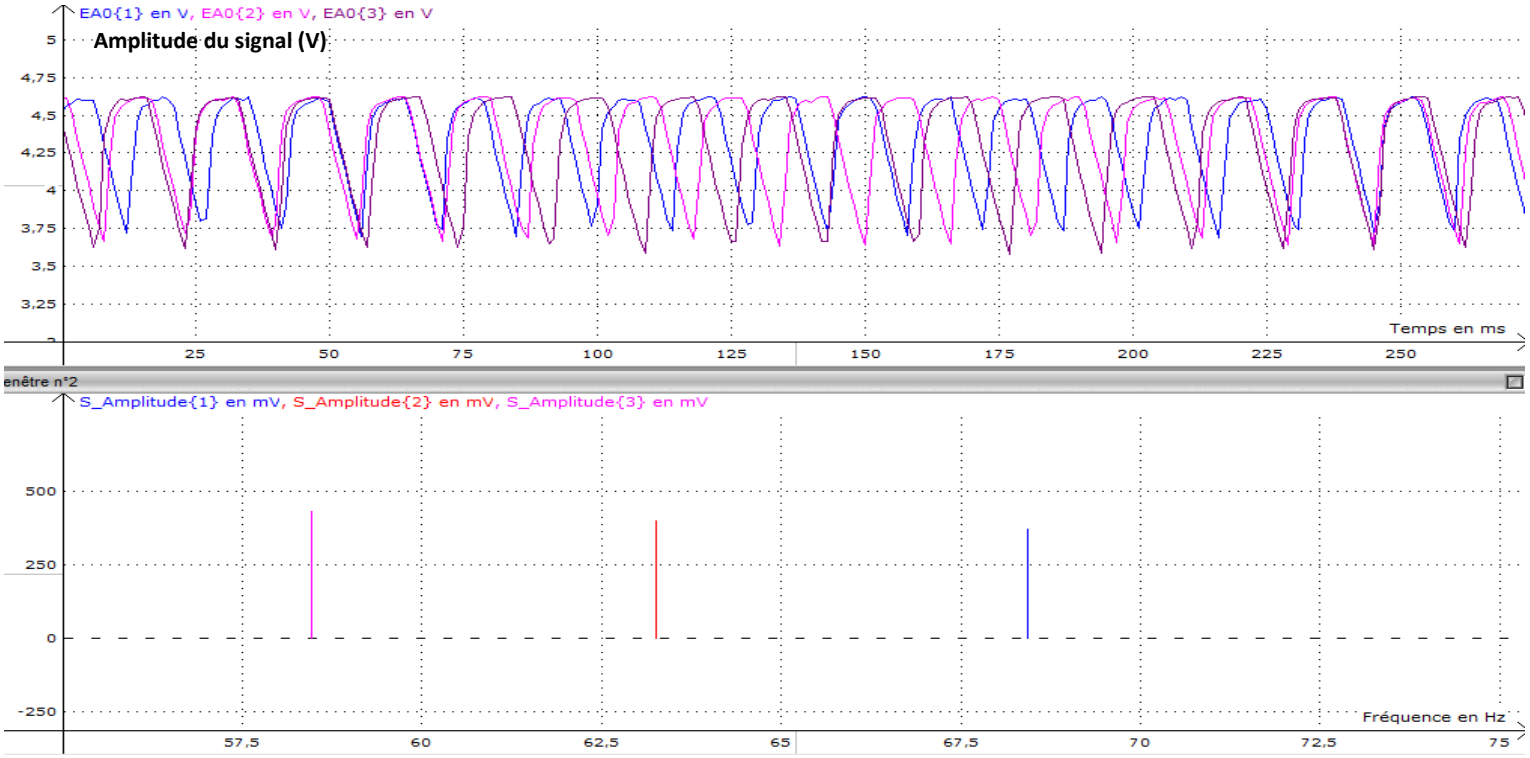


Figure 5 – mesures de la fréquence d'obturation du laser à trois instants durant la rotation du hand spinner

6

En divisant ces fréquences F par 6, du fait de la présence des 6 branches, nous pouvons alors en déduire la vitesse de rotation du hand spinner, en faisant l'opération suivante :

$$\omega = 2\pi \frac{F}{6}$$

Nous pouvons ainsi réaliser plus de 20 acquisitions, toutes les 4 secondes, durant la rotation du hand spinner avant qu'il ne s'arrête. Cela nous a permis de mesurer l'évolution de la vitesse angulaire du hand spinner, et de tracer le graphique suivant (figure 6) :

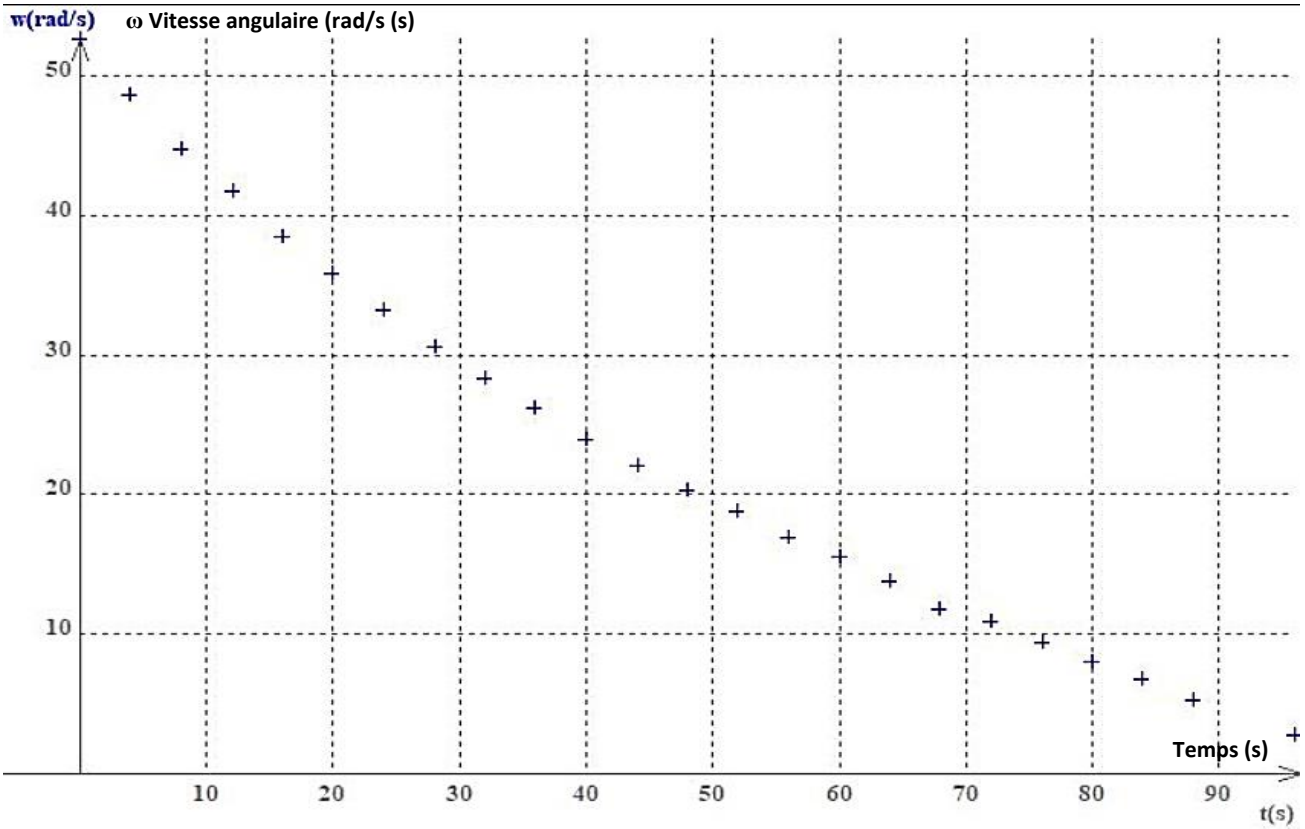
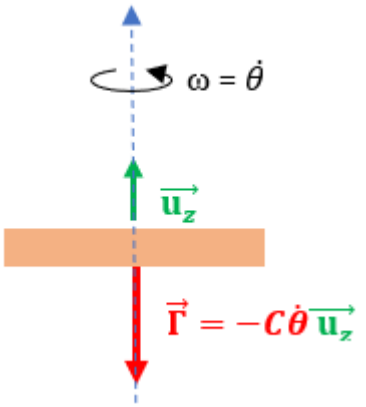


Figure 6 : Evolution de la vitesse angulaire du hand spinner en fonction du temps

Cette courbe est-elle cohérente avec l'approche acoustique ? Pour le savoir, nous pouvons utiliser le théorème du moment cinétique. Mais pour cela, nous devons modéliser les forces de frottements fluide et solide par des couples de forces. Or, d'après nos lectures, les forces de frottement fluide peuvent être modélisées par un couple résistant $\vec{\Gamma}$, proportionnel à la vitesse de rotation :



Mais concernant les frottements solides, nous ne disposons pas de modèle. Pour pouvoir exploiter les résultats de la figure 6, nous avons alors eu l'idée de refaire cette expérience, mais dans cette fois-ci, dans la cloche à vide, afin de nous affranchir des frottements visqueux.

3) Mesure expérimentale de l'évolution de la vitesse de rotation du Hand Spinner au cours du temps lors de sa rotation dans le vide :

a – Qualité du vide réalisé :

Dire que nous faisons l'expérience dans le vide est un bien grand mot. Comme le dispositif dont nous disposons pour faire le vide est de performance assez modeste, nous avons tout d'abord mesuré la concentration de molécule dans la cloche une fois le vide réalisé. Pour cela, nous avons disposé un capteur de pression et un capteur de température dans la cloche à vide.

7

En assimilant l'air à un gaz parfait, nous savons que :

$$PV = nRT$$

Ainsi, alors que la température de la salle est égale à 23°C au moment de l'expérience, et que la pression est égale à 1011 hPa, cela donne une densité molaire dans la salle égale à :

$$\frac{n}{V} = \frac{P}{RT} = \frac{101100}{8{,}314 \times (273 + 23)} = 41\ mol/m^3$$

Après avoir fait le vide dans la cloche, la température vaut 19°C et la pression vaut 15 hPa. Cela donne alors une densité molaire de 0,62 mol/m^3. Même si on est loin du vide, la diminution de cette densité particulaire nous semble suffisamment significative pour aller jusqu'au bout de notre expérience.

b- Comment déclencher le hand spinner à distance ?

La difficulté a été de trouver un moyen de déclencher la rotation du hand spinner une fois le vide réalisé dans la cloche. Après plusieurs essais de protocoles peu productifs, nous avons fini par trouver un moyen très efficace. La vidéo de l'expérience est visible en suivant le lien : https://www.dailymotion.com/video/x7s87nu

L'idée est de maintenir le hand spinner immobile, à l'aide de 2 élastiques tendus (figure 7). Un des élastiques est fixé en haut, tandis que l'autre est fixé en bas. Grâce à une corde de guitare, il est alors possible de tirer sur l'élastique du bas. Le hand spinner n'étant plus retenu vers le bas ; l'élastique du haut le tire violemment vers le haut, provoquant la rotation rapide du hand spinner. Tout ceci se passe sous la cloche à vide, et la corde de guitare permettant de tirer sur l'élastique peut passer sous la cloche à vide sans gêner l'étanchéité de la cloche.

Figure 7 : A gauche : hand spinner maintenu par 2 élastiques tendus / A droite : Hand spinner libéré de ses élastiques

c – Mesure de la vitesse de rotation.

Dans un premier temps, pour mesurer l'évolution de la vitesse de rotation, nous avons simplement filmé le hand spinner, puis analysé la vidéo avec le logiciel latis pro, image par image. Nous avions en effet essayé de procéder comme précédemment avec un Laser et une photorésistance, mais lorsqu'on tire avec la corde pour décrocher l'élastique, cela bouge toujours le hand spinner, et il fallait alors avoir de la chance pour que ses branches se trouvent toujours sur le chemin du faisceau Laser. Il s'avère que par la suite, nous avons trouvé un moyen pour limiter le déplacement du hand spinner. Mais les mesures que nous vous présentons ici sont celles réalisées en filmant le hand spinner tourner et en analysant ensuite la vidéo avec le logiciel Latis pro (figure 8).

