



Exercice n°1 CPGE Révolution astrométrique

Total
sur 10 points

Question

1. Lunette de Galilée

1.a. Placer F_2 et F_2' .

Justifier la position attribuée à F_2 .

/ 0,75 pts

1.b.

- Positionner B_1
- Repérer l'angle α'
- Tracer la suite du rayon lumineux $B_\infty O_1$
- Calculer numériquement le grossissement α'/α .

/ 2 pts

Corrigé

La lunette est afocale : elle donne une image à l'infini d'un objet situé à l'infini.
L'image A_1 de A_∞ par L_1 est confondue avec le point focal image F_1' de L_1 .
Afin que l'image de A_1 par L_2 soit située à l'infini, il faut que A_1 soit confondue avec le point focal objet F_2 de L_2 .

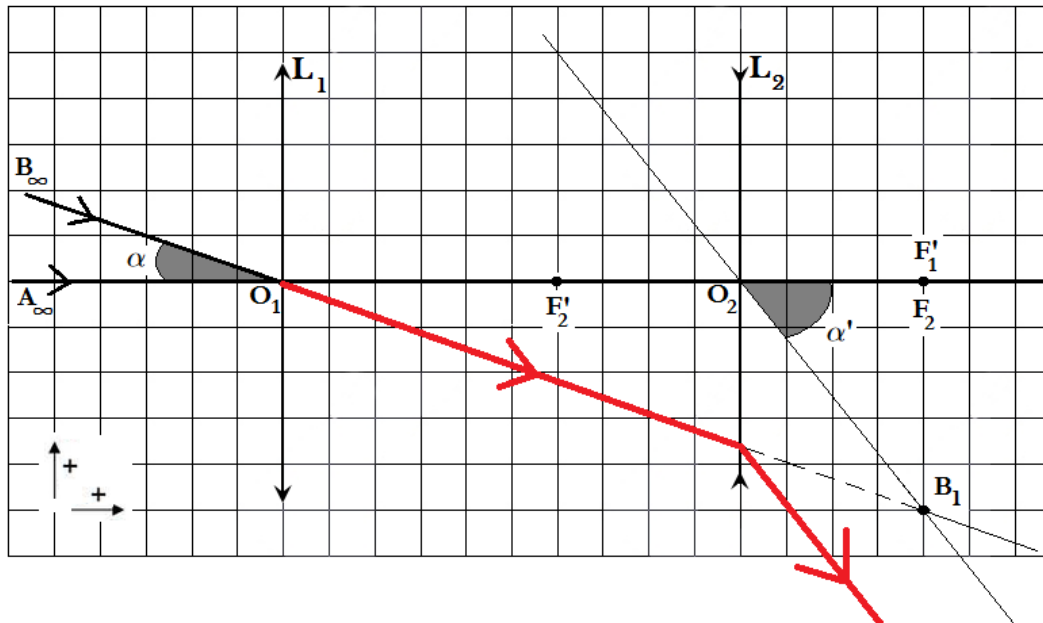
On a alors $F_1' \equiv F_2$

Calcul du grossissement en utilisant le quadrillage de la figure 1 :

$$\tan \alpha = \frac{F_1' B_1}{O_1 F_1'} \quad (\text{angles alternes internes}) \quad \text{et} \quad \tan \alpha' = \frac{F_1' B_1}{O_2 F_1'}$$

Avec $\tan \alpha \approx \alpha$ et $\tan \alpha' \approx \alpha'$ (approximation des petits angles)

$$\text{On a : } \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{O_1 F_1'}{O_2 F_1'} = \frac{14}{4} = 3,5$$



Barème

0,75 points

0,5 pts pour position de F_2 et sa justification.
Aucun point si absence d'explications.

0,25 pts pour position de F_2'

2 points

0,25 pts pour position de B_1

Tolérance si position légèrement écartée par rapport à celle du corrigée tant que la méthode suivie avec les traits de construction est correcte.

0,5 pts pour angle α'

Traits de construction autres que ceux du corrigé évidemment acceptés.

