



Exercice n°1 TS Révolution astrométrique

**Total
sur 10 points**

Question

1. Phénomène de diffraction

Exprimer le rayon R_{Airy} du disque d'Airy en fonction de λ , D et l .

/ 2 pts

Corrigé

Pour la tache d'Airy, on a : $\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$

Par construction (cf fig. 2), on a : $\tan \theta = \frac{R_{\text{Airy}}}{l}$

Qui devient avec l'hypothèse des petits angles pour θ : $\theta = \frac{R_{\text{Airy}}}{l}$

On a alors $1,22 \frac{\lambda}{D} = \frac{R_{\text{Airy}}}{l}$ soit $R_{\text{Airy}} = 1,22 \cdot \lambda \cdot \frac{l}{D}$

Barème

2 points

0,5 pts pour $\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$

0,5 pts pour $\tan \theta = \frac{R_{\text{Airy}}}{l}$

0,5 pts pour l'approx. des petits angles

0,5 pts pour expression finale de R_{Airy}

2. Pouvoir de résolution d'un télescope

• Traduire le critère de Rayleigh en une inégalité portant sur A_1B_1 et R_{Airy}

• En déduire une inégalité fonction de λ , α , et D .

• Avec $\tan \alpha \approx \alpha$, expression de l'angle α_{lim} en dessous duquel le télescope ne permet pas de séparer A et B.

/ 1,5 pts

• D'après le critère de Rayleigh, il faut $A_1B_1 < R_{\text{Airy}}$ pour imager distinctement A et B.

• Par construction (cf fig.3) $\tan \alpha = \frac{A_1B_1}{f_1} \Rightarrow A_1B_1 = \tan \alpha \cdot f_1$

L'expression de R_{Airy} obtenue à la question 1 s'écrit ici $R_{\text{Airy}} = 1,22 \cdot \lambda \cdot \frac{f_1}{D}$

On peut alors réécrire le critère de Rayleigh comme :

$$\tan \alpha \cdot f_1 < 1,22 \cdot \lambda \cdot \frac{f_1}{D} \Rightarrow \tan \alpha < 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

• $\alpha_{\text{lim}} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$ **Pouvoir de résolution du télescope**

1,5 points

0,5 pts pour traduction correcte du critère de Rayleigh

0,25 pts pour expression de $\tan \alpha$

0,25 pts pour adaptation correcte de l'expression de R_{Airy} de la question 1

0,25 pts pour inégalité $\tan \alpha < 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$

0,25 pts pour expression de α_{lim}

<u>Question</u>	<u>Corrigé</u>	<u>Barème</u>
3. Application : Télescope Hooker Calculer le facteur existant entre le pouvoir de résolution du télescope Hooker et celui de son prédécesseur / 0,5 pts	Comparer les pouvoirs de résolution revient à comparer les diamètres des miroirs primaires. $\frac{\text{Diamètre Hooker}}{\text{Diamètre prédécesseur}} = \frac{2,54}{1,52} = 1,67$ Le télescope Hooker possède un pouvoir de résolution 1,67 fois plus petit que celui de son prédécesseur (sa résolution est donc 1,67 fois plus importante).	0,5 points 0,25 pts pour le calcul 0,25 pts pour le bon nombre de chiffres significatifs
4. Eclat E Expression de l'éclat E de l'étoile étudiée en fonction de L et de d. / 0,5 pts	$E = \frac{L}{4\pi d^2}$	0,5 points
5. Magnitude apparente m Valeur de la constante k de la loi de Pogson. / 1,5 pts	En nommant E_1 et E_2 les éclats correspondant aux magnitudes apparentes m de valeur respectives 1 et 6, on a : $1 = k \log E_1 + C \quad \text{et} \quad 6 = k \log E_2 + C$ On soustrait l'une à l'autre ces deux égalités : $1 - 6 = k \log \frac{E_1}{E_2} \quad \text{soit} \quad k = -5 / \log \frac{E_1}{E_2}$ avec $\frac{E_1}{E_2} = 100$ on a alors $k = -2,5$	1,5 points - 0,75 pts si erreur de signe
6. Magnitude absolue M Montrer que $m - M = 5 \log d - 5$ (Module de distance) / 1,5 pts	Loi de Pogson avec l'expression de l'éclat E obtenue à la question 4 : $m = k \log \frac{L}{4\pi d^2} + C$ Par définition de la magnitude absolue M : $M = k \log \frac{L}{4\pi 10^2} + C$ Calcul du module de distance : $m - M = k \log \left(\frac{10}{d}\right)^2$ avec $k = -2,5$ on a $m - M = -5 \log 10 + 5 \log d$ soit $m - M = 5 \log d - 5$	1,5 points Si la valeur de k n'a pas été obtenue de manière correcte à la question précédente, l'expression attendue ne peut pas être obtenue. Valoriser tout de même les étapes de calcul correctes.

Question

7. Relation Période-Luminosité
valeur de b proposée par Harlow Shapley.

/ 0,5 pts

Corrigé

Pour le Petit Nuage de Magellan, $m - M = 17,55$

Or $m - M = -1,74 \log P + 16,94 + 1,74 \log P - b$

$$\Rightarrow b = -0,61$$

Barème

0,5 points

8. Hubble et la galaxie d'Andromède

Reproduire le calcul de la distance séparant la Terre de la nébuleuse d'Andromède par Hubble. Donner le résultat en années-lumière.

/ 2 pts

Pour la céphéide V1 située dans la nébuleuse d'Andromède, $P = 31,415$ jours

Calcul de la valeur moyenne de la magnitude absolue M de la céphéide V1 :

$$\langle M \rangle = -1,74 \log(31,415) - 0,61$$

$$\langle M \rangle = -3,22$$

dans le système de magnitude d'Harvard

D'après la formule du module de distance, on a :

$$d = 10^{\frac{m-M+5}{5}}$$

A.N.

$$d = 10^{\frac{18,6+3,22+5}{5}}$$

$$d = 2,31 \cdot 10^5 \text{ pc} = 7,54 \cdot 10^5 \text{ a.l.}$$

2 points

0,5 pt pour le calcul de $\langle M \rangle$

0,75 pts pour le calcul de d

0,25 pts pour le bon nombre de chiffres significatifs de d

0,5 pts pour la conversion en a.l.

Si le calcul est fait avec une valeur de b n'étant pas égale à -0,61 (en cas d'erreur à la question précédente), ne pas pénaliser.