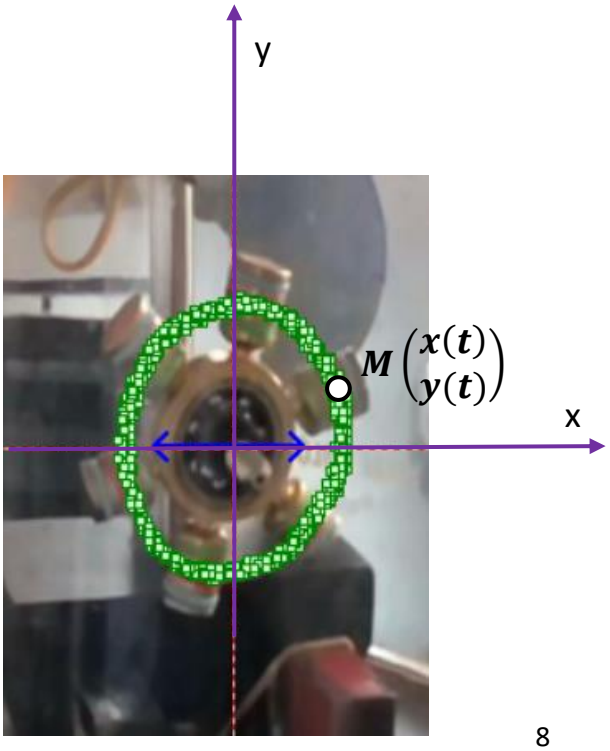


Figure 8 : Analyse de la vidéo sous latis pro : les points verts correspondent aux positions successives d'une des branches du hand spinner

Nous avons donc filmé la rotation du hand spinner, à 240 images par seconde, pour pouvoir mesurer sa vitesse de rotation au cours du temps. A partir de la vidéo réalisée, nous avons mesuré la vitesse de rotation du hand spinner à 9 dates différentes durant sa rotation. Pour mesurer cette vitesse à chacune des dates en question, nous avons défini un repère et nous avons noté les coordonnées spatiales d'une des branches (repérée par le point M de coordonnées $x_M(t)$,y_M (t) sur la figure 8)au cours du temps.

On peut par exemple tracer l'évolution de la coordonnée cartésienne $x_M(t)$ au cours de temps pendant des durées courtes prises à différentes dates.

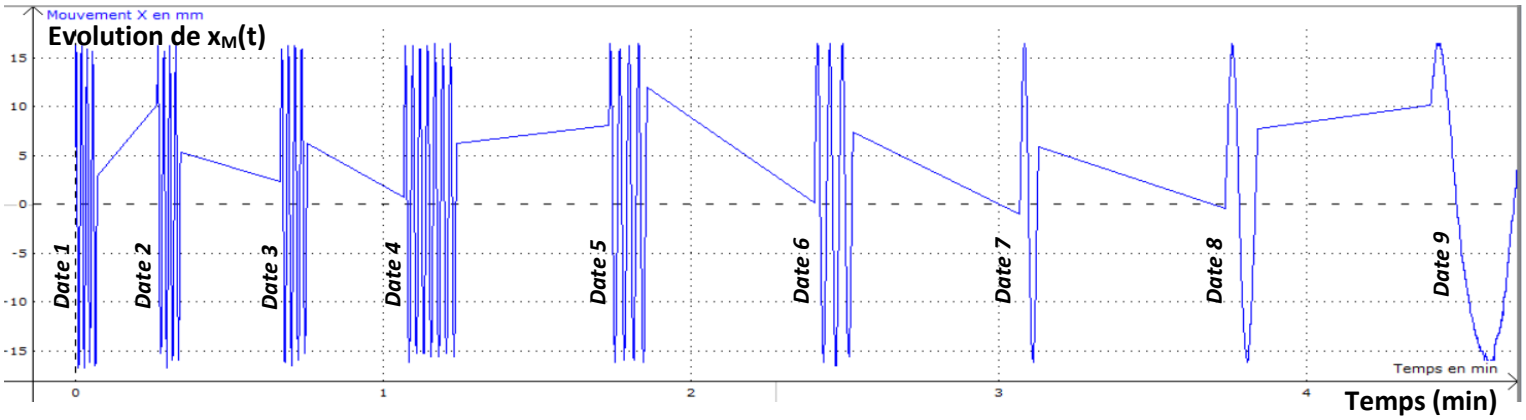


Figure 9 : Evolution d'une coordonnée cartésienne de l'extrémité d'une branche au cours du temps

On peut alors mesurer la période à chacune de ces dates (figure 9), puis la fréquence de rotation du hand spinner (en tenant compte du fait que l'étude de la vidéo a été réalisée sur la vidéo ralentie 10 fois. En multipliant ensuite la fréquence par 2 pi, on aboutit à la vitesse angulaire du hand spinner lors de ces 9 dates. Nous avons alors tracé l'évolution de cette vitesse sur Regressi et nous obtenons le graphique ci-contre : figure 10.

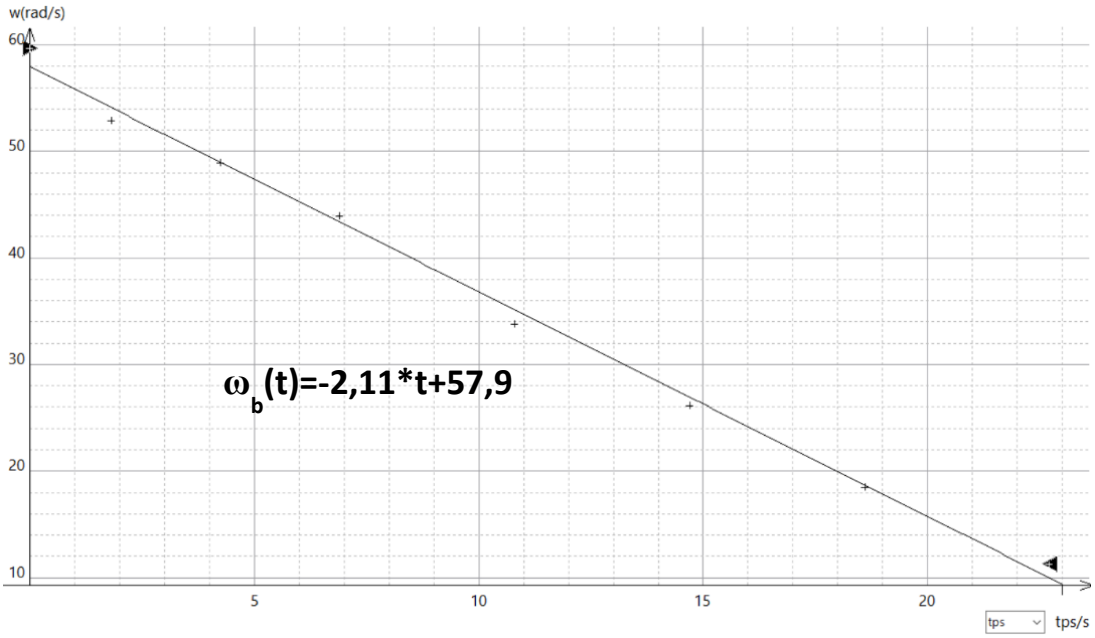


Figure 10 : Evolution de la vitesse de rotation du hand spinner sous vide

d – Analyse de l'évolution de la vitesse de rotation du hand spinner :

Nous pouvons modéliser l'évolution de la vitesse par une droite. Physiquement, cela signifie que les frottements solides peuvent être convenablement représentés par un couple de forces constant.

En effet, en appliquant le théorème du moment cinétique au système composé de la couronne extérieure du hand spinner et de ses branches, selon l'axe de rotation du hand spinner,

9

$$\frac{dL_\Delta}{dt} = \sum \mathcal{M}_\Delta$$

Ainsi, en supposant que seul un couple de forces résistant $-\Gamma_S$ intervient, il vient :

$$\frac{dL_\Delta}{dt} = \sum \mathcal{M}_\Delta = -\Gamma_S$$

$$I_\Delta \ddot{\theta} = -\Gamma_S$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{\Gamma_S}{I_\Delta} \Leftrightarrow \dot{\theta}(t) = \dot{\theta}_0 - \frac{\Gamma_S}{I_\Delta} t$$

On a donc bien dans ce cas là une décroissance de la vitesse de rotation linéaire par rapport au temps. Sachant maintenant comment nous pouvons modéliser les frottements solides, nous pouvons revenir sur l'analyse de la figure 6 qui montre l'évolution de la vitesse de rotation du hand spinner en présence des deux types de frottements, solides et fluides.

4 – Mesure quantitative des frottements solide et fluide

Nous considérons ici que le système étudié est la couronne extérieure du hand spinner, avec les 6 branches. Le système est alors soumis à son propre poids, à une réaction qui compense le poids, aux frottements fluides avec l'air, et aux frottements solides.

Comme nous venons de le voir, les forces de frottement solide engendrent un couple résistant Γ_S indépendant de la vitesse de rotation de la couronne extérieure. D'autre part, nous faisons l'hypothèse que les forces de frottement fluide sont le siège d'un couple résistant Γ_f proportionnel à la vitesse angulaire.

Ces couples conduisent à une diminution du moment cinétique du système, conformément au théorème du moment cinétique projetée selon l'axe de rotation vertical du hand spinner puisque c'est ainsi qu'il est disposé dans la figure 4:

$$\frac{dL_\Delta}{dt} = \sum \mathcal{M}_\Delta$$

$$\frac{dL_\Delta}{dt} = \sum \mathcal{M}_\Delta = -\Gamma_S - \Gamma_f$$

$$I_\Delta \ddot{\theta} = -\Gamma_S - \Gamma_f = -\Gamma_S - C\dot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{I_\Delta}\dot{\theta} = -\frac{\Gamma_S}{I_\Delta}$$

La solution de cette équation différentielle est donc de la forme :

$$\dot{\theta}(t) = Ae^{\frac{-C}{I_\Delta}t} - \frac{\Gamma_S}{C}$$

Ainsi, en appelant $\dot{\theta}_0$ la vitesse angulaire à l'instant t_0 de l'acquisition, on obtient : $\dot{\theta}(t=0) = \dot{\theta}_0 = A - \frac{\Gamma_S}{C}$

Donc

$$\dot{\theta}(t) = \left(\dot{\theta}_0 + \frac{\Gamma_S}{C}\right) e^{\frac{-C}{I_\Delta}t} - \frac{\Gamma_S}{C}$$

Nous disposons donc d'un modèle théorique basé sur certaines hypothèses, et nous pouvons comparer ce modèle à l'évolution expérimentale de la vitesse de rotation (figure 11) :

