Edition 2017/2018

8”29

Membres du projet :

-WECKER Léa
-SCHMIDT Julia
-MARING Emma
-BIANCHI Mathieu
-EL GHEMMAZ Amine
-JACINTO Hugo

Professeurs Référents : SAÏBI Tanguy - MALGRAS Marc-Olivier

Adresse du lycée : 59 Rue du Maréchal Foch, 57500 Saint-Avold

Table des matières

I. NOS CHUTES 4

1. PREMIERS PAS 4

2. COMPARAISON DES DEUX CHUTES. 5

II. UN PEU DE THEORIE POUR NOUS AIDER A COMPRENDRE. 5

1. LA CHUTE LIBRE. 5

2. CHUTE AVEC FROTTEMENTS 6

3. ZOOM SUR LES FROTTEMENTS FLUIDES 7

III. UN MODELE REDUIT POUR UNE ETUDE APPROFONDIE 9

1. AVEC UN DEBIT CONSTANT 9

2. ESSAIS ET VERIFICATIONS 10

3. CONCEPTION ET REALISATION DU MODELE REDUIT. 13

IV. NOTRE TOBOGGAN ! 13

1. LES AVENTURES DE NOTRE PLAYMOBIL 13

2. ETUDE DES FROTTEMENTS FLUIDES PLUS DETAILLEE 15

3. INFLUENCE DES FROTTEMENTS SOLIDES 18

4. UNE COURBE OPTIMALE 19

V. CONCLUSION 20

Version numérique : Accès à notre Genial.ly !

Nous avons choisi comme sujet d'étude l'AdrenaLoop qui est un toboggan aquatique du Calypso, un centre aquatique situé en Allemagne dans lequel nous nous retrouvons de temps en temps.

Ce toboggan est apprécié par tous ses utilisateurs et nous vous le conseillons fortement ! Du moins si vous aimez vous faire peur...
8''29 est le record de descente établi sur ce toboggan à sensations. Comment est-il possible de parcourir les 90 mètres en si peu de temps ? En allant très vite.

Comment faire pour battre ce record ? Telle est la question que nous nous sommes posés.

Informations pratiques donnée par la piscine :

Sa Longueur : 90 mètres
Notre vitesse maximale : 55 km/h
Restrictions d´âge et de masse : 10 ans et 45 kilos

Principe : "*Vous entrez dans une capsule vitrée. Sous vos pieds une trappe. Un compte à rebours. Et puis la chute verticale…*
10 mètres dans le néant suivis d´un looping vertigineux avec une accélération maximale de 2,6 g. Vivez une expérience d´adrénaline pure pendant 10 secondes."

Amine, Hugo et Mathieu sont allés au Calypso et se sont lancés dans l'AdrenaLoop :

Le premier descend en 9''34, le second en 8''58 tandis que le dernier arrive avec un temps de 10''13.

Pourquoi de telles différences ? Comment les expliquer ?

Notre but est alors de déterminer comment améliorer notre vitesse une fois à l'intérieur du tube et pendant ces "dix mètres de chute libre" en prenant en compte les différents facteurs externes.
Nous allons de ce fait nous pencher uniquement sur la première chute de ce toboggan car c'est dans celle-ci que la vitesse maximale est atteinte. A hauteur de la trappe, nous possédons de l'énergie potentielle de pesanteur et c'est lorsque cette trappe s'ouvre que cette énergie se transforme dans son intégralité en énergie cinétique.

I. Nos chutes

1. Premiers pas

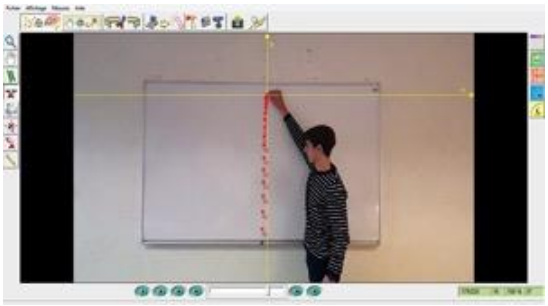
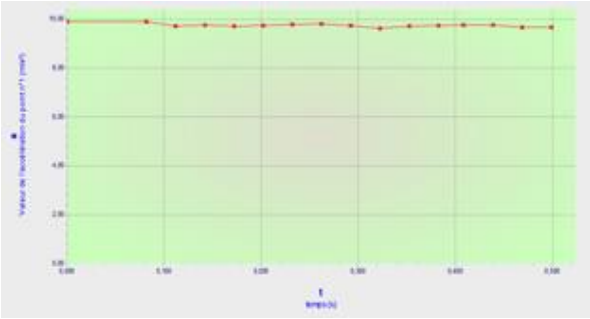
Nous avons filmé nos chutes à l'aide d'un smartphone possédant un fort ralenti et les avons étudiées à l'aide du logiciel Avistep.

Lors de nos premières études sur Avistep, nous avions des valeurs d'accélération inconcevables. Ainsi, selon le logiciel, l'accélération valait parfois 90 m/s² et nous avions ce type de graphique.	

Plusieurs solutions à ce problème :

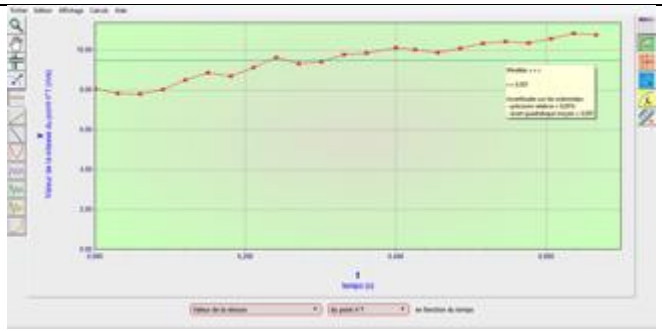
- Nous avions mis trop de points, la précision limitée du pointage a induit de gros écarts ;
- L'excès de points a induit de nombreuses erreurs de pointage ;
- Nous avions un problème avec le "framerate" qui correspond au nombre d'images par seconde, étant donné que nos vidéos avaient été filmées avec un ralenti de smartphone ;

Nous avons remédié à ce dernier problème. Tout d'abord, nous savions que la valeur de l'accélération devait être d'environ 10m/s². Ensuite, nous avons essayé d'entrer le temps entre deux images avec les données constructeurs de ce téléphone cependant, l'accélération était toujours délirante (jusqu'à 120m/s^2).
Nous avons ensuite réalisé l'étude de la chute libre d'une bille. Nous avons alors pu déterminer le temps séparant deux images pour une valeur d'accélération valant 10m/s² et rentrer cette valeur de temps dans l'étude de nos différentes chutes au calypso.

Étude de la chute de la bille	
	
La hauteur du tableau est de 121 cm. On voit donc que nous avons une valeur d'accélération d'environ 10m/s². On prend alors 0,0043 seconde entre chaque image et on procède à l'étude de nos deux chutes.	

2. Comparaison des deux chutes.

Nous avons décidé de nous intéresser à deux chutes en particulier : une chute respectant la position de base proposée par la piscine, une chute avec les mains relevées.

Chute classique	**Chute avec les mains relevées**
	
Mathieu est descendu en 10''10. Après pointage, nous obtenons ce graphique. Nous remarquons que notre vitesse (v) a **une moyenne de 9,501m/s.**	Mathieu est descendu en 10''53. Après pointage, nous obtenons ce graphique. Nous remarquons que notre vitesse (v) a **une moyenne de 9,380m/s.**
https://www.youtube.com/watch?v=oylIM_HL9z8	https://www.youtube.com/watch?v=nIgvIJzbn6U

Comment expliquer le fait que la première chute ait été plus rapide que la seconde ?

Intéressons-nous aux différences entre les deux chutes. L'environnement ne change pas, toutefois la position de Mathieu change : la position des bras et des mains est différente. On remarque que la première chute avec les bras le long du corps est plus rapide que la seconde avec les bras "en l'air". On en déduit donc que cette position a une réelle influence sur la vitesse.
Ces constats nous amènent donc à nous intéresser à la chute des corps, d'abord la chute libre, puis une chute avec frottements. Nous soupçonnons ces derniers d'être à l'origine de ces variations de vitesse.

