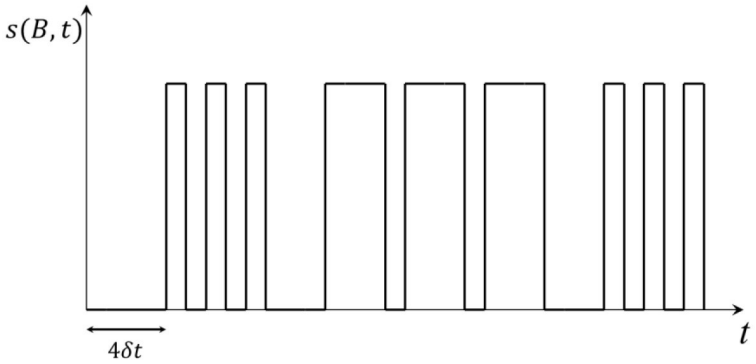
CORRIGE PROBLÈME 1 TS IPhO 2019

I. Télégraphe électrique

1) $\boxed{\tau = \frac{L}{c} = 4\delta t}$.

2)

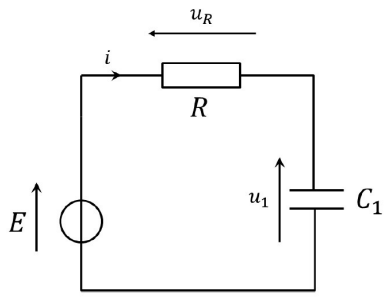


II. Télégraphe sans fil

3) Par continuité de la tension aux bornes d'un condensateur : $\boxed{u_1(t=0^+) = u_2(t=0^+) = 0}$.

4) Par la loi des mailles, $u_1 = u_2 + u_e$ donc $\boxed{u_e(t=0^+) = 0}$.
L'éclateur se comporte comme un interrupteur ouvert pour toute tension inférieure à U_E.
Or $u_e(t = 0^+) < U_E$. <u>Donc l'éclateur se comporte au départ comme un interrupteur ouvert</u>.

5) L'éclateur étant assimilé à un interrupteur ouvert, le circuit se réduit à une seule maille.

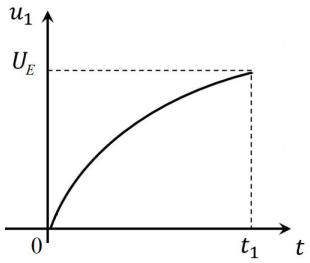


La loi des mailles s'écrit $E = u_R + u_1 = Ri + C_1 \frac{du_1}{dt}$.

D'où l'équation différentielle : $\boxed{\frac{du_1}{dt} + \frac{u_1}{\tau} = \frac{E}{\tau}}$ avec $\boxed{\tau = RC_1}$.

6) L'éclateur se comporte comme un fil lorsque $u_e = U_E$. Par la loi des mailles, $u_1(t_1) = u_e + u_2(t_1)$.
Or $u_2(t_1) = 0$. Le temps t_1 est donc défini par $u_1(t_1) = U_E$.
On obtient donc : $\boxed{t_1 = -\tau \ln\left(1 - \frac{U_E}{E}\right)}$ ($1 - \frac{U_E}{E} > 0$ car $E > U_E$).

7)



8) $\boxed{R = \dfrac{-t_1}{C_1 \ln\left(1-\dfrac{U_E}{E}\right)} = 1{,}0\ \text{k}\Omega}$.

9) Juste avant l'étincelle :

– le condensateur de capacité C_2 est déchargé, donc $\boxed{Q_2(t_1^-) = 0}$;

– la tension u_1 aux bornes du condensateur de capacité C_1 est égale à U_E donc $\boxed{Q_1(t_1^-) = C_1 U_E}$.

Juste après l'étincelle, l'éclateur se comporte comme un fil, donc $u_e = 0$ et $u_1 = u_2 = U_0$. Donc juste après l'étincelle : $\boxed{Q_1(t_1^+) = C_1 U_0}$ et $\boxed{Q_1(t_1^+) = C_2 U_0}$.