10

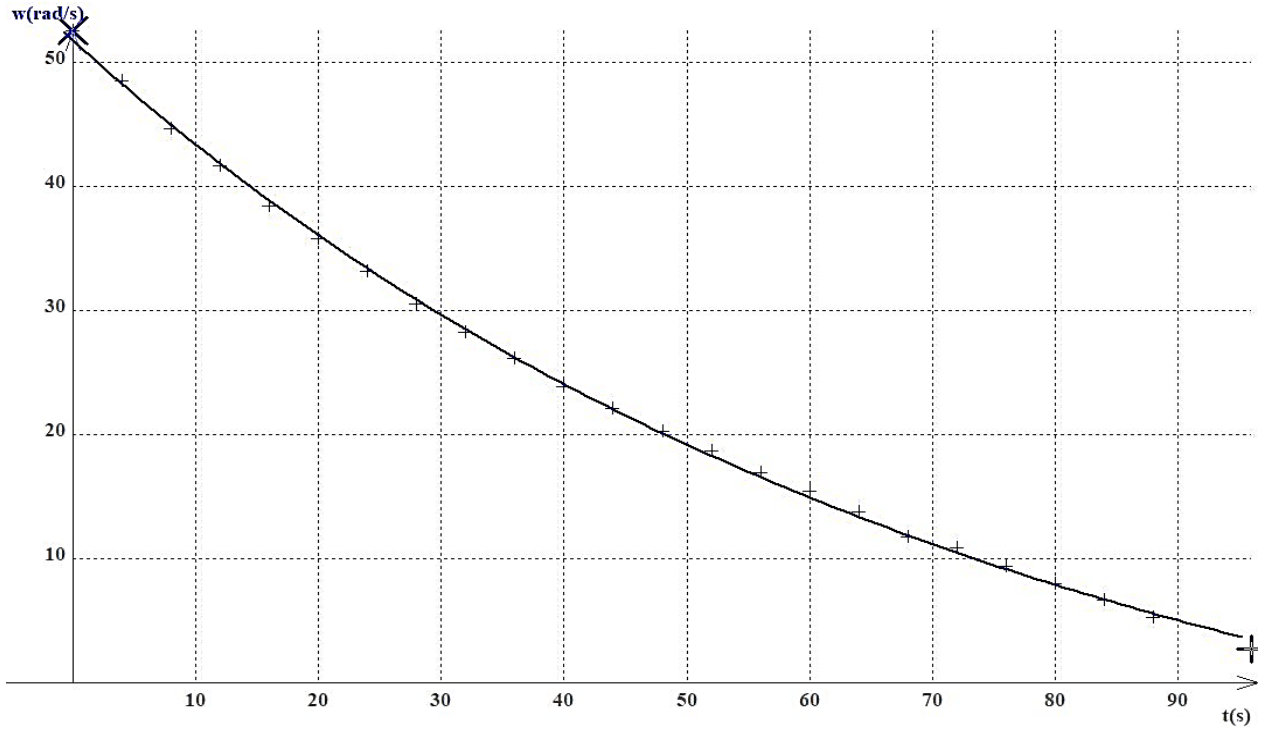


Figure 11 : Modélisation de l'évolution de la vitesse de rotation au cours du temps

Voici alors la fonction $\dot{\theta}(t)$ issue de la modélisation ;

$$\dot{\theta}(t) = 66{,}7 \times e^{\frac{-t}{74{,}6}} - 14{,}9$$

Le modèle est donc parfaitement compatible avec les valeurs expérimentales, ce qui nous conforte dans les hypothèses que nous avons formulées : Le système est bien soumis à 2 forces de frottement, solides et fluides, dont les expressions semblent être celles que nous avons proposées.

Commentaire :

Nous avons choisi un modèle de couple de frottement proportionnel à la vitesse radiale. Mais en réalité, il se peut que ce ne soit pas le cas, ou que ce soit le cas sur une partie uniquement pour certaines vitesses de rotation. Cela dit, la concordance entre le modèle choisi pour représenter les frottements, et les mesures expérimentales, ne nous a pas poussé à explorer d'autres pistes aux vitesses où nous avons fait tourner le hand spinner.

Nous pouvons exploiter davantage la modélisation en estimant les couples résistants. En effet,

Nous en déduisons que : $\begin{cases} \dot{\theta}_0 + \frac{\Gamma_S}{C} = 66{,}7 \\ \frac{C}{I_\Delta} = \frac{1}{74{,}6} \quad * \\ \frac{\Gamma_S}{C} = 14{,}9 \quad ** \end{cases}$

$\dot{\theta}_0$ S'obtient sur la courbe : on lit 51,9 rad/s

Mais pour autant, ces équations ne suffisent pas. Si on veut déterminer les couples résistants solide et fluide, il nous faut connaître le moment d'inertie I_Δ du système.

Mais même sans connaître le moment d'inertie du hand spinner, nous avons remarqué ce qui semble être au premier abord…. un problème :

A l'aide des résultats obtenus (*) et (**), nous pouvons en déduire que le rapport $\frac{\Gamma_S}{I_\Delta} = 0{,}2$

11

Or, lorsque nous avons fait tourner le hand spinner dans la cloche à vide, ce même rapport vaut $\frac{\Gamma_S}{I_\Delta}$ = 2,1

Comme le moment d'inertie I_Δ est une grandeur intrinsèque au hand spinner, cela signifie que la valeur du couple de forces de frottement solide issue de nos deux expériences n'est pas la même.

A ce stade du projet, nous ne savions pas comment interpréter cette différence. Et à vrai dire, nous pensions alors que l'une de nos mesures n'avait pas été réalisée avec une précision suffisante. Mais il s'avère que par la suite, nous avons compris que l'explication de cette différence était tout autre. Nous y reviendrons donc plus tard dans ce mémoire.

Avant de poursuivre vers d'autres phénomènes différents de ceux abordés jusqu'à présents, nous avons voulu exploiter nos mesures jusqu'à obtenir la valeur du couple de frottement solide Γ_S, ainsi que la valeur du coefficient de frottement fluide C. Mais pour cela, il nous fallait déterminer le moment d'inertie I_Δ du hand spinner. En nous documentant sur la question, nous avons trouvé une marche à suivre :

5) Mesure du moment d'inertie du hand spinner, et calcul de Γ_S et de C

(Nous rappelons ici que le système dont nous voulons le moment d'inertie est la couronne extérieure du hand spinner, munie de ses 6 branches.)

Pour cela, nous avons vu qu'une méthode consiste à déduire le moment d'inertie du système par la mesure de la période des oscillations de celui-ci lorsqu'on le fait penduler de la façon suivante (figure 12) : on accroche 2 fils identiques de masse négligeable sur l'axe de rotation du pendule. Ces 2 fils sont ensuite accrochés à une potence, et on fait alors osciller le Hand Spinner. D'un point de vue énergétique, comme au cours de cette oscillation, la rotation du hand spinner sur lui-même, dans un plan perpendiculaire à son axe de rotation, varie avec le même angle que celui du pendule ainsi constitué (voir figure 13), l'énergie cinétique à chaque instant est la somme de l'énergie cinétique du centre de gravité du hand spinner plus l'énergie cinétique de rotation du hand spinner. Et c'est à l'aide de cela qu'il est possible d'aboutir à la relation que nous ferons qu'utiliser à défaut de savoir démontrer :

$$\omega^2 = \frac{mg\ell}{m\ell^2 + I_\Delta} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

Donc

$$I_\Delta = mg\ell\left[\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 - \frac{\ell}{g}\right]$$

T est la période des oscillations
ω est la pulsation des oscillations
ℓ est la longueur du pendule constitué
m la masse du pendule
g l'intensité de la pesanteur

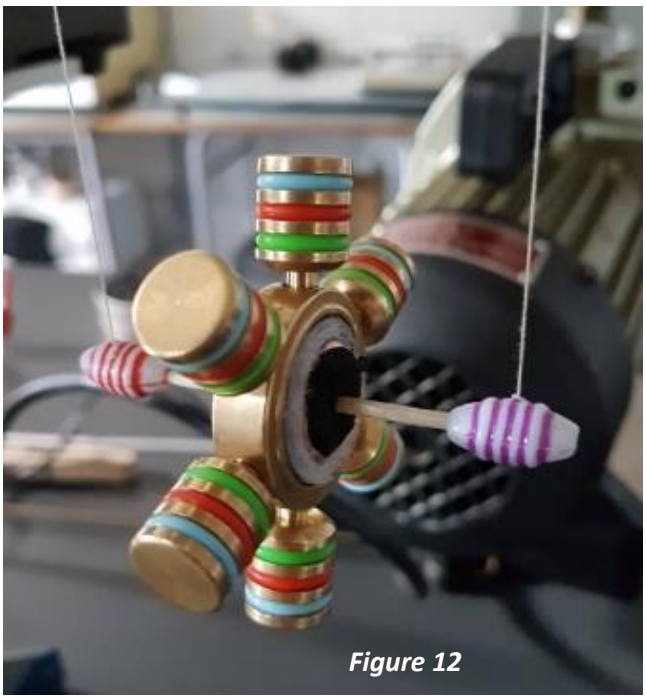


Figure 12

12

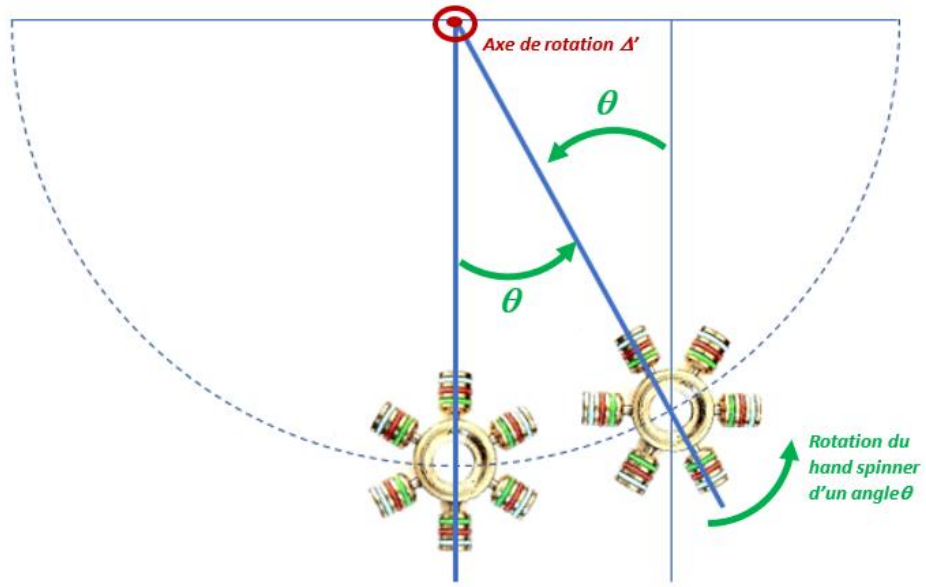


Figure 13 : mesure du moment d'inertie du hand spinner par une méthode d'oscillation de pendule

Mais pour des raisons expérimentales, il faut que nous procédions en 2 étapes, car pour maintenir le hand spinner au niveau de son axe de rotation, alors qu'on lui a enlevé son roulement à billes, il faut disposer de la matière dans le trou se trouvant au milieu du hand spinner. C'est ce que nous avons fait : en fait, nous avons gardé l'anneau extérieur du roulement à billes, tandis que nous avons enlevé les billes et l'anneau intérieur. Nous avons alors rempli l'anneau extérieur de mousse très dense. Ainsi, nous avons pu percer cette mousse avec un pic qui traverse la mousse de part et d'autre (figure 12) , ce qui nous a permis de maintenir le hand spinner de sorte que son axe de rotation, confondu avec le pic, soit parfaitement horizontal. Ce faisant, le moment d'inertie mesuré sera alors celui du hand spinner, plus celui de la matière que nous venons de disposer à l'intérieur du hand spinner. Pour avoir le moment d'inertie du hand spinner seul, il suffit alors de mesurer avec la même méthode le moment d'inertie de la matière disposée dans le hand spinner, puis de le soustraire au moment d'inertie de l'ensemble.

- Pour la partie expérimentale, la longueur du fil mesure 70,9 cm
- La masse totale du hand spinner muni de son dispositif disposé à l'intérieur est m = 89,10 g
- La masse du dispositif seul placé au centre du hand spinner est m' = 3,20 g
- La période des oscillations a été mesurée de façon très précise, en filmant 30 oscillations, et en analysant la vidéo avec Latis Pro, dans un premier temps avec le hand spinner muni du dispositif central (T = 1,70 s) puis dans un deuxième temps avec le dispositif central uniquement (T = 1,69 s).

Avec de telles valeurs, nous avons évalué le moment d'inertie du hand spinner à I_Δ =5,76.10^{-4} kg/m²

On en déduit, ci-dessous, le couple résistant des frottements solides, et le coefficient du couple résistant des frottement fluides.

$$\begin{cases} \dfrac{C}{I_\Delta} = \dfrac{1}{74{,}6} \rightarrow C = \dfrac{I_\Delta}{74{,}6} = 7{,}71.10^{-6}\ kg.m^2/s \\ \dfrac{\Gamma_S}{C} = 14{,}9 \rightarrow \Gamma_S = C \times 14{,}9 = 1{,}15.10^{-4}\ N.m \end{cases}$$

Avant de poursuivre, précisons quelque chose de fondamental à propos des frottements du type solide : dans l'idéal, les frottements solides que nous avons mesurés sont ceux qui prennent naissance des contacts entre les billes et la cage en plastique. Il y a aussi des contacts entre les billes et les couronnes intérieures et extérieures du roulement à billes, mais les frottements de ces contacts permettent justement aux billes de rouler. Cette précision a toute son importance dans la suite du mémoire, durant laquelle nous allons dans un premier temps rechercher d'autres causes qui peuvent affecter la rotation du hand spinner, avant de chercher à les repousser, voire les éliminer.