0,5 pts pour suite du rayon lumineux $B_\infty O_1$
(rayon en rouge)

0,75 pts pour calcul du grossissement

Question

2. Phénomène de diffraction

Exprimer le rayon R_{Airy} du disque d'Airy en fonction des paramètres du dispositif expérimental.

/ 1,25 pt

Corrigé

Pour la tache d'Airy, on a : $\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$

Par construction (cf fig. 2), on a : $\tan \theta = \frac{R_{\text{Airy}}}{l}$

qui devient avec l'hypothèse des petits angles pour θ : $\theta = \frac{R_{\text{Airy}}}{l}$

On a alors $1,22 \frac{\lambda}{D} = \frac{R_{\text{Airy}}}{l}$ soit $R_{\text{Airy}} = 1,22 \cdot \lambda \cdot \frac{l}{D}$

Barème

1,25 point

0,5 pts pour $\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$

0,25 pts pour $\tan \theta = \frac{R_{\text{Airy}}}{l}$

0,25 pts pour l'approx. des petits angles

0,25 pts pour expression finale de R_{Airy}

3. Pouvoir de résolution

• Traduire le critère de Rayleigh en une inégalité portant sur A_1B_1 et R_{Airy}

• En déduire une inégalité fonction de λ , α , et D .

• Expression de l'angle α_{lim} en dessous duquel la lunette ne permet pas de séparer A et B.

/ 1 pts

• D'après le critère de Rayleigh, il faut $A_1B_1 < R_{\text{Airy}}$ pour imager distinctement A et B.

• Par construction (cf fig.1) $\tan \alpha = \frac{A_1B_1}{f_1} \Rightarrow A_1B_1 = \tan \alpha \cdot f_1$

L'expression de R_{Airy} obtenue à la question 1 s'écrit ici $R_{\text{Airy}} = 1,22 \cdot \lambda \cdot \frac{f_1}{D}$

On peut alors réécrire le critère de Rayleigh comme :

$$\tan \alpha \cdot f_1 < 1,22 \cdot \lambda \cdot \frac{f_1}{D} \Rightarrow \tan \alpha < 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

En se plaçant dans l'approximation des petits angles pour α : $\alpha < 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$

• $\alpha_{\text{lim}} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$ **Pouvoir de résolution**

1 point

0,25 pts pour traduction correcte du critère de Rayleigh

0,5 pts pour inégalité

0,25 pts pour approximation des petits angles permettant l'obtention de l'expression de α_{lim}

4. Application : Télescope Hooker

Calculer le facteur existant entre le pouvoir de résolution du télescope Hooker et celui de son prédécesseur

/ 0,25 pts

Comparer les pouvoirs de résolution revient à comparer les diamètres des miroirs primaires.

$$\frac{\text{Diamètre Hooker}}{\text{Diamètre prédécesseur}} = \frac{2,54}{1,52} = 1,67$$

Le télescope Hooker possède un pouvoir de résolution 1,67 fois plus petit que celui de son prédécesseur (sa résolution est donc 1,67 fois plus importante).