II. Un peu de théorie pour nous aider à comprendre.

1. La chute libre.

Chute libre signifie chute sous l'influence d'une seule force : le poids. Pour cela, nous utilisons la deuxième loi de Newton, aussi appelée théorème du centre d'inertie. Elle permet de lier, dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces appliquées à un système avec la dérivée de la quantité de mouvement du système. Nous travaillons dans le référentiel du laboratoire étant un référentiel terrestre, supposé galiléen, pour la durée de l'expérience. Comme nous négligeons l'action des frottements extérieurs (F_{ext}) la seule force s'exerçant sur le système est le poids (P).

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dF}$ = m.$\vec{v}$ $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$	$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{P} = m.\vec{g} = m.\vec{a}$ (Masse grave / Masse inertielle) $\Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a}$	où $\vec{a}$ = accélération $\vec{p}$= quantité de mouvement

$$\vec{v} = \begin{cases} v_x = F(a_x) = cte_0 \\ v_y = F(a_y) = -g.t + cte_1 \end{cases}$$

Au départ, à t=0 on a : $v_x = 0$ donc $cte_0 = 0$
$v_y = 0$ $cte_1 = 0$

$$\overrightarrow{OM} = \begin{cases} x(t) = cte_2 = 0 \\ y(t) = -g.\frac{t^2}{2} + cte_3 = -g.\frac{t^2}{2} \end{cases}$$

Ce modèle ne peut évidemment pas convenir mais nous aura permis de déterminer des équations horaires pour la première fois. Nous intégrons maintenant les frottements à notre étude.

2. Chute avec frottements

- **Nous allons introduire les forces de frottements fluides.** En effet, nous nous intéressons aux effets de l'air sur le nageur pendant sa chute :

Au poids précédemment cité nous ajoutons ces forces de frottement et appliquons la seconde loi de Newton :

$$* \vec{f} = -\lambda.\vec{v}$$
$$* m.\vec{g} - \lambda.\vec{v} = m.\vec{a}$$

On se place alors dans un référentiel terrestre, celui du laboratoire :	Et on exprime les équations horaires : On sait que a_x=0
$\vec{g} = -g.\vec{j}$ et $v = v(t).\vec{j}$ $\vec{a} = \left(-g - \frac{\lambda.v(t)}{m}\right).\vec{j}$	$a_y(t) = -g - \frac{\lambda.v_y(t)}{m}$ $\frac{dv_y(t)}{dt} = -g - \frac{\lambda.v_y(t)}{m}$

La solution particulière est : $v_{lim} = \frac{-m.g}{\lambda}$

La solution générale est : $v(t) = v_{lim}\,(1 - e^{\frac{-\lambda.t}{m}})$ (1)

<u>Interprétation de la solution</u> : la fonction exponentielle tend vers 0 lorsque la durée (t) augmente, la parenthèse tend donc vers 1 ; v tend donc vers v_{lim}.

- Prise en compte des frottements solides :

Les frottements solides $\overrightarrow{R_t}$ sont dus à des interactions à l'échelle macroscopique qui sont d'abord liées à la rugosité des deux surfaces. Cette partie des frottements semble évidente, nous nous sommes donc intéressés à la partie des frottements solides qui relève des interactions entre les atomes.

De la chaleur est produite lorsque deux objets sont en contact et en mouvement. Cette chaleur est témoin des liaisons de Van der Waal initialement formées entre les deux surfaces. La rupture de ces liaisons entraîne une libération d'énergie sous forme d'énergie thermique. Les frottements solides sont, en effet, de nature électrostatique.

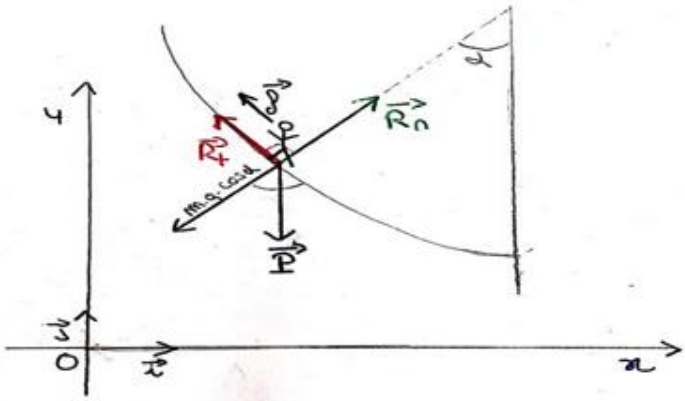
<u>Expression :</u>

$$\vec{R} = \overrightarrow{R_n} + \overrightarrow{R_t}$$

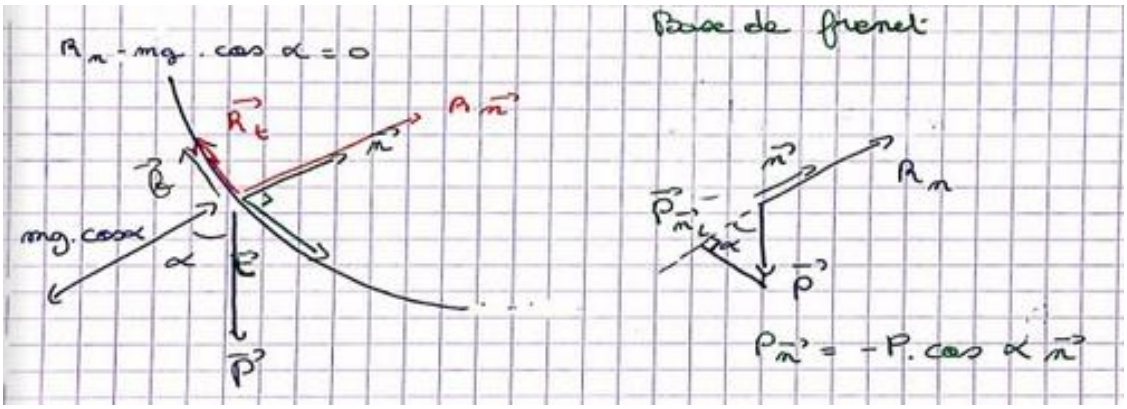
Tant que $\|\overrightarrow{R_n}\| > 0$, l'objet reste en contact avec le support.

$$\|\overrightarrow{R_t}\| = \mu_d \|\overrightarrow{R_n}\|$$

μ_d est le coefficient de frottement dynamique dont la valeur dépend des deux matériaux en présence et de l'état de leurs surfaces.



Les projections dans un repère cartésien nous ont paru trop compliquées, par conséquent les expressions l'étaient aussi. Nous nous sommes dit qu'avoir des vecteurs unitaires colinéaires à nos vecteurs forces faciliterait la projection et simplifierait les expressions. Nous sommes donc passés à une base de Frenet composée de deux vecteurs mobiles : $\vec{t}$ tangent à la trajectoire et $\vec{n}$ normal à celle-ci.



On obtient alors ces expressions pour l'accélération : $m.a_t = -\mu.m.g.\cos(\alpha) - \lambda.v + m.g.\sin(\alpha)$

Nous décidons, dans un premier temps, de négliger les frottements solides car ils sont au moins en partie compensés par l'eau qui coule dans le toboggan.

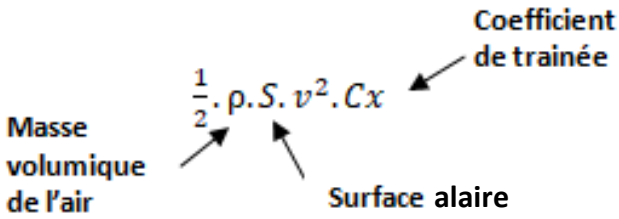
En effet, on suppose que l'ajout d'une fine couche d'eau entre le nageur et la paroi du toboggan limite le contact entre ces deux corps. Les molécules d'eau intercalées peuvent facilement glisser les unes sur les autres, les frottements solides ont donc presque totalement disparu.