13

III – Quels autres phénomènes peuvent affecter la vitesse de rotation du hand spinner ?

1) Est-ce que l'axe de rotation de la bille reste le même au cours de la rotation du Hand Spinner ?

Pour répondre à cette question, nous avons fait un point sur toutes les billes du roulement (figure 14), et nous avons voulu savoir si ces points restaient visibles au cours de la rotation du hand spinner. L'expérience est visible en suivant le lien :

Figure 14 : est ce que l'axe de rotation des billes reste dans la même direction ?

Comme le montre la vidéo, il semblerait que l'axe de rotation des billes ne soit pas perpendiculaire au plan du hand spinner puisque tous les points disparaissent après quelques rotations. Cela paraît étrange que cela soit à ce point observable, car une rotation aussi désordonnée des billes doit conduire à des frottements non négligeables et une usure rapide du roulement… Nous essayerons d'améliorer notre expérience pour étudier plus précisément la rotation des billes sur elles-mêmes, car d'une certaine manière, l'étude qui suit contredit le roulement désordonné des billes…

2) Y a-t-il un roulement avec glissement, ou bien le roulement est parfait ?

a) Par quel moyen va-t-on pouvoir mesurer un éventuel glissement ?

Pour avoir accès à un éventuel glissement, nous avons voulu comparer la vitesse de rotation du centre d'inertie d'une bille par rapport à celle d'une branche du Hand Spinner, pour ensuite déterminer si la bille ne fait que rouler ou si elle glisse également. Pour cela, nous avons cette fois-ci travaillé avec 2 faisceaux Lasers (figure 15). Le premier, en étant occulté périodiquement par les branches du hand spinner, permet de mesurer l'angle de rotation des branches, alors que le deuxième passe dans le roulement lui-même et est alors occulté à chaque fois qu'une bille passe sur son trajet. Vidéo de l'expérience en suivant le lien : https://www.dailymotion.com/video/x7s860y

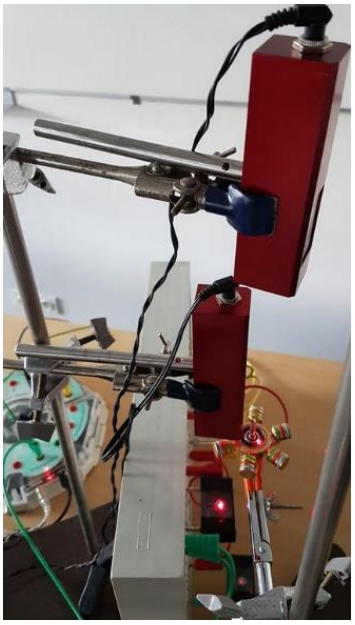


Figure 15 : Dispositif expérimental permettant de mesurer la vitesse du hand spinner et des billes

Voici alors comment se présente une mesure :

Ci-dessous (figure 16), nous présentons le résultat d'une acquisition de 0,5s durant la rotation du hand spinner. La courbe bleue représente le signal lié à l'occultation par les branches du hand spinner, alors que le signal en rouge représente le signal lié par l'occultation par les billes.

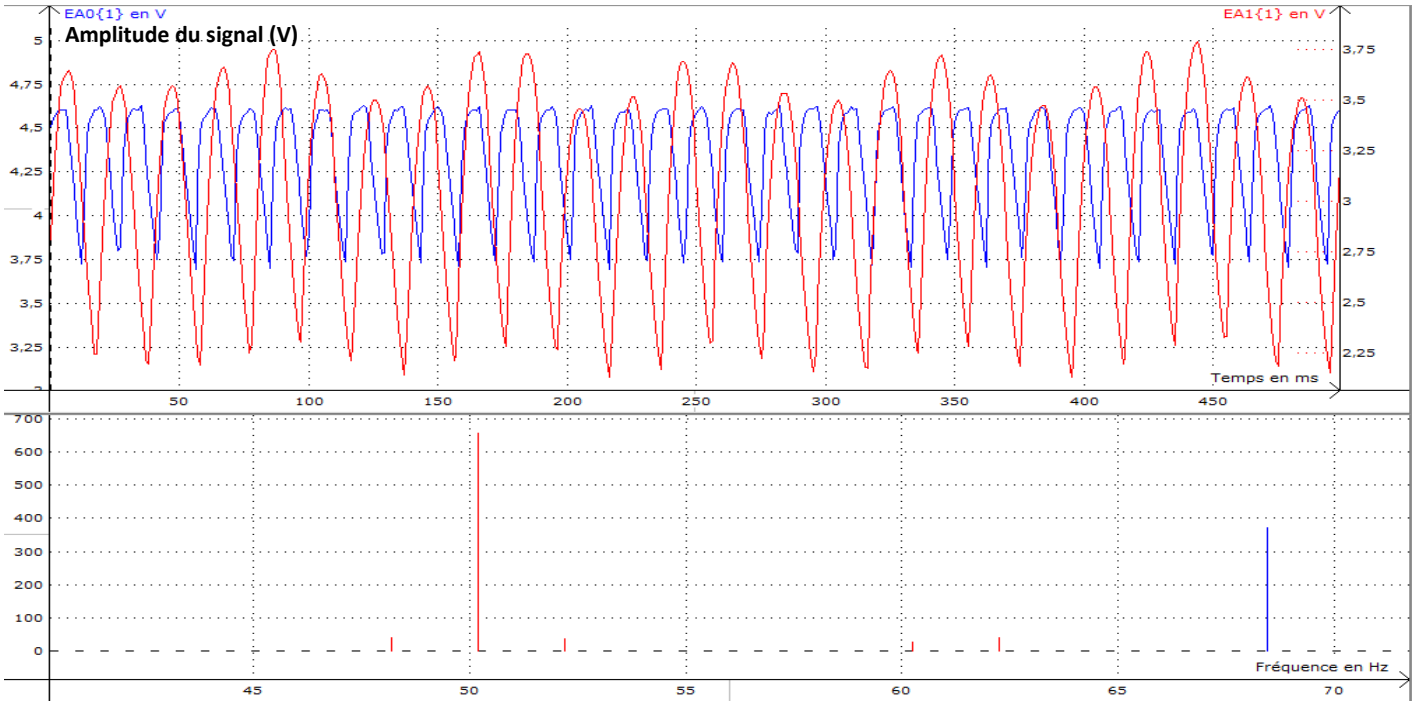


Figure 16 : Signaux reçus par les photorésistances, et fréquence d'obturation des 2 faisceaux laser

14

En reprenant alors la méthode précédente pour en déduire la vitesse de rotation, nous obtenons :

Pour la couronne extérieure (6 branches) :

$$\omega_C = 2\pi \frac{F}{6} = 71{,}7 \text{ rad/s}$$

Pour les billes (7 billes) :

$$\omega_B = 2\pi \frac{F}{7} = 45{,}1 \text{ rad/s}$$

Le fait que les deux vitesses de rotation soient différentes n'est pas dû à un phénomène de glissement. Pour nous en convaincre, nous avons pris une planche que nous avons posé sur un cylindre (figure 17). Nous avons alors déplacé la planche en la faisant rouler sur le cylindre, ce qui provoquait alors le déplacement par roulement du cylindre par rapport à la table. On constate bien alors que la planche se déplace plus que l'axe de rotation du cylindre par rapport à la table. On visualise également bien le fait que s'il n'y a pas de glissement d'une partie sur une autre dans cette expérience : la planche se déplace de la même quantité par rapport à la verticale passant par le centre d'inertie du cylindre, que le point de contact entre le cylindre et la table par rapport à la table.

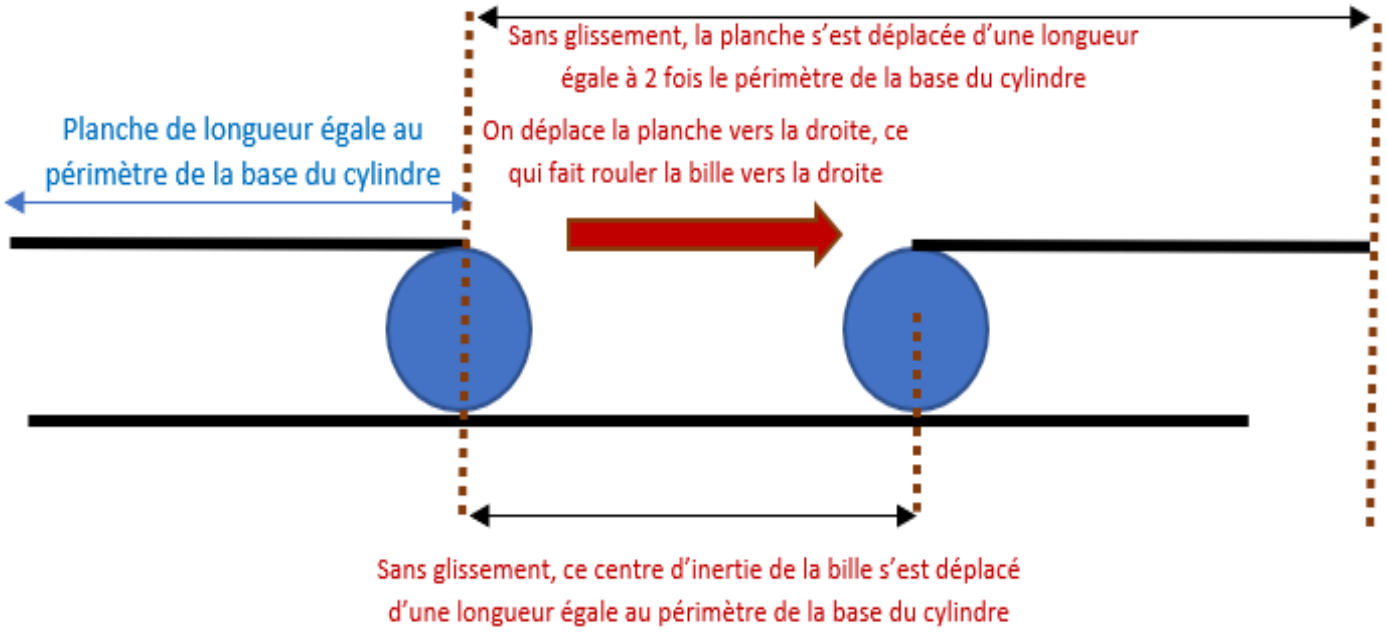
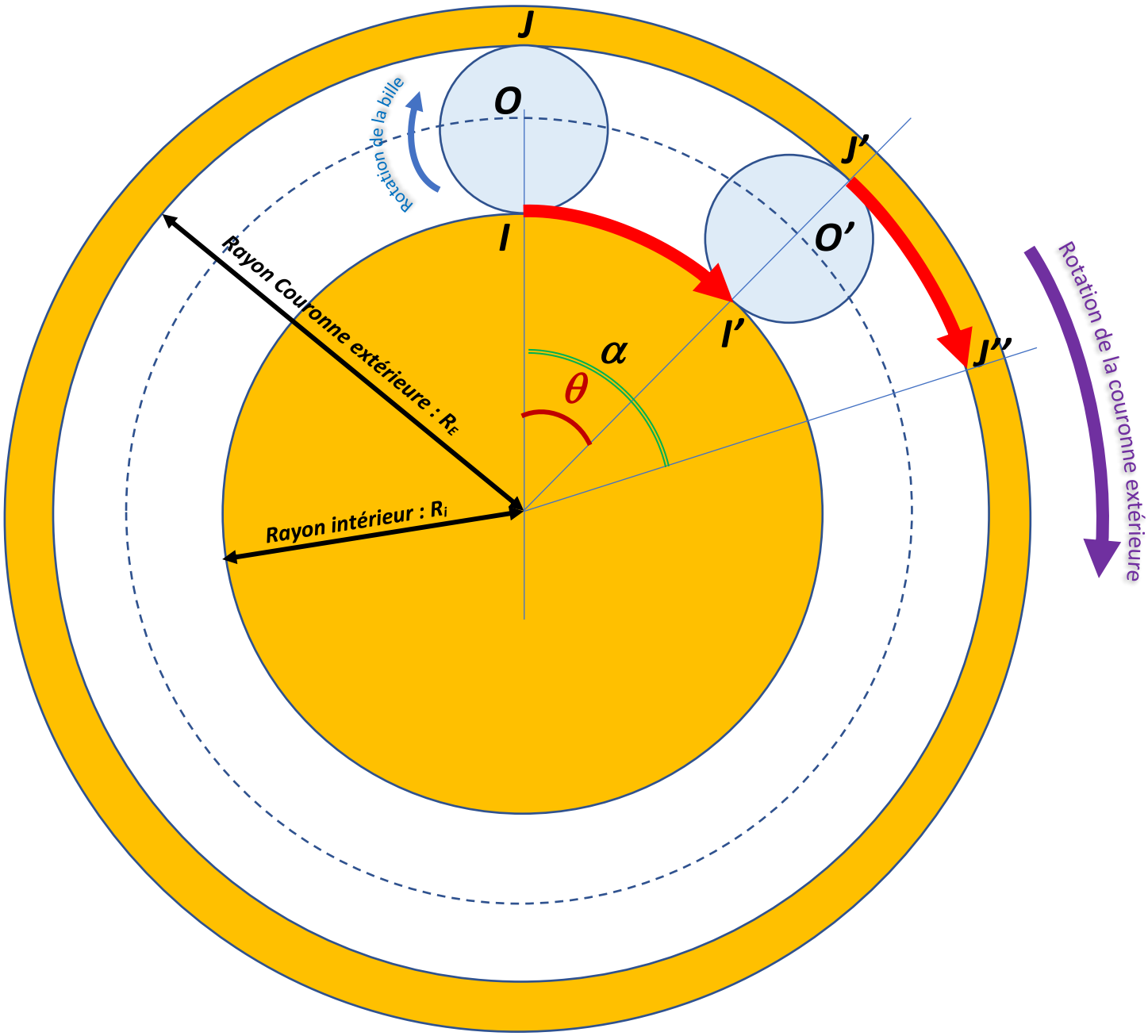