0,25 points

<p><u>Question</u></p> <p>5. Loi de Stefan-Boltzmann Écrire la loi de Stefan-Boltzmann. Préciser les unités S.I. des grandeurs physiques utilisées</p> <p>/ 1 pt</p>	<p><u>Corrigé</u></p> <p>Loi de Stefan-Boltzmann : $P = \sigma . S . T^4$</p> <p>avec</p> <ul style="list-style-type: none"> • P en $\text{kg.m}^2.\text{s}^{-3}$ • σ la constante de Stefan-Boltzmann en $\text{kg.s}^{-2}.\text{K}^{-4}$ • S la surface du corps noir considéré en m^2 • T en K 	<p><u>Barème</u></p> <p>1 point</p> <p>0,5 pts pour la loi de Stefan-Boltzmann -0,25 si S et/ou σ ne sont pas définis</p> <p>0,25 pts pour l'unité de P 0,25 pour l'unité de σ -0,25 si unité incorrecte pour S -0,25 si unité incorrecte pour T</p>
<p>6. Luminosité L Expression de la luminosité L en fonction de R, T et de σ.</p> <p>/ 0,25 pts</p>	<p>Pour l'étoile considérée, $S = 4\pi R^2$ On a alors :</p> $L = \sigma 4\pi R^2 T^4$	<p>0,25 points</p>
<p>7. Eclat E Expression de l'éclat E de l'étoile étudiée en fonction de T, σ, R et d.</p> <p>/ 0,25 pts</p>	$E = \frac{L}{4\pi d^2}$ $E = \sigma \frac{R^2}{d^2} T^4$	<p>0,25 points</p> <p>0 si formule incorrecte</p>
<p>8. Magnitude apparente m Valeur de la constante k de la loi de Pogson.</p> <p>/ 1 pt</p>	<p>En nommant E_1 et E_2 les éclats correspondant aux magnitudes apparentes m de valeur respectives 1 et 6, on a :</p> $1 = k \log E_1 + C \quad \text{et} \quad 6 = k \log E_2 + C$ <p>On soustrait l'une à l'autre ces deux égalités :</p> $1 - 6 = k \log \frac{E_1}{E_2} \quad \text{soit} \quad k = -5 / \log \frac{E_1}{E_2}$ <p>avec $\frac{E_1}{E_2} = 100$ on a alors $k = -2,5$</p>	<p>1 point</p> <p>-0,5 pts si erreur de signe</p>

Question

9. Magnitude absolue M

Montrer que
 $m - M = 5 \log d - 5$
(Module de distance)

/ 1 pt

Corrigé

Loi de Pogson avec l'expression de l'éclat E obtenue à la question 4 :

$$m = k \log \frac{L}{4\pi d^2} + C$$

Par définition de la magnitude absolue M : $M = k \log \frac{L}{4\pi 10^2} + C$

Calcul du module de distance : $m - M = k \log \left(\frac{10}{d}\right)^2$

avec $k = -2,5$ on a

$$m - M = -5 \log 10 + 5 \log d$$

soit

$$m - M = 5 \log d - 5$$

Barème

1 point

Si la valeur de k n'a pas été obtenue de manière correcte à la question précédente, l'expression attendue ne peut pas être obtenue. Valoriser tout de même les étapes de calcul correctes.

10. Relation Période-Luminosité

valeur de b proposée par Harlow Shapley.

/ 0,25 pts

Pour le Petit Nuage de Magellan, $m - M = 17,55$

$$\text{Or } m - M = -1,74 \log P + 16,94 + 1,74 \log P - b$$

$$\Rightarrow b = -0,61$$

0,25 points

11. Hubble et la galaxie d'Andromède

Reproduire le calcul de la distance séparant la Terre de la nébuleuse d'Andromède par Hubble. Donner le résultat en années-lumière.

/ 1 pt

Pour la céphéide V1 située dans la nébuleuse d'Andromède, $P = 31,415$ jours

Calcul de la valeur moyenne de la magnitude absolue M de la céphéide V1 :

$$\langle M \rangle = -1,74 \log(31,415) - 0,61$$

$$\langle M \rangle = -3,22$$

dans le système de magnitude d'Harvard

D'après la formule du module de distance, on a :

$$d = 10^{\frac{m - M + 5}{5}}$$

A.N.

$$d = 10^{\frac{18,6 + 3,22 + 5}{5}}$$

$$d = 2,31 \cdot 10^5 \text{ pc} = 7,54 \cdot 10^5 \text{ a.l.}$$

1 point

0,25 pt pour le calcul de $\langle M \rangle$

0,5 pts pour le calcul de d

- 0,25 pts pour mauvais nombre de chiffres significatifs de d

0,25 pts pour la conversion en a.l.

Si le calcul est fait avec une valeur de b n'étant pas égale à -0,61 (en cas d'erreur à la question précédente), ne pas pénaliser.