Nous avons pu observer la persistance de ces frottements par la diminution de notre temps de chute en adoptant une position limitant la surface de contact entre notre corps et la paroi.

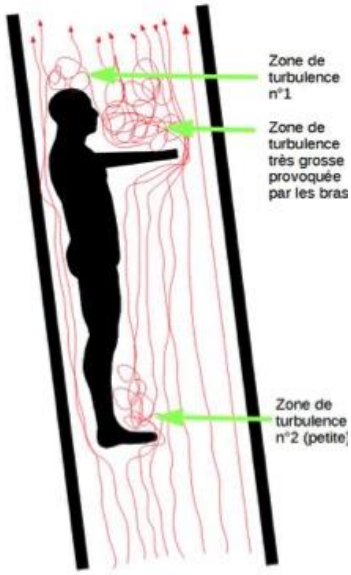
3. Zoom sur les frottements fluides

Nous avons ensuite supposé que notre position avait une influence sur le temps nécessaire pour parcourir le toboggan et donc si elle a une influence sur notre vitesse. La traînée est provoquée par la résistance de l'air sur un corps, c'est-à-dire une force appliquée dans le sens opposé à la marche d'un corps. Cette force peut être réduite en améliorant l'aérodynamisme du corps.

Une position optimale permet de diminuer notre résistance à l'air et influe sur le coefficient de traînée Cx.



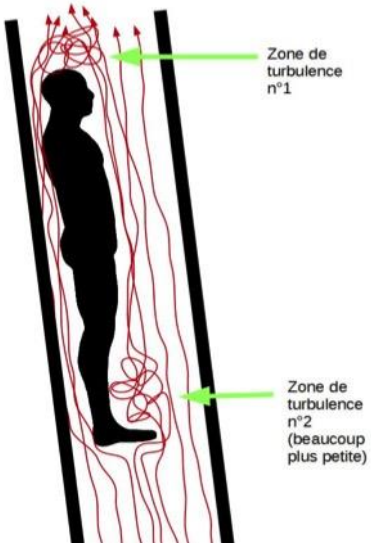
Ce qui signifie que le coefficient de trainée influe sur la traînée. Donc en améliorant l'aérodynamisme du corps, la force de traînée est moins grande.
Comme la position joue sur les écoulements d'air autour de nous, nous nous sommes intéressés aux écoulements.
Il existe deux types d'écoulements :



• **Écoulements laminaires :** les flux ne se mélangent pas, il n'y a donc pas d'échange d'énergie. Le fluide s'écoule plus ou moins dans la même direction, sans que les différences locales se contrarient. Moins de pertes de charge dues aux frottements.

• **Écoulements turbulents :** Les flux se mélangent, donc échange d'énergie. Il y a donc plus de perte de charge.

Nous avons cherché quelles seraient les conditions nécessaires pour pouvoir avoir une vitesse la plus optimisée possible. Il serait donc question d'éviter les turbulences et d'éviter un maximum les pertes

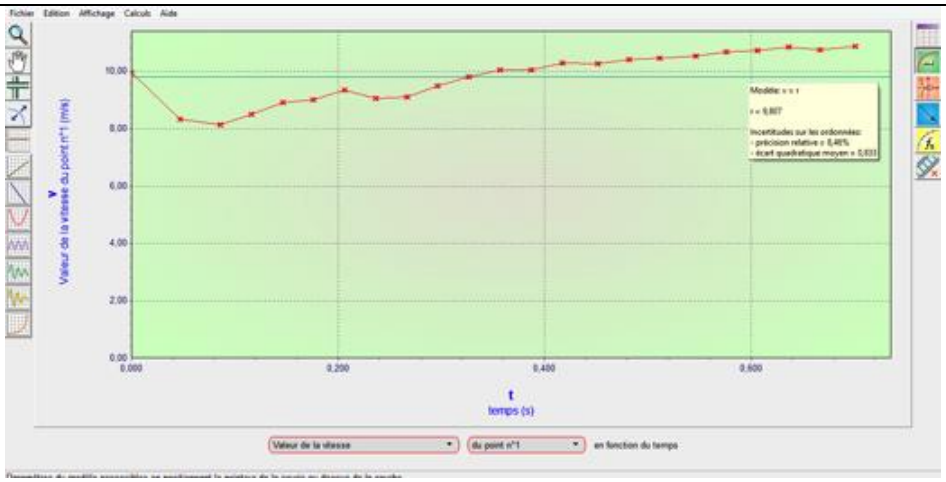


Afin d'avoir une position plus optimisée, il faut laisser les bras collés au corps et tirer les pointes de pieds au maximum. De plus, pour éviter le contact avec la paroi, il faut rentrer les omoplates pour que seules les épaules soient en contact avec l'eau. Ainsi, seul les épaules et les talons seront en contact avec l'eau, ce qui permettrait d'avoir le moins de frottements solide possible.

Sans obstacle dans le tuyau, l'écoulement de l'air est laminaire, il y a donc une perte de charge assez minime. Cependant notre corps est un obstacle pour cet écoulement. Des tourbillons se forment après l'obstacle, ce qui entraîne une grande perte de charge. Nous perdons donc de la vitesse. Cet effet est bien sûr accentué lorsque nos bras sont relevés. Le but serait ici d'éviter au maximum les frottements de l'air qui nous ralentissent en essayant de rester en un bloc et donc de ne pas laisser de surfaces planes qui sont à l'encontre de l'écoulement de l'air.

de charge.

Chute en position aérodynamique



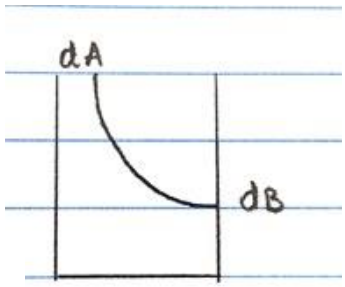
Mathieu est descendu en 10''03.
Après pointage, nous obtenons ce graphique. Nous remarquons que notre vitesse (v) a **une moyenne de 9,807m/s.**

Donc, nous voyons bien que le fait d'adopter une position aérodynamique nous permet d'être plus rapide puisque nous sommes ralentis par moins de frottements. Pour étudier plus précisément ce mouvement il est important de multiplier le nombre d'essais et donc de mesures pour obtenir des résultats exploitables. Nous souhaitons notamment vérifier que les modèles théoriques déterminés précédemment correspondent aux modèles expérimentaux.

Nous avons donc réalisé un modèle réduit de notre toboggan préféré !

III. Un modèle réduit pour une étude approfondie

1. De l'eau dans le tuyau



Nous utilisons une boite de conserve percée.

Notre objectif est d'avoir un débit volumique constant en sortie (point B).
On veut connaître le débit volumique dB :

Pour le débit théorique :

$$d = v.S$$

Débit (m^3/s) — Vitesse (m/s) — Surface de la sortie (m^2)

Pour le débit expérimental :

$$d = \frac{V}{t}$$

Volume (L) — Débit (L/s) — Temps (s)

La détermination du débit théorique implique de connaître la vitesse de sortie, pour cela nous utilisons la relation de Bernoulli :

$$d = P + \frac{1}{2}\rho.v^2 + \rho.g.z$$

Pression (pascal) — Masse volumique ($kg.m^{-3}$) — Intensité du champ de pesanteur — Hauteur

Cette équation traduit le principe de conservation de l'énergie le long d'une ligne de courant et s'écrit entre A et B,

$$\mathrm{Pa} + \frac{1}{2}\rho \times v^2\mathrm{a} + \rho \times g \times \mathrm{za} = \mathrm{Pb} + \frac{1}{2}\rho \times v^2\mathrm{b} + \rho \times g \times \mathrm{zb}$$

De plus, nous considérons que **la vitesse en A est négligeable** devant celle en B car nous alimentons en permanence le réservoir.
En A comme en B, l'eau est en contact avec l'atmosphère, les pressions en ces deux points sont donc égales : $\mathbf{P_A = P_B}$.

$$v_B = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}{V_A}^2 + gz_A - gz_B}{\frac{1}{2}}}$$

Comme nous considérons que la vitesse en A est nulle : $v_B = \sqrt{2gh}$ où $h = z_A - z_B$

Nos surfaces de sortie seront toutes identiques. Ainsi, pour influer sur le débit, nous serons amenés à changer la hauteur (h).
Afin d'avoir une cuve remplie de manière homogène et constante, nous avons décidé d'utiliser une cuve « tampon ». Cette cuve placée au-dessus de notre cuve principale permettra d'avoir un circuit fermé, l'eau descend de notre cuve secondaire à notre cuve principale de manière à ce que celle-ci déborde. L'eau du toboggan et du débordement seront remontées jusqu'à la cuve secondaire grâce à une pompe.