Par conservation de la charge avant et après le transfert, on a : $Q_1(t_1^-) + Q_2(t_1^-) = Q_1(t_1^+) + Q_2(t_1^+)$

donc $C_1 U_E = (C_1+C_2)U_0$. D'où $\boxed{U_0 = \dfrac{C_1}{(C_1+C_2)} U_E}$.

10) Puisque $C_2 \gg C_1$, $\dfrac{C_1}{(C_1+C_2)} \ll 1$ et $U_0 \ll U_E$.

Ainsi $Q_{1f} = C_1 U_0 \ll C_1 U_E = Q_{1i}$.

La charge Q_{1f} accumulée sur l'armature positive du condensateur de capacité C_1 après le transfert est très inférieure à la charge Q_{1i} qu'il possédait avant le transfert. <u>Le condensateur de capacité C_1 s'est donc quasi-intégralement déchargé à l'issue de ce transfert.</u>

11) Cette équation différentielle est une équation différentielle du second ordre. C'est plus précisément l'équation d'un oscillateur harmonique : $\dfrac{d^2 u_2}{d t^2} + \omega_0^2 u_2 = 0$.

12) On a $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC_2}}$.

La période des oscillations électriques est donc : $\boxed{T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC_2}}$.

Et la fréquence des oscillations électriques : $\boxed{f_0 = \dfrac{1}{T_0} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}}}$

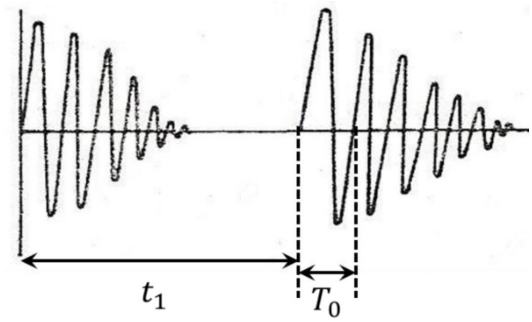
13) Le transfert de charges entre les deux condensateurs est quasi-instantané. Juste après ce transfert :

– l'éclateur se comporte comme un interrupteur ouvert, si bien que le condensateur de capacité C_1 se charge à nouveau ;

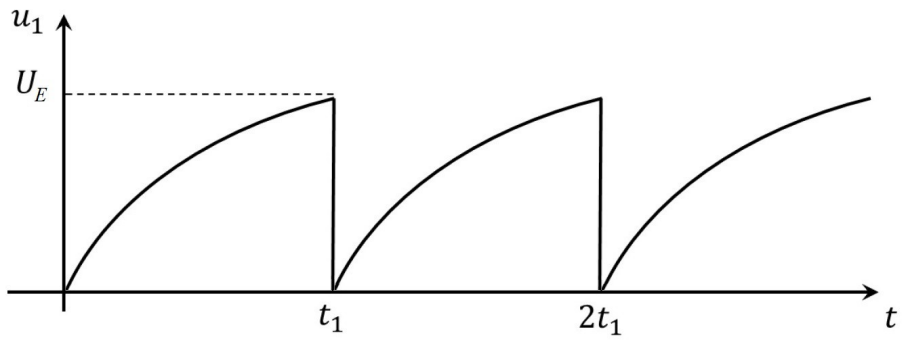
– les oscillations amorties du circuit LC_2 associé à l'antenne démarrent.

L'amortissement des oscillations se fait sur une durée inférieure à t_1, qui est la durée séparant deux transferts de charges. La durée entre deux départs d'oscillations amorties est donc de t_1.

T_0 est la pseudo-période de ces oscillations.



14)



15) <u>Pour émettre à la fréquence allouée, vu l'expression de T_0, on peut régler la valeur C_2 de la capacité du condensateur, ou la valeur de l'inductance propre L de la bobine.</u>

16) Les fréquences audibles par l'oreille humaine sont comprises entre <u>20 Hz et 20 kHz</u>.

17) Le signal reçu (figure 3) est un signal périodique non sinusoïdal de période t_1. Il peut être décomposé en série de Fourier, le fondamental ayant la fréquence $\boxed{f_1 = \frac{1}{t_1} = 400 \text{ Hz}}$, les harmoniques de rang n ayant des fréquences $f_n = n\,f_1$.
Le télégraphiste entend donc un son complexe de fréquence 400 Hz (fondamental + harmoniques de fréquences inférieures à 20 kHz).