Figure 17 : Roulement d'une planche sur un cylindre et comparaison des distances parcourues par ces deux éléments

On voit alors aisément que dans ce cas de figure, la planche se déplace 2 fois plus vite que le centre d'inertie du cylindre. Du coup, pour le hand spinner, pour savoir si les vitesses angulaires mesurées témoignent d'un roulement avec ou sans glissement, nous devons trouver la relation théorique entre la vitesse angulaire des branches et la vitesse angulaire du centre de gravité des billes dans l'hypothèse qu'il y a roulement sans glissement.

15

b) Quelle est la relation théorique entre les vitesses de rotation des branches et des centres de gravité des billes ?



Si on raisonne de la même manière qu'avec la planche de bois et le cylindre, on peut affirmer que lorsque la couronne extérieure tourne, elle fait rouler la bille sur le cercle intérieur. On se place dans le cas où il n'y a pas de glissement d'une surface sur une autre. Lorsque le centre d'inertie de la bille passe de O à O', le point de contact entre la bille et le disque intérieur passe de I à I'. Le point de contact a alors parcouru une distance

$$\ell = R_i \times \theta$$

Pendant ce déplacement de la bille, le point de contact J entre la bille et la couronne extérieure s'est alors déplacé de la même distance par rapport à la bille. Autrement dit, l'arc de cercle entre J' et J'' mesure également $\ell = R_i \times \theta$.

Finalement, lorsque le centre d'inertie de la bille passe de O a O', il tourne d'un angle α, et pendant ce même déplacement, la couronne extérieure tourne d'un angle $\alpha = \frac{\ell}{R_E} + \theta$

16

$$\text{Donc } \alpha = \frac{R_i \times \theta}{R_E} + \theta = \theta\left(\frac{R_i}{R_e} + 1\right)$$

Comme ces déplacements se font durant le même laps de temps, les vitesses angulaires $\dot{\alpha}$ et $\dot{\theta}$ correspondantes sont reliées par la relation suivante :

$$\dot{\alpha} = \dot{\theta}\left(\frac{R_i}{R_e} + 1\right)$$

Comme nous connaissons Ri et Re, nous pouvons réaliser ce calcul.

En notant alors $\dot{\alpha} = \omega_c = vitesse\ angulaire\ des\ branches\ du\ hand\ spinner$

$$\dot{\theta} = \omega_b = vitesse\ angulaire\ des\ centres\ de\ gravité\ des\ billes$$

$$\frac{\omega_c}{\omega_b} = \frac{R_i}{R_e} + 1 = 1{,}60$$

La question est alors de savoir si la valeur de ce rapport, obtenue simplement de façon théorique en tenant compte des géométries des éléments concernés, peut être confirmée expérimentalement. Et une autre question est de savoir si la valeur du rapport de ces vitesses mesurées expérimentalement est constante quelle que soit la vitesse de rotation de la couronne.

Répondons maintenant à ces questions de façon expérimentale :

c) Mesures expérimentales :

Nous pouvons déjà répondre à la première question, à savoir si la valeur du rapport des vitesses angulaires calculée théoriquement est cohérente avec la mesure expérimentale réalisée au 1) :

Nous avions trouvé $\omega_c = 71{,}7\ rad/s$ et $\omega_b = 45{,}1\ rad/s$

Le rapport donne alors :

$$\frac{\omega_c}{\omega_b} = 1{,}59$$

Lorsque nous comparons cette valeur à la valeur théorique (1,60) obtenue dans l'hypothèse d'absence de glissement, notre premier réflexe est d'affirmer que cette hypothèse est confirmée. Cela dit, cette affirmation est critiquable à ce stade. La différence de 0,01 peut peut-être être significative, et nous devons pour discuter objectivement, établir l'incertitude absolue liée à ces deux valeurs. Avant de passer un peu de temps sur ce point-là, nous avons voulu voir si ce rapport pouvait dépendre de la vitesse de rotation du hand spinner.

Nous avons alors fait tourner à la main le hand spinner, aussi vite que nous le pouvions. Durant sa rotation, nous avons réalisé des acquisitions de 1s, toutes les 5 secondes. Voici les résultats obtenus (figure 19):

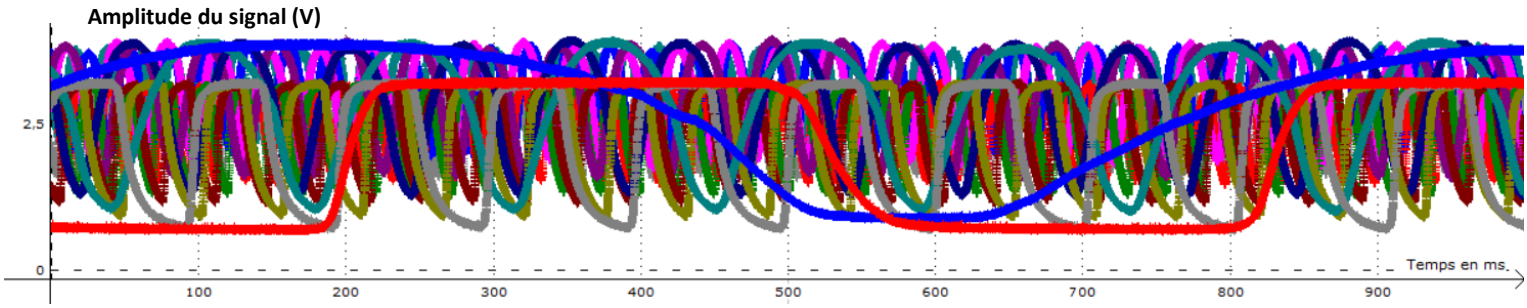


Figure 19 : Acquisitions toutes les 5 secondes des faisceaux lasers occultés par les branches et les bille du hand spinner

… un ensemble de paires de signaux (ceux issus du faisceau obturé par les branches, et ceux issus du faisceau obturé par les billes) qui nous ont permis de déterminer les vitesses angulaires (figure 20) :

F_C	F_B	ω_C	ω_C	ω_B	ω_C/ω_B
6,62	4,91	6,93	6,93	4,40	1,57
8,5	6,31	8,90	8,90	5,66	1,57
10,38	7,64	10,86	10,86	6,85	1,59
12,31	8,97	12,88	12,88	8,05	1,60
14,12	10,36	14,78	14,78	9,29	1,59
15,9	11,63	16,64	16,64	10,43	1,60
17,98	13,16	18,82	18,82	11,81	1,59
20	14,71	20,93	20,93	13,20	1,59
22,06	16,16	23,09	23,09	14,50	1,59
24,21	17,82	25,34	25,34	15,99	1,59
26,49	19,4	27,73	27,73	17,40	1,59
28,87	21,15	30,22	30,22	18,97	1,59
31,35	22,92	32,81	32,81	20,56	1,60
34,01	24,95	35,60	35,60	22,38	1,59
36,88	27,01	38,60	38,60	24,23	1,59
39,84	29,17	41,70	41,70	26,17	1,59
43,21	31,65	45,23	45,23	28,39	1,59
46,49	34,16	48,66	48,66	30,65	1,59
50,11	36,72	52,45	52,45	32,94	1,59
54,14	39,76	56,67	56,67	35,67	1,59

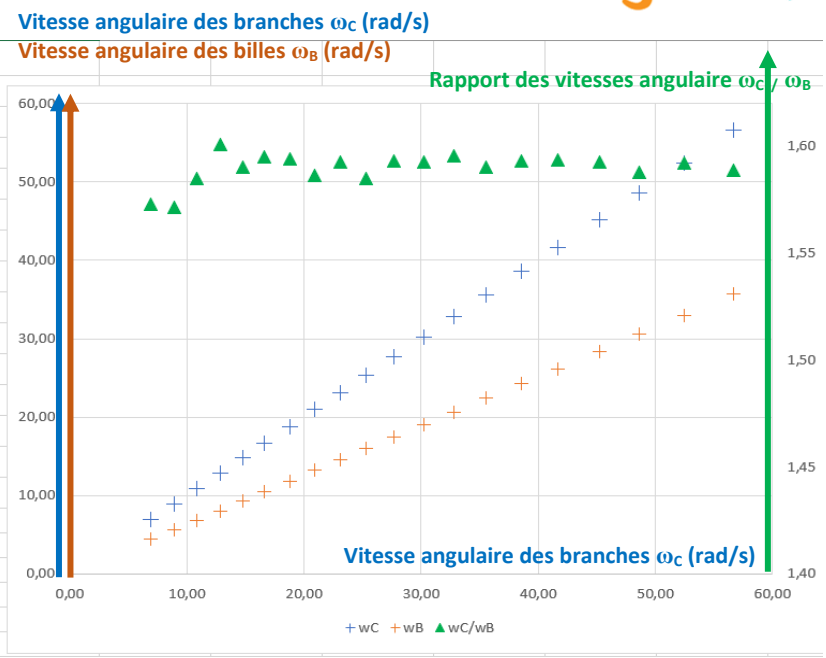


Figure 20 – Comparaison des vitesses angulaires des branches et des billes du hand spinner.

Les résultats montrent, en bleu la vitesse de rotation des branches, en rouge celle des centres d'inertie des billes, et la courbe verte montre le rapport respectif de ces 2 vitesses. On constate alors que ce rapport reste globalement constant quelle que soit la vitesse de rotation du hand spinner et confirme la valeur que nous avons obtenue dans le paragraphe précédent. Pour les 2 premières valeurs (1,57) de ce rapport, cela peut être dû au fait que ces deux mesures étaient particulièrement moins précises, puisqu'établies à partir d'un très faible nombre de périodes affichées.