2. Essais et vérifications

Avant d'étudier les différents débits expérimentalement, nous avons réalisé une expérience permettant de montrer l'influence de la hauteur de sortie sur la vitesse de sortie du fluide. Cette expérience met en lumière la loi de Bernoulli liant vitesse et hauteur.

Nous versions en même temps de l'eau dans la conserve afin que la hauteur de l'eau soit constante. De cette manière, nous voyons bien les différences de vitesse du fluide pour chaque sortie.
Nous avons mesuré nos 3 différents débits expérimentalement.

<u>Etapes de l'expérience :</u>

- On a laissé couler l'eau d'une sortie pendant 60,0 secondes dans un réservoir.
- On a pesé l'ensemble {récipient + eau} et l'on a soustrait la masse de ce même réservoir afin d'obtenir la masse d'eau (g) pour une durée 60,0 secondes.
- Nous en avons déduit le volume correspondant.
- Nous avons calculé le débit.

Pour avoir plus de précision, nous avons réalisé cette même expérience plusieurs fois et calculé la moyenne des débits à chaque sortie.

Plus la sortie est haute, plus le débit est faible. Nos résultats sont cohérents puisque nous obtenons le même ordre de grandeur entre le débit théorique et le débit expérimental. Cependant nous n'avons pas pris en compte certains facteurs comme le coefficient lié à la forme des sorties, les effets de l'eau dans la conserve et ses parois qui ne sont pas lisses.

<u>Incertitudes des débits expérimentaux :</u>

Nous avons calculé les incertitudes pour chacune de nos valeurs expérimentales :

- L'incertitude liée au chronomètre est de 0,01s.
  Cependant, nous avons déterminé que l'incertitude du réflexe est 0,15s. Pour cela nous avons défini un temps auquel arrêter le chronomètre (10s), nous lancions alors le chronomètre puis nous l'arrêtions à 10s le plus précisément possible. Nous avons donc calculé la moyenne des 30 mesures obtenus, faites par 3 personnes différentes, et nous avons ainsi obtenu ce résultat de 0,15s pour le réflexe.
- On cherche donc les incertitudes des différents volumes (V), obtenus pour chaque sortie.
  Nous avons réalisé plusieurs mesures de la masse d'eau obtenue à chaque sortie. Nous en avons déduit les volumes.
  Dans un premier temps, nous avons fait la moyenne des volumes pour chaque sortie puis nous avons calculé les incertitudes.
  Il s'agit donc d'une incertitude de répétabilité de formule : $U(V) = \frac{k.Sx}{\sqrt{n}}$
  Avec k le coefficient d'élargissement pour 8 mesures.

Et n le nombre de mesure.

Le débit est une incertitude de type B de formule : $U(d) = d.\sqrt{(\frac{U(V)}{V})^2 + (\frac{U(t)}{t})^2}$

Pour la sortie du milieu :

$V = 1{,}20.10^{-3}m3$	$d = 2{,}00.10^{-5}m^3s^{-1}$
$U(V) = \frac{k.Sx}{\sqrt{n}} = \frac{2{,}37.1{,}4.10^{-5}}{\sqrt{8}} = 1{,}17.10^{-5}$	$U(d) = d.\sqrt{(\frac{U(V)}{V})^2 + (\frac{U(t)}{t})^2} = 2{,}00.10^{-5}\sqrt{(\frac{1{,}17.10^{-5}}{1{,}20.10^{-3}})^2 + (\frac{0{,}15}{60})^2} = 0{,}021.10^{-5}$

$$d = (2{,}00 \pm 0{,}02).10^{-5}m^3.s^{-1}$$

<u>Résultats finaux :</u>

Sortie	Intervalles débits théoriques	Intervalles débits expérimentaux
Haut	$d = (1{,}98 \pm 0{,}92).10^{-5}m^3.s^{-1}$	$d = (1{,}19 \pm 0{,}02).10^{-5}m^3.s^{-1}$
Milieu	$d = (3{,}19 \pm 1{,}49).10^{-5}m^3.s^{-1}$	$d = (2{,}00 \pm 0{,}02).10^{-5}m^3.s^{-1}$
Bas	$d = (4{,}15 \pm 1{,}93).10^{-5}m^3.s^{-1}$	$d = (2{,}45 \pm 0{,}02).10^{-5}m^3.s^{-1}$

Pour chaque sortie il y a une intersection entre les intervalles des débits théoriques et expérimentaux.

Précisions sur les incertitudes

Afin de déterminer dans quel régime d'écoulement l'eau arrive dans le toboggan, nous nous sommes intéressés au nombre de Reynolds et aux différences entres les écoulements.

N'ayant pas le matériel nécessaire à la réalisation de l'expérience de Reynolds au lycée Charles Jully, nous nous sommes déplacés au lycée Louis Vincent de Metz qui ont accepté de nous laisser manipuler la maquette prévue pour cette expérience présente dans leur lycée.

Nous avions étudié les régimes d'écoulements sur une plage de 30L/h à 150 L/h, réglé grâce à un débitmètre dans un tuyau de 21mm de diamètre. Grâce au colorant bleu de méthylène nous pouvons observer la nature de l'écoulement. La température de l'eau était de 12°c (mesurée à la sortie du tube à l'aide d'un thermomètre étanche).

Nous utiliserons la formule suivante : $\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{D} \times \mathrm{U}}{\upsilon}$

Avec D le diamètre en m, U la vitesse du fluide en m/s, ν la viscosité cinématique en $m^2.s^{-1}$
q_s le débit en m^3/s et S la section du tube en m^2.

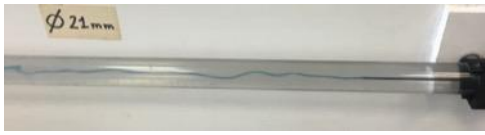
$$\mathrm{U} = \frac{q_s}{S}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{D} \times \frac{q_s}{S}}{\upsilon}$$

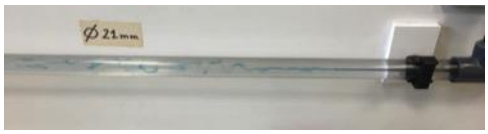
Donc $\mathrm{S} = \pi \times R^2$

$$S = \pi \times (10{,}5 \times 10^{-3})^2$$
$$42{,}70\ L/h = 1{,}18611 \times 10^{-5} m^3/s$$

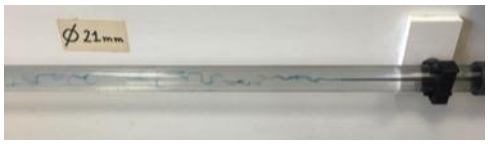
Vous retrouverez en Annexe le graphique de la valeur de la viscosité cinématique en fonction de la température de l'eau ainsi que des photos de la manipulation.



Valeur à 42.7 L/h, $\mathrm{Re} = \frac{21\times10^{-3}\times\frac{1{,}18611\times10^{-5}}{\pi\times(10{,}5\times10^{-3})^2}}{1{,}248\times10^{-6}} = 576{,}2.$



72 L/h $\mathrm{Re} = \frac{21\times10^{-3}\times\frac{2{,}00333\times10^{-5}}{\pi\times(10{,}5\times10^{-3})^2}}{1{,}248\times10^{-6}} = 973{,}3.$

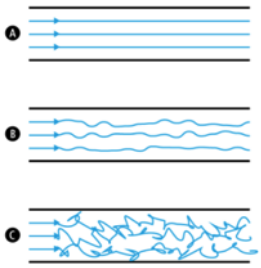


88L/h $\mathrm{Re} = \frac{21\times10^{-3}\times\frac{2{,}45\times10^{-5}}{\pi\times(10{,}5\times10^{-3})^2}}{1{,}248\times10^{-6}} = 1190{,}3.$

150 L/h $\mathrm{Re} = \frac{21\times10^{-3}\times\frac{4{,}1667\times10^{-5}}{\pi\times(10{,}5\times10^{-3})^2}}{1{,}248\times10^{-6}} = 2024{,}7.$

Vous retrouverez une playlist regroupant les vidéos de ces écoulements.

