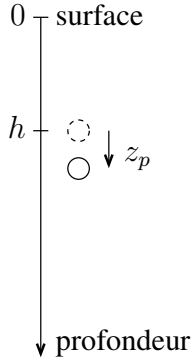
– Problème n°2 –

Oscillations verticales de fluides

1 La verticale Oz est orientée dans le sens descendant, la coordonnée z_p représente la position de la particule par rapport à sa position d'équilibre à la profondeur h. Le volume de la particule est noté V.



En première approximation, le liquide est supposé incompressible si bien que V = cte au cours du mouvement. Le masse volumique de l'eau salée au repos à l'altitude z_p est notée $\rho(z_p)$ (elle dépend de z_p en raison de la variation de salinité). On applique le TRD à une particule de fluide de masse m, située au repos à la profondeur h, qui est écartée de z_p de cette position.

$$m\,\ddot{z_p} = mg - \rho(h + z_p)\mathrm{V}g$$

avec g l'intensité de la pesanteur terrestre supposée localement uniforme. En supposant $|z_p| \ll h$ et en remarquant que $\rho(h)\mathrm{V} = m$, il vient, après linéarisation : $\boxed{\ddot{z_p} = -\dfrac{g}{\rho}\dfrac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}z}\,z_p}$.

2 On constate que la salinité augmente avec la profondeur. En conservant l'hypothèse que le volume massique est indépendant de la profondeur, on en déduit qu'autour de -150 m, ρ est une fonction croissante de la profondeur z. Ainsi, $\dfrac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}z} > 0$ donc l'équation du mouvement est celle d'un oscillateur harmonique de pulsation $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{\rho}\dfrac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}z}}$. **Les particules d'eau oscillent verticalement**.

Sur le graphe de gauche, on peut estimer que $\left.\dfrac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}z}\right|_{z=-150\ m} \simeq 3.10^{-3}$ kg/m^4. Il s'ensuit que la période T des oscillations est $\mathrm{T} = \dfrac{2\pi}{\omega} = 1.10^3$ s (en prenant $g = 10$ m/s^2 et $\rho = 1.10^3$ kg/m^3) soit **une période d'oscillations d'environ 15 à 20 min**. **Accord avec le document 1**, puisque la pulsation correspondante est de l'ordre de 1 mHz.

3 On utilise l'expression de la pulsation obtenue à la question 1. D'après le document 3, $\rho =$ 1,15 kg/m^3 à 1 km d'altitude) $\dfrac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}z} = 1{,}3.10^{-4}$ kg/m^4 à 1 km). La période des oscillations est (en $z = 1$ km) T = 3 à 4 min (accord avec le document 1). *Remarque : la pulsation a la même valeur à toute altitude (propriété de la loi exponentielle).* Sur la photographie, une oscillation représente

10 km, on peut estimer la vitesse des vents à l'altitude de formation des nuages soit **150 km/h à 200 km/h**. Cette valeur est bien de l'ordre de la vitesse du jet-stream.

Critique : on a utilisé l'expression de la pulsation établie pour un fluide incompressible (validité a priori douteuse pour un gaz).