Il nous a paru étrange que ce rapport ne dépende pas du tout de la vitesse de rotation. Nous avons alors voulu savoir si cela restait toujours le cas en augmentant la vitesse de rotation du hand spinner. Pour cela, au lieu de faire tourner le hand spinner à la main, nous avons soufflé de l'air comprimé dessus. L'avantage de cette méthode est que, en choisissant un débit d'air, on fixe une vitesse de rotation constante du hand spinner, ce qui rend alors plus juste la mesure des vitesses de rotation. Grâce au compresseur, nous avons pu faire tourner le hand spinner jusqu'à une vitesse de 1340 rad/s ! Soit environ 213 tours par seconde ! Voici alors les résultats obtenus : figure 21

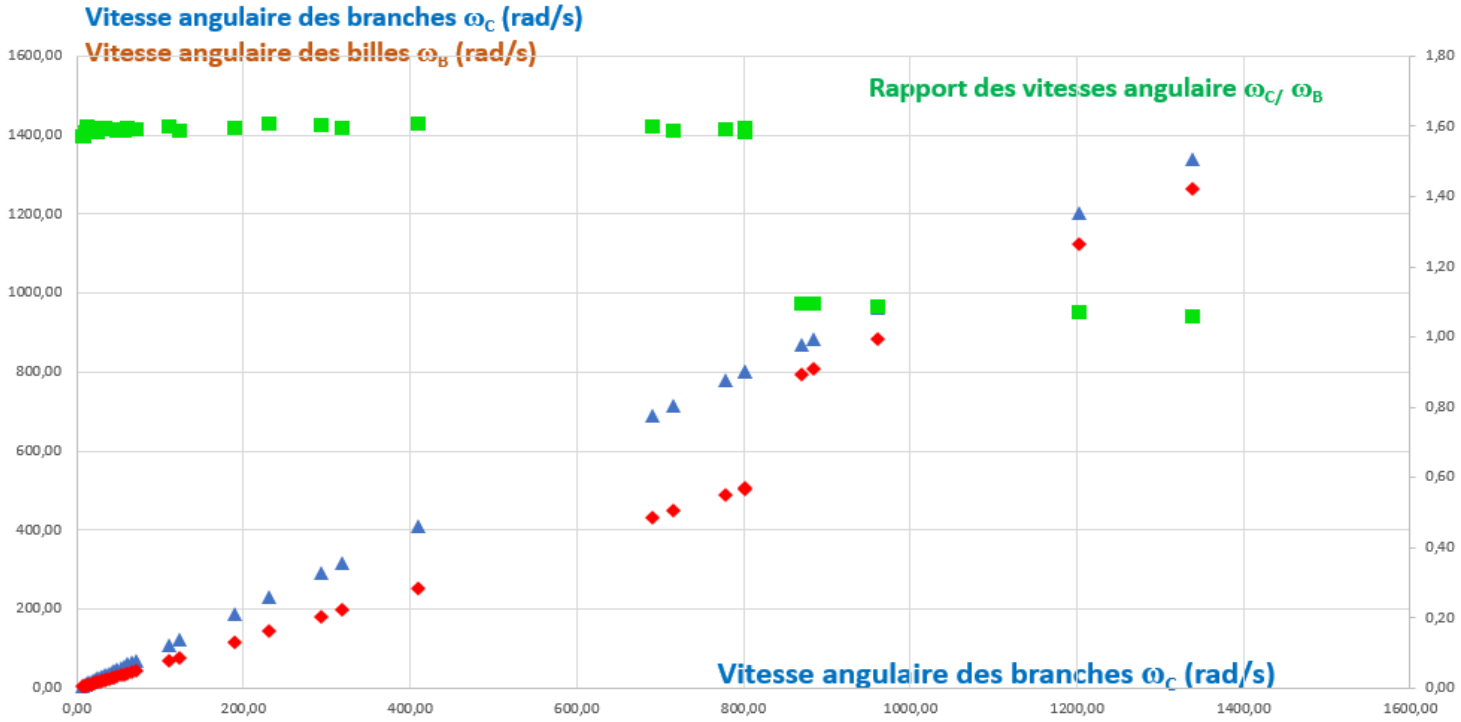


Figure 21 : Décrochage de la vitesse de rotation des billes

18

On voit nettement que pour une vitesse de 800 rad/s, la vitesse de rotation des billes suit celle des branches du hand spinner. Ce décrochage est vraiment spectaculaire. Et plus on augmente alors la vitesse des branches, plus le rapport tend vers 1, ce qui signifie que le centre d'inertie des billes tourne alors pratiquement avec la même vitesse de rotation que celle des branches. Autrement dit, les bille ne semblent plus rouler, mais glisser sur la couronne intérieure du roulement à billes !

Comment expliquer cela ? Car même si nous nous attendions à ce qu'il y ait un glissement à un moment donné, on ne pensait pas qu'il serait aussi brutal. Là, au lieu d'avoir un phénomène progressif, il semble y avoir une limite très nette au-delà de laquelle quelque chose de particulier se passe. Mais quel est ce phénomène ?

Vu les résultats expérimentaux, on pourrait dire que si les billes tournent à la même vitesse de rotation que celle des branches, c'est qu'elles ne sont pratiquement plus en contact avec l'anneau central du roulement à billes. Et les billes seraient alors pratiquement collées à la couronne extérieure du hand spinner. Comment cela est possible ? Est-il possible que la température s'élève dans le roulement, et que la dilatation des matériaux soit à l'origine de la modification des contacts entre les billes et les différentes parties du hand spinner ? Et concernant le fait que les billes restent collées à la couronne extérieure du hand spinner, se peut-il que ce soit dû à un effet centrifuge ? Ou alors y a-t-il des phénomènes liés à une déformation due aux forces de pression ? Dans le paragraphe IV – 1, nous allons essayer de répondre à ces questions, et en même temps, de voir ou de comprendre les solutions qui permettent de repousser les limites de la vitesse du roulement à billes. En effet, c'est en cherchant à repousser cette limite que des hypothèses pour expliquer son origine nous sont venues. Mais avant cela, voyons un 3^{ième} point qui affecte la vitesse de rotation du hand spinner :

3) Effet de la charge

Dans ce paragraphe, nous avons été confrontés à quelque chose qui affecte le roulement du hand spinner, alors que nous cherchions à faire totalement autre chose. En effet, quand nous avons vu qu'il était possible de faire tourner le hand spinner dans la cloche à vide, nous avons eu l'idée de profiter de l'absence des frottements fluides pour mesurer le moment d'inertie par une autre méthode que celle présentée dans ce mémoire.

L'idée est la suivante : Le moment d'inertie peut être vu comme la somme du moment d'inertie J_1 de chacune des branches du hand spinner, ajouté à celui J_0 de la couronne du hand spinner. Le moment d'inertie total du hand spinner est :

$$I_\Delta = J_0 + 6J_1$$

Comme nous l'avons vu, nous savons que dans la cloche à vide,

$$\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}_0 - \frac{\Gamma_S}{I_\Delta} t$$

Cela correspond à une droite de coefficient directeur (en valeur absolue)

$$p = \frac{\Gamma_S}{I_\Delta} = \frac{\Gamma_S}{J_0 + 6J_1}$$

Si on réalise la même étude, en enlevant 3 branches du hand spinner, on devrait obtenir une droite de coefficient directeur (toujours en valeur absolue)

$$p' = \frac{\Gamma_S}{J_0 + 3J_1}$$

On en déduirait alors que

$$\Gamma_S = p(J_0 + 6J_1) = p'(J_0 + 3J_1)$$

Ainsi,

$$J_0(p - p') = J_1(3p' - 6p)$$

Donc

$$J_1 = \frac{J_0(p - p')}{(3p' - 6p)}$$

Les pentes p et p' sont déterminées expérimentalement, alors que le moment d'inertie J_0 peut se calculer facilement car la partie centrale du hand spinner peut être décomposée en formes simples (un cylindre creux et un disque creux), pour lesquelles des formules existent :
Par exemple pour le cylindre creux :

$$J_0 = \frac{1}{2}\rho h\pi R^2(R^2 - \frac{r^4}{R^2})$$

Dans laquelle R est le rayon externe du cylindre creux, r son rayon interne, h son hauteur, et ρ la masse volumique de l'acier. On trouve alors $J_0 = 5{,}86.10^{-6}\ kg.m^2$

Mesures :

Faisons alors tourner le hand spinner avec uniquement 3 branches dans la cloche à vide, et traçons l'évolution de sa vitesse de rotation au cours du temps :

En bleu : Evolution de la vitesse de rotation du hand spinner muni de 3 branches. On obtient l'équation :

$\omega(t) = -1{,}0384 \times t + 39{,}407$ donc p' = 1,0384rad/s²

En rouge, Evolution de la vitesse de rotation du hand spinner muni de 6 branches. On obtient l'équation :

$\omega(t) = -1{,}7165 \times t + 54{,}98$ donc p = 1,7165 rad/s²

On remarque que p' < p

Comme ces résultats allaient à l'encontre de ce qui était prévu, nous avons refait les mesures… et nous avons obtenu à nouveau les mêmes valeurs…

Et c'est là que le problème arrive ! Compte tenu du fait que la pente de la droite est inversement proportionnelle au moment d'inertie $\left(p = \frac{\Gamma_S}{I_\Delta}\right)$, et que le moment d'inertie du hand spinner est d'autant plus grand qu'il contient de branches, on pensait obtenir une pente p' supérieure à la pente p. Et on obtient le contraire…

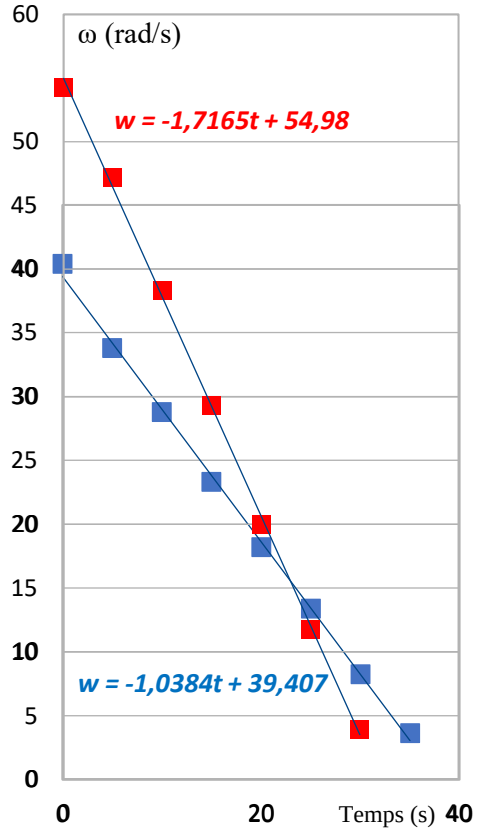


Figure 22 : comparaison de la décroissance de la vitesse de rotation entre le hand spinner doté de 6 branches (en rouge) et de 3 branches (en bleu), placé dans la cloche à vide

Cela ne peut s'expliquer que si en réalité, le couple de force de frottement solide Γ_S dépend lui aussi du nombre de branches. Cela paraît finalement très probable, puisque le hand spinner pèse sur le roulement, et cette force qui se répartie sur le roulement modifie les contraintes selon la masse du hand spinner. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons réalisé les mêmes mesures, mais en disposant cette fois ci le hand spinner de sorte qu'il tourne autour d'un axe vertical et non plus horizontal. Nous obtenons alors les nouvelles pentes : p' = 1,03 et p = 1,14. On voit bien alors que, puisque les pentes changent par rapport aux mesures précédentes alors que les moments d'inertie non, c'est que Γ_S est là encore modifié, car la force de pesanteur engendre des contraintes différentes dans cette nouvelle disposition du hand spinner par rapport à la situation précédente. On voit par ailleurs que la pente obtenue pour 6 branches est là encore plus élevée que celle obtenue pour 3 branches.
On en conclut ici que bien qu'une masse importante puisse s'avérer intéressante pour que le hand spinner tourne rapidement, cette masse va engendrer des frottements solides plus importants, freinant alors davantage le hand spinner. Cela constitue donc un élément important de cet instrument. Nous avons effectué quelques recherches suite

à cette réflexion, et il s'avère effectivement que la performance d'un roulement à billes dépendra de la « charge » que ce roulement aura à supporter, et de la façon dont cette charge se répartira sur le roulement.