On sait que quand Re < 2000 l'écoulement est dit laminaire et quand 2000<Re <3000 l'écoulement est transitoire. Quand Re > 3000 l'écoulement est dit turbulent.



On peut voir que les écoulements sont censés être laminaires en théorie à 40, 70 et 90 L/h alors qu'en pratique à 70L/h et encore plus à 90 L/h, les écoulements se rapprochent d'un écoulement transitoire. On peut voir qu'à 150L/h l'écoulement est bien transitoire et se rapproche presque d'un écoulement turbulent.
Pour donner un ordre d'idée, sur ce schéma en A l'écoulement est laminaire, en B l'écoulement est transitoire et en C l'écoulement est turbulent.

Sur notre maquette, le tuyau reliant la cuve au toboggan a un diamètre de 5mm. Les débits en sortie de notre cuve sont de 42.7 L/h à la sortie haute, 72.12 L/h à la sortie du milieu et 88.2L/h à la sortie basse. On passe maintenant aux calculs pour un tuyau ayant une largeur de 5mm :

A 42.7 L/h, $\mathrm{Re} = \frac{5\times10^{-3}\times\frac{1{,}18611\times10^{-5}}{\pi\times(2{,}5\times10^{-3})^2}}{1{,}248\times10^{-6}} = 2420{,}2.$

A 72.12 L/h, $\mathrm{Re} = \frac{5\times10^{-3}\times\frac{2{,}00333\times10^{-5}}{\pi\times(2{,}5\times10^{-3})^2}}{1{,}248\times10^{-6}} = 4087{,}7.$

A 88.2 L/h, $\mathrm{Re} = \frac{5\times10^{-3}\times\frac{2{,}45\times10^{-5}}{\pi\times(2{,}5\times10^{-3})^2}}{1{,}248\times10^{-6}} = 4999{,}1.$

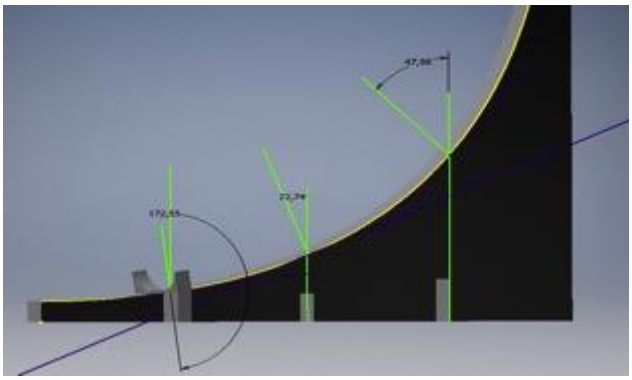
Nous pouvons donc assurer que l'eau arrivant dans le toboggan se situe dans un régime turbulent peu importe la sortie utilisée car Re >4000 pour les deux sorties les plus basses et Re>2000 à la sortie haute or nous avons vu avec l'expérience réalisée plus haut qu'à Re=2000, l'écoulement commence vraiment à être turbulent.

3. Conception et réalisation du modèle réduit.

Avant de passer à la réalisation de notre modèle réduit, nous avons schématisé notre toboggan pour l'étudier. Nous nous sommes uniquement concentrés sur la première partie du toboggan.

Afin de réaliser un modèle réduit du toboggan, nous avons utilisé l'échelle 1/10ème. Nous avons alors dessiné des plans afin de le construire puis nous avons modélisé les pièces du support qui maintiendra le tuyau du toboggan en place.

Pour cette réalisation, nous avons utilisé la découpeuse laser, pour la pièce principale, ainsi que l'imprimante 3D pour les trois pièces, disponibles au lycée. Avec l'imprimante 3D, certaines pièces nécessitent une durée d'impression de plus de 9heures.



D'autres photos illustrant la réalisation de ces pièces sont disponibles ici

Nous utiliserons également un électro-aimant afin de lâcher notre Playmobil, équipé d'une bille en métal dans la tête, sans vitesse initiale comme vu dans les équations.

Fonctionnement d'un électroaimant

IV. Notre toboggan !

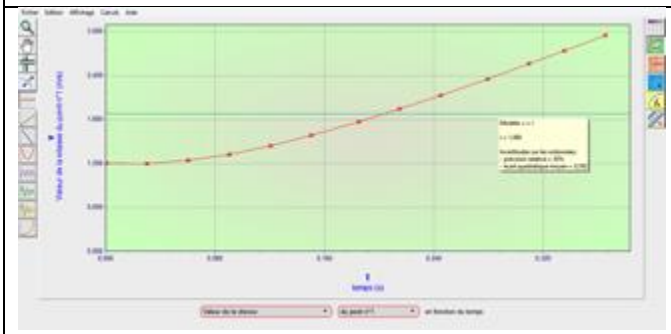
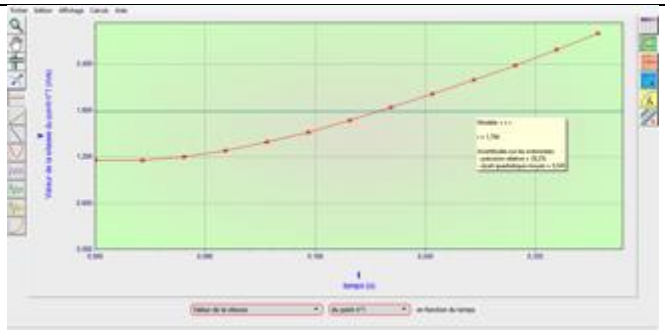
1. Les aventures de notre Playmobil

Nous souhaitons étudier la chute d'un Playmobil en présence de frottements fluides et sans frottements fluides.

La chute du Playmobil dans le tuyau sans eau ne semble pas présenter de frottement, les interactions entre le Playmobil et le tuyau sec ne correspondents pas à celles observées entre un nageur (peau) et un toboggan sec.

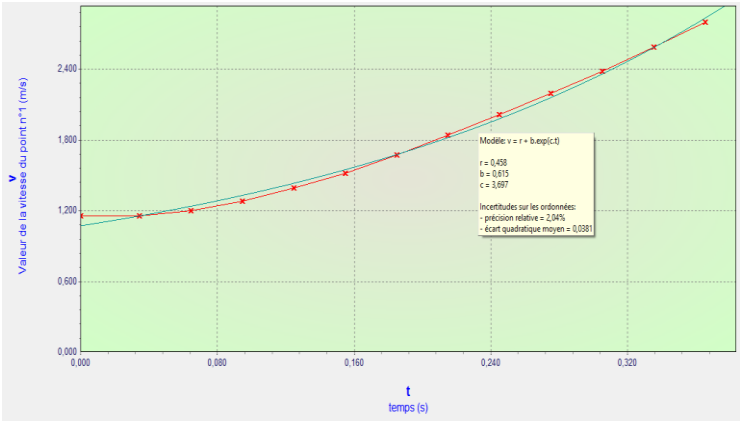
Comparaison avec et sans "peau"

Réaliser la chute d'un Playmobil dans un tuyeau sec avec et sans "peau" couplé à l'analyse de la chute d'un Playmobil dans un tuyau mouillé, avec et sans "peau", nous a bien permi de mettre en avant l'importance de l'eau compensant les frottements solides. En effet, nous pouvons négliger les frottements solides dès que la paroi du toboggan est recouverte d'eau.