Revenons alors à la fin du paragraphe II – 5). Nous pensions que le moment d'inertie n'avait pas été mesuré avec une précision suffisante. Mais en réalité, lorsque nous avons réalisé la mesure de l'évolution de la vitesse du hand spinner dans l'air, le hand spinner tournait dans un plan horizontal, alors qu'il tournait dans un plan vertical dans la cloche à vide. Le couple de frottement solide n'étant pas le même, il était alors tout à fait normal que nous ne trouvions pas des résultats similaires.

IV – Comment augmenter la vitesse limite de rotation du roulement à billes ?

1) En changeant de matériaux dans le roulement ?

Nous avons pu voir, au cours de notre travail, qu'il existe différents roulements à billes, avec différents matériaux. Par exemple, on trouve des roulements en céramique, qui sont en général qualifiés de haute performance. Nous avons alors voulu le constater en cherchant la vitesse limite atteinte par le Hand spinner dans lequel on a remplacé le roulement avec les billes en acier par celui avec des billes en céramique.
Nous avons alors fait tourner le hand spinner à des vitesses vraiment très grandes, comme en témoigne l'acquisition ci-contre : figure 23

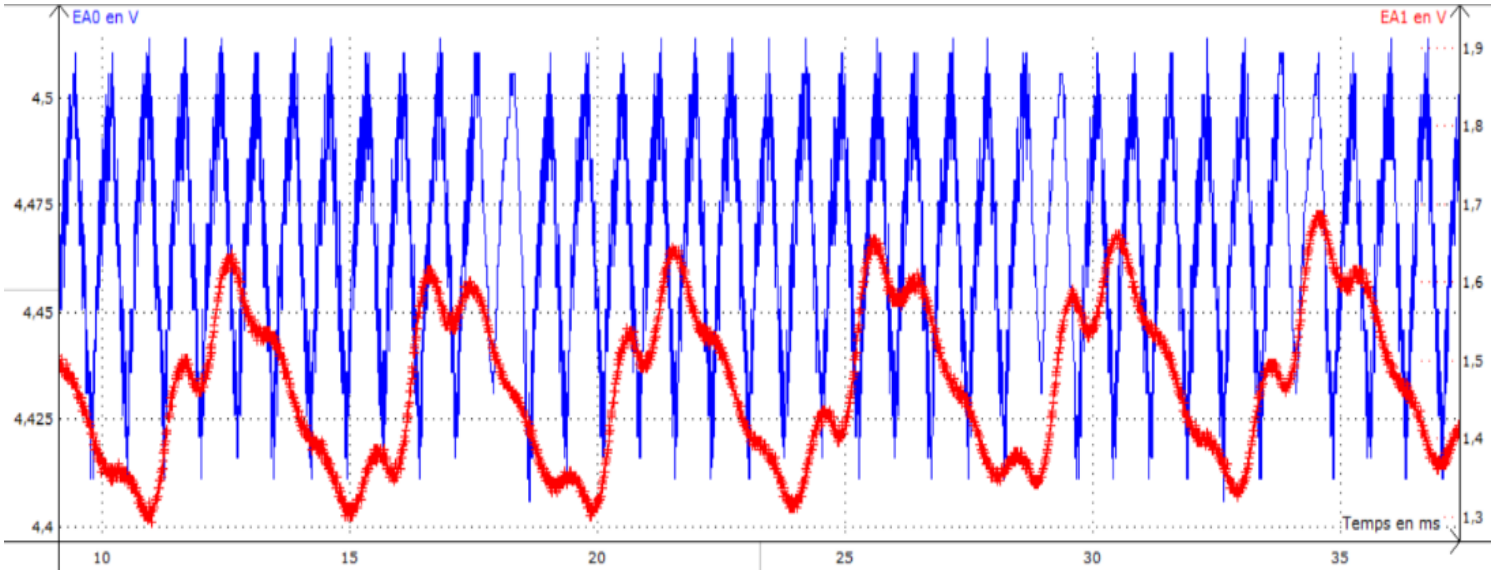


Figure 23 : Acquisition très haute vitesse

La courbe bleue représente la rotation des branches, tandis que la courbe rouge celle des billes. Sur cette courbe rouge, il ne faut pas tenir compte de la composante de la fréquence faible, qui correspond à une légère précession de l'axe de rotation du hand spinner probablement engendrée par le souffle intense de l'air comprimé. Une lecture des fréquences de ces deux signaux conduit alors à un rapport des vitesses de rotation encore égal à 1,59 !

Nous avons donc pu faire tourner le hand spinner jusqu'à 225 tours par seconde sans jamais atteindre une limite !

La céramique permet donc effectivement d'atteindre des performances bien plus importantes que celles obtenues avec des billes en acier.

Comment alors expliquer le décrochage avec les billes en acier, et que ce décrochage ne soit pas observé, ou qu'il existe peut-être pour des vitesses plus vertigineuses ?

21

- **Hypothèse d'une élévation de température :** Plusieurs idées nous sont venues. La première a été de faire l'hypothèse que lorsque le hand spinner tourne à de telles vitesses, il doit s'échauffer et que les matériaux doivent alors se dilater.

  Peut-être alors que cette dilatation provoque le fait que les billes ne se trouvent plus en contact avec l'anneau central du roulement à billes. Et du fait de l'effet centrifuge, les billes se retrouvent alors plaquées sur l'anneau externe du roulement, ce qui les fait tourner pratiquement à la même vitesse de rotation que celle des branches ?

  Pour savoir si une dilatation est alors à l'origine du décrochage observé avec les billes en acier, nous avons fait chauffer le hand spinner à une température de 50°C. Nous l'avons ensuite fait tourner à différentes vitesses, mais le décrochage observé se fait toujours autour de 800 rad/s. La dilatation ne semble donc pas intervenir dans ce phénomène de décrochage. Nous pouvons d'autant plus l'affirmer qu'en chauffant le hand spinner à 50°C, sa température est bien plus importante que celle à laquelle il se trouve même après une rotation à très grande vitesse. Un autre argument qui semble témoigner dans le fait que la dilatation n'est pas le coupable recherché se trouve dans la céramique : il se trouve que le coefficient d'expansion thermique de l'acier est 76% fois plus important que celui de la céramique, comme en témoigne le tableau ci-dessous. Donc même s'il y avait une dilatation, la céramique, en gardant ses dimensions, serait encore moins en contact avec l'anneau interne du roulement que ne le sont les billes en acier.

Propriété d'une bille	Acier	Céramique (Cerbec)	Différence
Densité	7,6	3,2	**- 58% plus léger**
Dureté	700	1550	**+ 121% plus dur**
Elasticité	190	320	**+ 68% plus rigide**
Coefficient d'expansion thermique	12,3	2,9	**- 76%**
Température max °C	320	1000	**+ 680°C**
Rugosité de la surface	0,02	0,005	**+ 75% plus lisse**
Durée de vie	-	10x	**10x**

- **Hypothèse d'une déformation des matériaux à cause de contraintes mécaniques**. En observant ce tableau, on remarque aussi que les billes en céramique sont 68% plus rigides que les billes en acier. Peut-être alors que, du fait de la très grande vitesse de rotation, il y a une déformation des matériaux : les billes en acier perdraient alors leur sphéricité, et ne seraient alors plus en contact avec l'anneau central, contrairement aux billes en céramique. Connaissant le module d'élasticité de l'acier, nous avons voulu évaluer l'ordre de grandeur de la déformation de la bille compte tenu de la contrainte subie par la bille lors de sa rotation.
  Connaissant la masse des billes, leur vitesse de rotation et le rayon de leur trajectoire, on peut évaluer la force centrifuge qu'elles subissent : $F = m\omega^2 R$ = 1N pour les billes en acier. On peut alors dire que les billes sont plaquées contre la couronne extérieure, et subissent de la part de celle-ci une force de 1N.
  D'après la loi de Hook, on peut alors estimer (en supposant que la bille ne se déforme que sur une seule direction) la variation du diamètre de la bille ΔL en fonction de la surface de contact entre la bille et la couronne extérieur :

$$\sigma = \frac{F}{S} = E\frac{\Delta L}{L_0} \rightarrow \Delta L = \frac{L_0 F}{ES} = \frac{1.5{,}10^{-14}}{S}$$

  On ne peut pas connaître avec précision la surface de contact S, mais cette surface est dans tous les cas très faible, répartie sur une ou deux lignes selon les géométries de la bille et du sillon extérieur. Il n'est pas impossible que cette surface soit de l'ordre de 10^{-9} m², ce qui diminuerait alors le diamètre de la bille d'environ 10 µm, diminuant alors le contact entre la bille et la couronne interne. Ce qui rejoint la troisième hypothèse dont nous parlons ensuite…

- **Hypothèse de la variation des forces de frottement** :
  D'après les lois de Coulomb pour les frottements, nous savons que les forces de frottements exercées par la couronne intérieur sur les billes sont d'autant plus grandes que la force avec laquelle la bille appuie sur cette couronne intérieure est grande. Il en est de même avec les forces de frottements entre la bille et la couronne extérieur. Ces forces de frottements permettent, rappelons-le, le roulement de la bille. Or, plus la bille tourne vite, et moins la bille appuie sur la couronne intérieure, alors que la bille appuie davantage sur la couronne extérieure. De ce fait, la force de frottement devient faible sur la couronne intérieure, et il peut alors exister une limite à sa valeur en dessous de laquelle les frottements ne sont plus suffisants. La bille ne peut alors plus rouler : elle glisse.

22

2) En lubrifiant le roulement ?

Comme nous l'avons souligné précédemment, les frottements à éliminer pour que le hand spinner tourne plus longtemps sont ceux entre les billes et la couronne en plastique qui les maintient. Les frottements des billes avec les parties métalliques sont quant à eux ceux qui permettent au hand spinner de tourner.

Nous pouvons diminuer les frottements solides en rajoutant un peu d'huile au niveau du roulement. Pour constater de façon objective l'intérêt de lubrifier le roulement à billes, nous avons alors comparé l'évolution de la vitesse en fonction du temps, pour le même hand spinner placé sous la cloche à vide, sans huile pour commencer, puis avec une goutte d'huile. Voici les résultats obtenus : (Figure 24 – Au-dessus : Rotation sans lubrifiant – Au-dessous : avec lubrifiant)

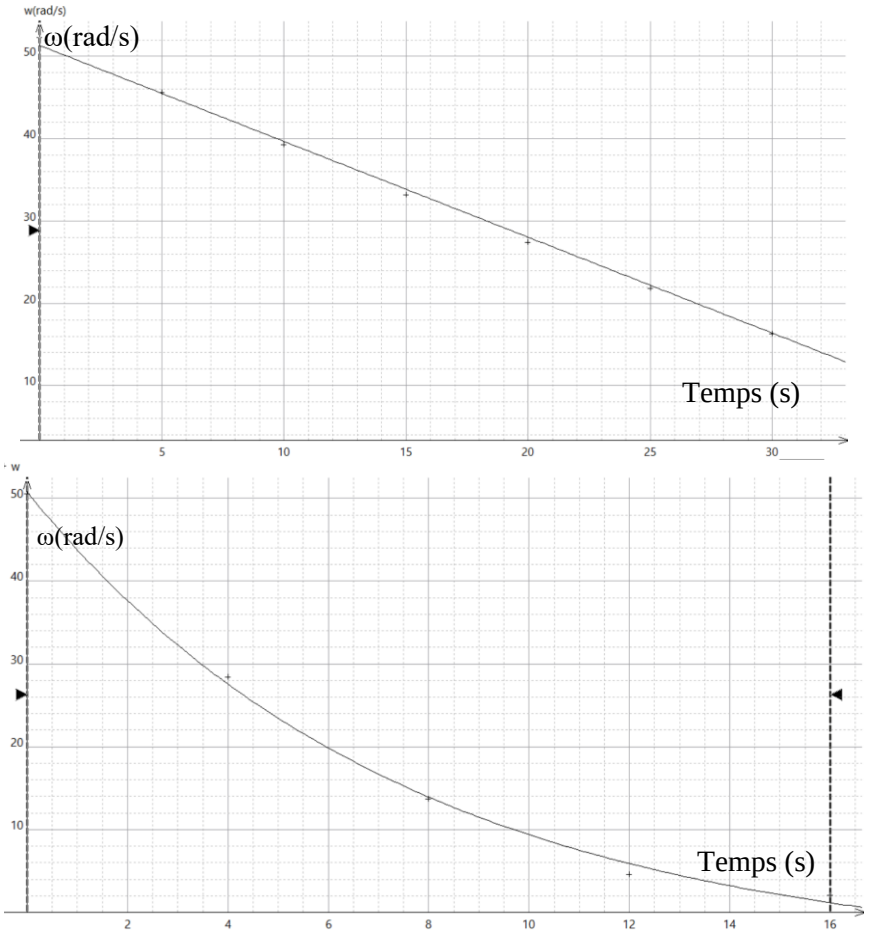


Figure 24 – Décroissance de la vitesse de rotation du hand spinner dans la cloche à vide – Au dessus : Rotation sans lubrifiant – Au dessous : avec lubrifiant

Contrairement à ce que à quoi nous nous attendions, nous constatons que le hand spinner s'arrête de tourner beaucoup plus rapidement en présence d'huile : il tourne deux fois plus longtemps sans huile qu'avec de l'huile, pour une vitesse initiale quasiment identique.