Test n°1 avec un Playmobil avec peu de frottements fluides	Test n°1 avec un Playmobil avec frottements fluides
	
Après pointage, nous obtenons ce graphique. Nous remarquons que notre vitesse (v) a **une moyenne de 1,880m/s.**	Après pointage, nous obtenons ce graphique. Nous remarquons que notre vitesse (v) a **une moyenne de 1,784 m/s.**
https://www.youtube.com/watch?v=PBDV4RPPdGI	https://www.youtube.com/watch?v=hR4AGNP_HLA

La seconde étape est de vérifier l'adéquation de notre modèle théorique ($v(t) = v_{lim}\,(1 - e^{\frac{-\lambda.t}{m}})$) avec les résultats expérimentaux.

Chute sans accentuer les frottements fluides (bras le long du corps) :

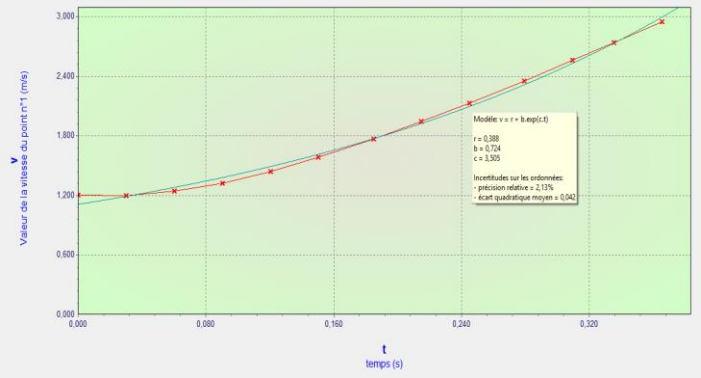


Modèle: v = r + b.exp(c.t)

r = 0,388
b = 0,724
c = 3,505

Incertitudes sur les ordonnées:
- précision relative = 2,13%
- écart quadratique moyen = 0,042

Chute en accentuant les frottements fluides (bras relevés) :



Modèle: v = r + b.exp(c.t)

r = 0,458
b = 0,615
c = 3,697

Incertitudes sur les ordonnées:
- précision relative = 2,04%
- écart quadratique moyen = 0,0381

Les modèles sont cohérents avec nos résultats expérimentaux. Ce qui prouve la validité de notre équation différentielle qui modélise la vitesse par une fonction exponentielle.

Nous allons affiner nos résultats en proposant un plus grand nombre de mesures et d'autres méthodes de détermination de la vitesse ou de la durée de chute.

2. Etude des frottements fluides plus détaillée

Nous avons mesuré la durée de chute du Playmobil, grâce à un chronomètre conçu à partir de deux lasers, deux photodiodes et d'un oscilloscope.

Fonctionnement du chronomètre

Dans le but de prouver l'existence des frottements qui agissent sur le Playmobil, nous allons dans un premier temps calculer la vitesse puis l'énergie cinétique de celui-ci en bas du tube s'il ne subissait pas de frottements. Puis dans un second temps, nous mesurerons la vitesse du Playmobil au bout du tube grâce à notre chronomètre à photodiode, puis nous calculerons son énergie cinétique. En comparant cette énergie cinétique à celle obtenu s'il n'y avait pas de frottements, nous pourrons en déduire la valeur du travail des forces de frottement agissant sur le Playmobil.

Pour calculer la vitesse théorique en bas du tube, donc sans toboggan, nous allons utiliser l'énergie mécanique. Le poids étant une force conservative, l'énergie mécanique ne varie pas. Ainsi, E_M en A (uniquement de l'énergie potentielle) qui est égale a E_M en B (énergie cinétique uniquement) avec A le point de départ en haut du tube et B son point d'arrivée à la fin du tube en considérant un repère tel que B est sur l'axe des abscisses.

$$Epp_A = Ec_b$$

$$\Leftrightarrow \quad m*g*h = ½*m*v^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt{2gh} = v = \sqrt{2 * 9.81 * 62.9 * 10^{-2}} = 3.51\ m/s$$

Calculons l'énergie cinétique : $Ec_b = ½*m*3.51^2$

Nous effectuons des mesures de vitesse grâce à deux lasers placés au bout du toboggan espacés de 5.8 cm. Nous mesurons le temps que marcel met à parcourir la distance entre ces deux lasers tout au bout du toboggan, nous répétons cette mesure 20 fois. La valeur moyenne de la durée mesurée est de 30.04 ms.

Le Playmobil ayant de la cire de Babybel dans le dos et les bras baissés a une vitesse moyenne instantanée de 1.93 m/s sur une distance de 5.8 cm en bas du tube. Nous allons calculer l'incertitude sur cette valeur :

Incertitude de répétabilité pour le temps : $U(t)=\frac{k*\delta}{\sqrt{n}}=\frac{2*2.47735002}{\sqrt{20}}$ =1.1ms

Incertitude de double mesure : $U(d)=\frac{1grad}{\sqrt{12}} * 2 * \sqrt{2} = 0.82\ mm$

Et enfin : $U(v)= \bar{v} * \sqrt{(\frac{U(d)}{d})^2 + (\frac{U(t)}{t})^2}$ =0.08

Étant donné l'incertitude de 0.08 m/s la vitesse (v) du Playmobil est comprise entre 1.85 m/s et 2.01m/s.

Connaissant la masse de marcel avec de la cire de Babybel (m=18.6659g), nous pouvons calculer son énergie cinétique :

$$Ec_{bf} = ½ *(18.6659*10^{-3})*1.93^2 = 0.0348 \text{ J}$$

Or sans frottement on aurait :

$$Ec_b = ½ *(18.6659*10^{-3})*3.51^2 = 0.115 \text{ J}$$

Or nous savons que $\sum W_{AB}\overrightarrow{f} = Ec_{b-avec\ frottements} - Ec_{b-sans\ frottements}$

Donc $\sum W_{AB}\overrightarrow{f}$ = 0.0348-0.115 = -0.0802 J

Nous considérons l'existence de deux forces de frottements : les frottements fluides et les frottements statiques contre la paroi :

$$W_{AB}\overrightarrow{ff} + W_{AB}\overrightarrow{fs} = -0.0802 \text{ J}$$

Quand notre Playmobil glisse sur le toboggan avec un filet d'eau, de la cire de Babybel dans le dos et les bras baissés, la somme des travaux des forces de frottements vaut -0.0802 Joules.

Nous avons refait la même chose en levant les bras du Playmobil et en y ajoutant de la cire de Babybel entre les deux bras. Nous espérions ainsi augmenter les forces de frottements.
Nous avons refait les mesures de vitesse de la même façon, nous obtenons un temps moyen de 34.52 ms sur une distance de 5.8 cm en bas du tube, donc une vitesse instantanée en bas du tube de 1.68 m/s.

U(t)= 5.17 ms
U(d)=0.82mm La valeur est plus grande qu'avant car nous avons effectué seulement 10 essais.
U(v)=0.31m/s

Le Playmobil pèse maintenant 21.1227 g à cause de la cire de Babybel ajouté au niveau des bras (pour simuler la fermeture des bras).

$$Ec_{bff} = ½ *(21.1227*10^{-3})*1.68^2 = 0.0298 \text{ J}$$

$$Ec_b' = ½ *(21.1227*10^{-3})*3.51^2 = 0.130 \text{ J}$$

Donc maintenant, $\sum W_{AB}\overrightarrow{f}$ '= 0.0298-0.130 = -0.100 J

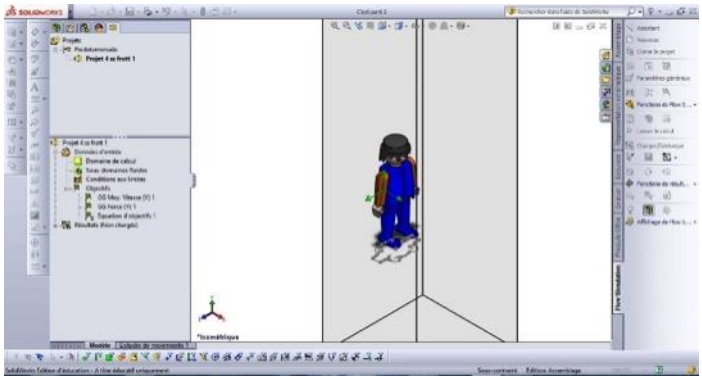
Or la surface de contact avec la paroi n'a pas changé, nous considérons donc que les frottements solides n'ont pas changé.
Nous cherchons la différence du travail des forces de frottements fluides :

$$\Delta W_{AB}\overrightarrow{ff} = \sum W_{AB}\overrightarrow{f}\text{ '} - \sum W_{AB}\overrightarrow{f} = -0.0198$$

Donc nous en déduisons qu'avec les bras levés le travail de la force de frottement fluide augmente de l'ordre de 0.02 Joules soit à peu près 20 %.