La décroissance non linéaire de la vitesse de rotation au cours du temps en présence d'huile témoigne du fait qu'en réalité, la présence d'huile a engendré des frottements fluides importants au sein même du roulement.

Pour aller plus loin, nous pouvons tout de même dire que les frottements solides ont bel et bien diminué. En effet, compte tenu que l'expérience se passe dans la cloche à vide, nous avons vu que

$$\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}_0 - \frac{\Gamma_S}{I_\Delta} t$$

Par ailleurs, comme la courbe du dessous, obtenue avec l'huile, peut-être modélisée par une fonction du type

$$\dot{\theta}(t) = ae^{\frac{t}{\tau}} - b$$

c'est-à-dire de la même forme que celle établie au paragraphe I -3) :

$$\dot{\theta}(t) = \left(\dot{\theta}_0 + \frac{\Gamma_S}{C}\right) e^{\frac{-C}{I_\Delta} t} - \frac{\Gamma_S}{C}$$

23

On peut supposer que l'huile est responsable d'un couple de force de frottement proportionnel à la vitesse.
Or les modélisations des deux courbes sont les suivantes :

Pour la rotation du hand spinner sans huile :

$$\dot{\theta}(t) = -1{,}17 \times t + 51{,}3$$

donc

$$\frac{\Gamma_S}{I_\Delta} = 1{,}17$$

Pour la rotation du hand spinner avec huile :

$$\dot{\theta}(t) = 56{,}4e^{\frac{-t}{7{,}54}} - 5{,}60$$

donc

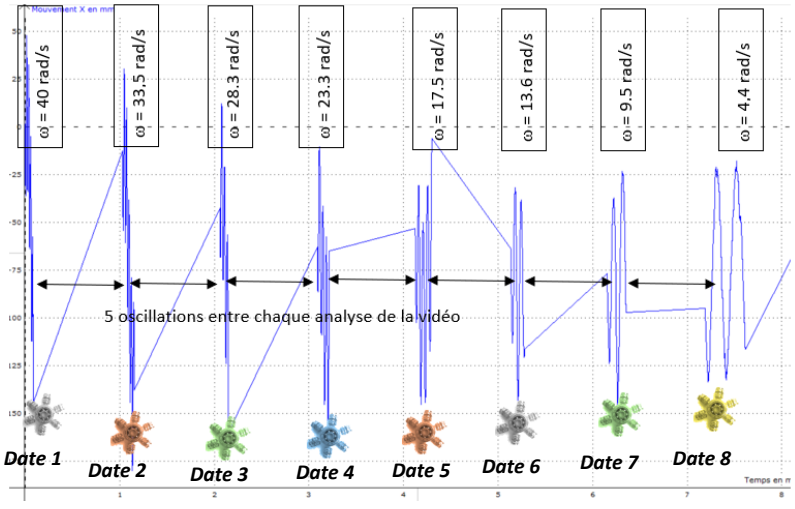
$$\frac{I_\Delta}{C} = 7{,}54 \quad \text{et} \quad \frac{\Gamma_S}{C} = 5{,}60 \qquad \text{donc} \quad \frac{\Gamma_S}{I_\Delta} = \frac{5{,}60}{7{,}54} = 0{,}74$$

Comme I_Δ est une valeur qui ne change pas par ajout de l'huile, c'est donc bien que le couple de force de frottement solide a diminué en ajoutant de l'huile. Et donc, parallèlement à cela, les frottements fluides ont augmenté, sans pouvoir être compensés par la diminution des frottements solides.

V – Un autre phénomène amusant avec le hand spinner :

Nous nous sommes amusés à fixer un hand spinner au bout d'une tige rigide que nous avons fixé à son extrémité haute avec un système qui permet à la tige d'osciller dans n'importe quel plan vertical. Le hand spinner se trouvant à l'extrémité basse de la tige, nous l'avons fait tourner, puis nous avons écarté le pendule ainsi constitué de sa position d'équilibre avant de le lâcher afin qu'il oscille. La vidéo de l'expérience se trouve en suivant le lien : https://www.dailymotion.com/video/x7s89rz

On constate que le fait que le hand spinner tourne sur lui-même fait tourner le plan d'oscillation du pendule autour d'un axe vertical (l'axe du pendule dans sa position d'équilibre). Lorsque le hand spinner tourne dans le sens des aiguilles d'une montre sur la vidéo, le plan d'oscillation tourne également dans le sens des aiguilles d'une montre. Et inversement.
Nous avons voulu mesurer quantitativement cela, et essayer de trouver une relation entre la vitesse de rotation du hand spinner et la vitesse de rotation du plan d'oscillation du pendule.
Pour cela, grâce à la vidéo, toutes les 5 périodes d'oscillation du pendule, on a représenté ci-dessous le plan dans lequel oscille le hand spinner (figure 26). Nous avons mesuré la vitesse de rotation du hand spinner également toutes les 5 périodes (figure 25) (en analysant toujours la vidéo avec Latis pro), et nous avons noté les valeurs sur le schéma. On remarque alors que plus la vitesse de rotation du hand spinner est faible, et moins le plan dans lequel oscille le hand spinner tourne. Il finit d'ailleurs par rester identique quand le hand spinner arrête de tourner.
Ci-après, à l'aide de la vidéo, on a tracé le plan d'oscillation du pendule, toutes les 5 oscillations, et l'angle θ représente la variation de l'angle entre chacun de ces tracés par rapport au premier plan d'oscillation. Les hand spinner colorés que nous avons positionnés sur les 2 schémas permettent de faire le lien entre eux.



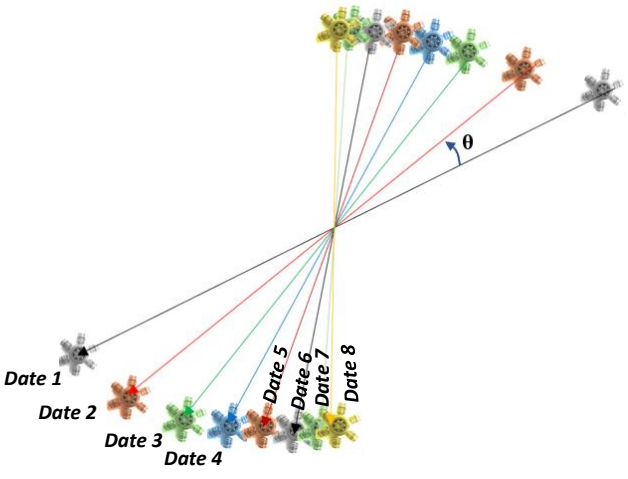


Figure 25 : Mesure de la vitesse de rotation du hand spinner à différentes dates – Figure 26 : Rotation du plan dans lequel oscille le pendule aux mêmes dates

24

Nous avons tracé l'évolution de θ au cours du temps (figure 27 – a), que nous avons ensuite modélisé pour pouvoir calculer la dérivée de cet angle. Autrement dit, nous avons l'évolution de la vitesse $\dot{\theta}$ de la rotation du plan d'oscillation du pendule au cours du temps. Comme par ailleurs, nous connaissons la vitesse ω de rotation du hand spinner à des dates précises, nous pouvons tracer l'évolution de $\dot{\theta}$ en fonction de ω (figure 27 – b). Un zoom (figure 27 – c) sur cette dernière courbe nous permet de voir que pour que le hand spinner oscille dans le même plan par rapport au référentiel terrestre, il doit « annuler » la rotation de la Terre qui se fait à 0,0042 °/s, et donc tourner à une vitesse d'environ 0,062 °/s, soit 3,6 rad/s.

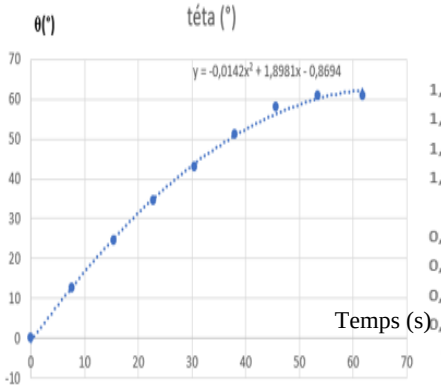


Figure 27 - a

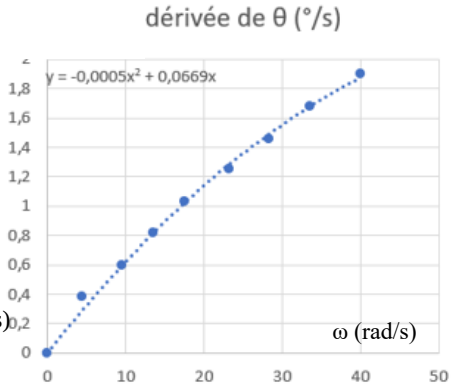


Figure 27 - b

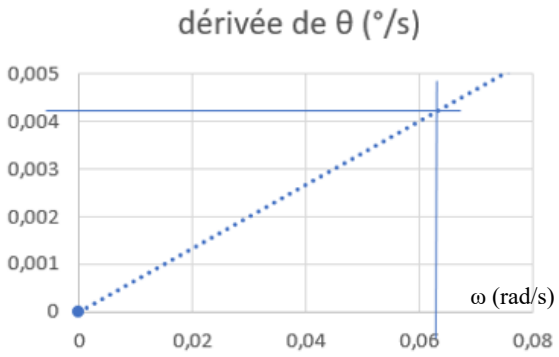


Figure 27 - c

Le phénomène physique qui est mis en évidence au cours de cette expérience dont les résultats restent très approximatifs repose sur la conservation du moment cinétique. Le fait que l'axe de rotation du hand spinner change de direction au cours de l'oscillation du pendule, l'axe subit un couple de force qui va provoquer la rotation du plan d'oscillation du pendule.
Comme cet effet doit dépendre du moment d'inertie du hand spinner, nous pensons qu'il y a ici un moyen, par le biais de cette expérience, de remonter au moment d'inertie du hand spinner. Mais ce ne sera pas pour tout de suite…

V – Conclusion

Pour choisir un hand spinner, il faut faire des compromis, car ce que l'on gagne d'un côté, on peut le perdre de l'autre. Une plus grande masse peut par exemple permettre d'avoir un moment cinétique plus important, mais conduira à une charge, donc à des frottements plus importants également. Pour éviter les frottements fluides, la forme du hand spinner ne peut pas être élaborée uniquement à partir de considérations esthétiques.
De façon plus générale, l'étude du hand spinner nous a finalement amené à comprendre le roulement à billes. Nous avons dû pour cela faire de nombreuses expériences, nous amenant souvent vers d'autres hypothèses… Il y a encore sûrement beaucoup à dire sur le sujet, mais nous avons déjà eu beaucoup de plaisir à réaliser tout ce travail, et au départ, nous étions loin d'imaginer que nous ferions toutes ces investigations. Le fait enfin d'avoir mélangé les matériaux, en utilisant par exemple la céramique nous pousse à étudier la particularité de certains contacts, comme ceux entre l'acier et la céramique, souvent utilisés dans les prothèses. Mais ce sera pour un autre projet.

25