Tout au long de notre projet, nous avons étudié les effets de l'écoulement d'air sur notre corps et sur le Playmobil.
Pour notre étude, nous avons jugé que visualiser ces turbulances était la meilleure façon de les comprendre. Notre lycée a à sa disposition une soufflerie, cela permet des visualisations d'écoulement le plus souvent difficiles à faire dans le conditions réelles de déplacement.

Cx et frottements du Playmobil



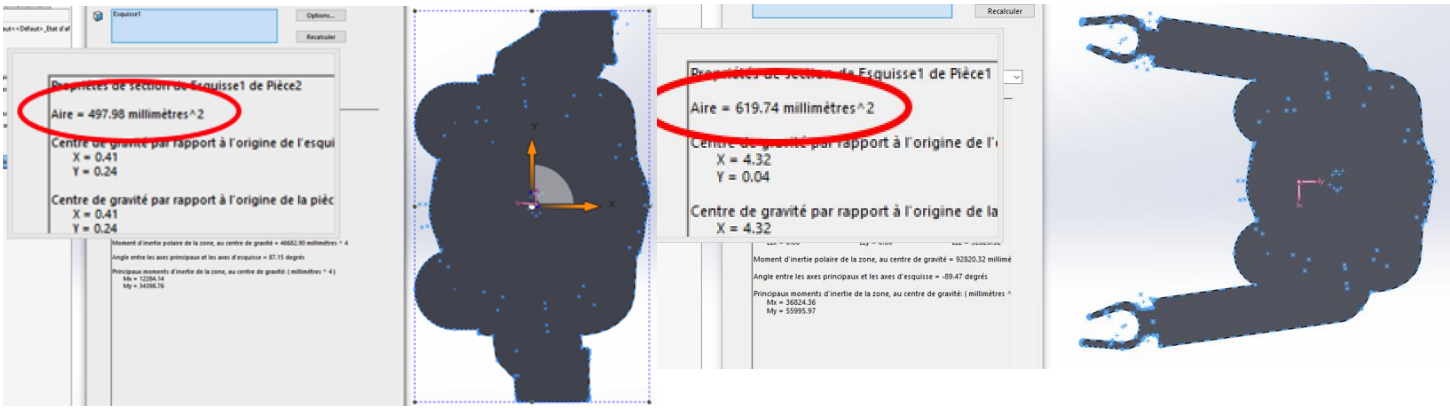
Nous avons calculé C_x avec le logiciel SolidWorks dans le but d'obtenir le coefficient de traînée d'un Playmobil dans l'air.
Plusieurs étapes :

- obtenir un Playmobil sur SolidWorks ;

- se familiariser avec SolidWorks et principalement avec flow simulation ce qui nous permettrait de calculer C_x ;

- calculer C_x.

Le problème principal dans l'obtention du Cx fut de déterminer l'aire de la section projetée par les arrêtes du Playmobil. Après de nombreuses heures passées sur le logiciel et avec l'aide d'un intervenant extérieur, nous avons pu finalement avoir ce projeté d'arrêtes.



- Programmer les calculs du cx à l'aide de la formule.

- Lancer le calcul.

Expression:

({GG Force (Y) 1})/(1/2*({GG Moy. Vitesse (Y) 1}^2)*1,225*0,00049798)

Résultats :

Pour une chute avec les bras baissés, le CX=0,89

Liste d'objectifs

Nom	Valeur actuelle	Progression	Critère	Commentaire	Delta
Equation d'objectifs 1	0.89104	Atteinte (IT = 89)	0.0897851	Critères de vérification	0.00237613
GG Force (Y) 1	0.000839019 N	Atteinte (IT = 89)	8.9372e-005 N	Critères de vérification	2.75123e-006 N
GG Moy. Vitesse (Y) 1	1.75703 m/s	Atteinte (IT = 204)	0.0010957 m/s	Critères de vérification	0.00103213 m/s

Pour une chute avec les bras levés, le CX=1,06

Liste d'objectifs

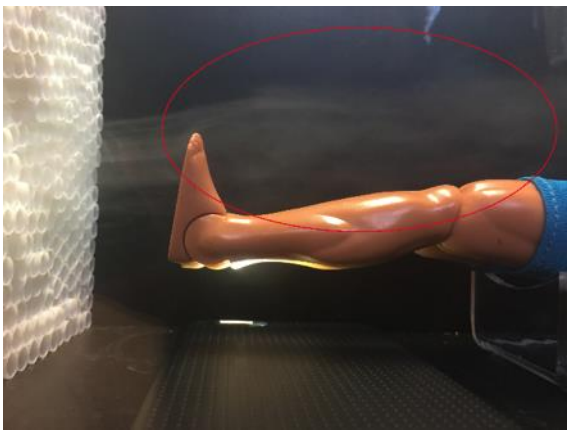
Nom	Valeur actuelle	Progression	Critère	Commentaire	Delta
Equation d'objectifs 1	1.0603	Atteinte (IT = 61)	0.106709	Critères de vérification	0.00206822
GG Force (Y) 1	0.00121995 N	Atteinte (IT = 61)	0.000132971 N	Critères de vérification	4.49146e-006 N
GG Moy. Vitesse (Y) 1	1.741 m/s	Atteinte (IT = 106)	0.00173646 m/s	Critères de vérification	0.00162854 m/s

Comme nous avons pu le voir plus haut, les frottements fluides induits par la trainée font intervenir ce coefficient de trainée Cx et la surface alaire ainsi que d'autres facteurs comme la vitesse et l'environnement. Nous pouvons voir que le Cx et la surface alaire sont tous deux beaucoup plus grands chez le Playmobil ayant les bras levés. Ceci explique le fait que le Playmobil aux bras levés a une force de trainée plus elevée (« Force (Y) » dans le tableau ci-dessus).

Expériences dans notre soufflerie :

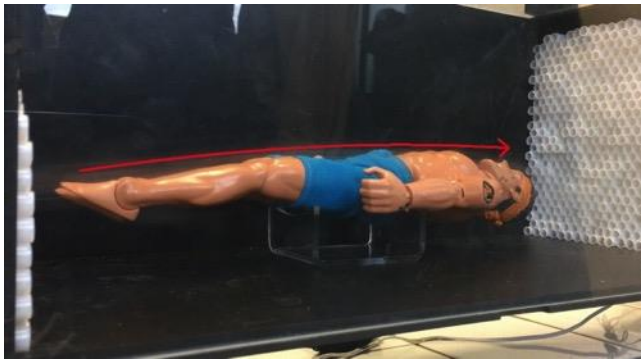
La première position : Avec les bras levés

On voit bien les turbulences liées à la position de l'action man dans le cercle rouge.



La deuxième position : Avec les bras le long du corps

On voit bien que cette position a pour but de limiter les frottements : il y a beaucoup moins de turbulences qu'avec la première position.



Vidéo de comparaison entre les deux positions

3. Influence des frottements solides

Dans le but d'évaluer l'influence des frottements solides, nous avons effectué des mesures de vitesse instantanée en huilant le dos du Playmobil. Nous avons mesuré un temps moyen de 28.4 ms sur la section de 5.8 cm tout au bout du tube. Ainsi la vitesse instantanée, en bas du tube, du Playmobil lubrifié est de 2.04 m/s.
U(t) = 2.2 ms
U(d)= 0.82 mm
U(v)=0.17 m/s
Le Playmobil a une masse de 18.6659g car nous considérons la masse de l'huile négligeable.

Ec_{bfs}= ½ *(18.6659*10^{-3})*2.04^2= 0.0388 J
Nous avons déjà calculé l'énergie cinétique sans frottements pour ce Playmobil, elle était de 0.115 J.
$\sum W_{AB}\overrightarrow{f''}$ = 0.0388 – 0.115 = - 0.0762 J

$\Delta W_{AB}\overrightarrow{fs}$ = $\sum W_{AB}\overrightarrow{f''}$ - $\sum W_{AB}\overrightarrow{f}$ = - 0.0762 + 0.0802 = 0.0040 J

On voit que $\sum W_{AB}\vec{f}$ avec huile < $\sum W_{AB}\vec{f}$ sans huile. Or la position du Playmobil n'a pas changé (position bras baissés), nous en concluons donc que les frottements fluides n'ont pas changé, la différence de frottements est due à la lubrification de la cire réduisant ainsi les frottements solides. Cela prouve l'existence des frottements solides dans le toboggan malgré la présence de l'eau. Nous noterons que la différence est de l'ordre de 5% ce qui est bien inférieur à la différence engendrée par la position des bras.

4. Une courbe optimale

Durant les épreuves interacadémiques, une remarque pertinente nous a été faite par un professeur du public, il nous a signalé l'existence de travaux sur la « courbe parfaite » par Jean Bernoulli. Une fois rentré au lycée cette « courbe » nous a intrigués. Nous nous sommes donc renseignés sur celle-ci, avons lu sa démonstration qui était très algébrique mais accessible. Nous savions pertinemment que cette courbe sortait un petit peu de notre sujet puisque le but n'est pas de modifier le toboggan pour battre le record mais cela nous a tellement intéressé que nous n'avons pas pu passer à côté. Nous avons donc décidé de modéliser cette courbe sur le logiciel Inventor afin de la comparer à celle de notre modèle réduit. On peut voir sur les images en annexe que la différence n'était pas énorme mais notable. Par manque de temps et de pertinence par rapport au sujet nous n'avons pas imprimé le modèle pour comparer les temps de chutes.
Cependant, nous avons étudié ce problème avec l'aide de nos camarades américains.

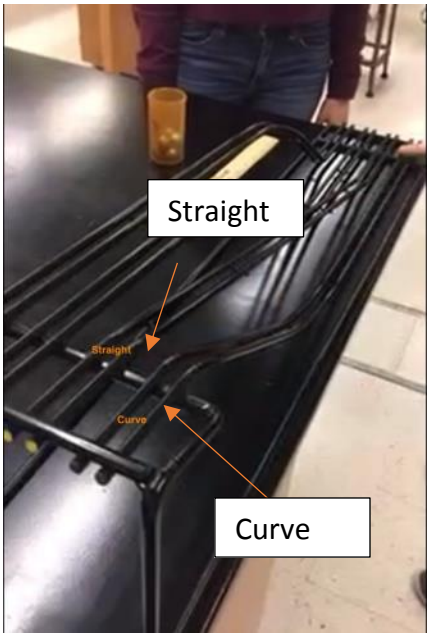
Précisions sur cette courbe

Notre projet et nos collaborateurs :

Nous avons d'or et déjà pris contact avec le Calypso afin d'obtenir des informations supplémentaires et d'entreprendre un partenariat. Ces informations nous permettrons d'effectuer nos expérimentations avec encore plus de précision et de certitudes. Actuellement, les personnes avec lesquelles nous sommes en contact ne nous on pas encore envoyé les éléments nécessaires mais cela ne saurait tarder.

De plus, notre lycée est en partenariat avec un établissement américain du nom de Campbell Highschool qui se situe à Smyrna en Georgie (USA). Les membres de notre groupe ont eu l'opportunité d'y passer une semaine et donc de créer des liens avec les étudiants américains. Nous continuons de garder contact et avons décidé de les intégrer à notre projet.

Accéder à notre vidéo



Nos correspondants américains possèdent un support composé de plusieurs rampes et pouvaient donc comparer la chute de différentes billes sur différentes rampes, une rampe courbée se rapprochant de la courbe brachistochrone et une rampe droite. En haut de la rampe, les deux billes ont la même énergie potentielle de pesanteur. A la fin de la rampe toute l'énergie potentielle de pesanteur s'est transformée en énergie cinétique. Les billes ont commencé à la même hauteur (20,5 cm) et elles ont la même vitesse :
si on néglige les frottements car $\Delta Epp = \Delta Ec$ donc $mgh = ½ mv^2$.
La durée prise par la bille sur la rampe droite est beaucoup plus importante que sur la rampe courbée, une moyenne sur 5 essais de 0.902 s avec une incertitude de 0.087s contre 1.072 s avec une incertitude de 0.120s. La bille sur la rampe courbée accélère plus vite et arrive à la fin de la rampe plus rapidement. Les billes, à la fin de la rampe, ont la même vitesse mais arrivent à des moments différents.

V. Conclusion

Rappelons que notre but était de voir comment améliorer notre vitesse à l'intérieur du tube. Etant arrivé à la fin de nos investigations, et ayant étudié tous les facteurs externes devant être pris en compte, nous avons pu determiner comment optimiser notre chute pour battre le record de 8.29 secondes.
En effet, nous nous sommes rendu compte que la position était un facteur important afin de limiter les frottements fluides. Nous avons également compris que les frottements solides, bien que présents, étaient négligeables par rapport aux frottements fluides. A travers l'étude des chutes dans la maquette nous avons confirmer ce que nous avions trouvé par la théorie. De plus la conception de notre propre maquette nous a permis de modifier certains paramètres impossible à changer au Calypso.

De plus, nous avons rencontré quelques difficultés au fur et à mesure de l'élaboration de notre projet. Nous avions eu des difficultés pour avoir l'autorisation de filmer sur le terrain (au Calypso), c'est pour cela que nos mesures ne sont pas parfaites, nous ne pouvions pas filmer avec le portable parallèle au toboggan. De plus, nous avions aussi eu quelques problèmes en relation avec la réalisation des supports de notre modèle réduit du toboggan car l'impression était très longue et certaines pièces trop grandes. Enfin, la réalisation de l'expérience de Reynolds étant impossible à réaliser au lycée Charles Jully, nous nous sommes déplacés au lycée Louis Vincent de Metz. Nous avons donc résolu tous ces problèmes ensemble et nous sommes parvenus à la fin de ce projet.

Ensuite, le concours Cgénial nous a permis d'étendre nos connaissances dans le domaine des mathématiques et des sciences physiques, ainsi que découvrir de nouveaux domaines tel que les sciences de l'ingénieur. Nous avons tous contribué à la réalisation de ce projet grâce à la bonne ambiance qui fut omniprésente, l'entraide ainsi que l'ouverture d'esprit de chacun d'entre nous. Nous avons su resté soudés lorsque les problèmes ont fait surface et nous les avons surpassés en confrontant nos opinions et en trouvant des solutions. Cgénial est plus qu'un simple concours pour nous, il représente un challenge pour chacun d'entre nous, une occasion de nous surpasser et de nous épanouir dans le domaine des sciences.

Il ne nous reste plus qu'à retourner au Calypso et battre ce fameux record !

REMERCIEMENTS

Nous remercions :

- Le jury pour l'attention portée à notre dossier.
- Nos professeurs référents pour nous avoir soutenus et guidés tout au long du projet.
- Baptiste Faivre pour sa précieuse aide dans nos expérimentations.
- Lucas Stallknecht, un de nos camarades en section SI, pour avoir créé les plans de la maquette sur Inventor.
- Louis Brunod notre cadreur attitré.
- M. Geisen et M. Fovet pour nous avoir aidés à imprimer les pièces de la maquette au lycée.
- Nos professeurs pour avoir été compréhensifs tout au long de notre projet en nous accordant quelques heures pour travailler sur le projet.
- Le lycée Louis Vincent de Metz qui nous a permis de réaliser l'expérience de Reynolds en nous prêtant le matériel adéquat.
- Campbell High School pour nous avoir aidé tout au long du projet.