Epreuve écrite de sélection
IPHO 2014

Durée de l'épreuve : 4 heures

Les calculatrices sont autorisées.

L'épreuve comporte un QCM, deux exercices et deux problèmes. Il est conseillé aux candidats d'accorder à chacune de ces parties un temps équivalent : une heure pour le QCM, une heure pour les exercices et une heure pour chacun des problèmes.
La présence de schémas est encouragée.

IMPORTANT : Chaque feuille devra comporter le nom, le prénom et le lycée du candidat. Tout oubli pourra entraîner l'absence de correction de la feuille concernée.

Données générales à l'ensemble de l'épreuve

Nom	Symbole	Valeur
Célérité de la lumière dans le vide	c (ou c_0)	299 792 458 $m \cdot s^{-1}$
Constante de Planck	h	$6{,}626 \times 10^{-34}$ J.s
Charge élémentaire	e	$1{,}602 \times 10^{-19}$ A·s
Perméabilité magnétique du vide	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ $H \cdot m^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	ε_0	$8{,}854 \times 10^{-12}$ $F.m^{-1}$
Constante gravitationnelle	G	$6{,}675 \times 10^{-11}$ $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$
Accélération normale de la pesanteur à la surface de la Terre	g_0	9,81 $m \cdot s^{-2}$
Température du point triple de l'eau	T_0	273,16 K
Pression standard de l'atmosphère	*1 atm*	101 325 Pa
Nombre d'Avogadro	N_A	$6{,}022 \times 10^{23}$ mol^{-1}
Masse du proton	m_p	$1{,}673 \times 10^{-27}$ kg
Masse de l'électron	m_e	$9{,}109 \times 10^{-31}$ kg
Constante de Boltzmann	k *ou* k_B	$1{,}381 \times 10^{-23}$ $J \cdot K^{-1}$
Constante des gaz parfaits	R *ou* R_0	8,314 $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
Distance Terre-Soleil	d_{TS}	$1{,}499 \times 10^{8}$ km
Masse du Soleil	M_S	$1{,}989 \times 10^{30}$ kg
Rayon de la Terre	R_T	6 400 km
Masse de la Terre	M_T	$5{,}974 \times 10^{24}$ kg
Masse volumique de l'air	ρ_a	1,225 kg m^{-3} aux conditions usuelles de température et de pression
Masse molaire de l'air	M	28,96 g mol^{-1}

NOM : PRENOM : LYCEE :

NUMERO DE TELEPHONE :

QCM IPhO 2014

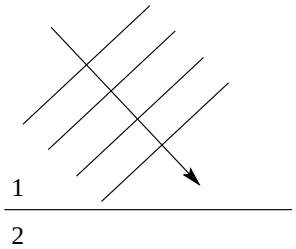
1. Un enfant pose un ballon sur la plage arrière de la voiture. Pour rentrer de la plage, la voiture roule à une vitesse constante sur une route droite. Soudain, le conducteur prend un virage, toujours à vitesse constante. Que peut-on dire du mouvement du ballon ?
   (a) Il est rectiligne et uniforme par rapport à la plage arrière.
   (b) Le ballon reste immobile par rapport à la plage arrière.
   (c) Il est rectiligne et uniforme par rapport au sol.
   (d) Le ballon reste immobile par rapport au sol.

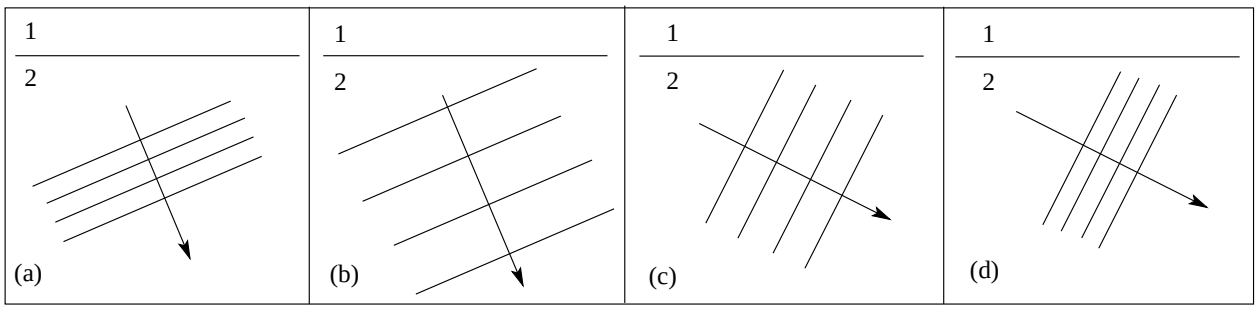
2. On accroche au bout d'un ressort de raideur $k = 5N.m^{-1}$ un objet de masse m = 5 g. La fréquence propre de cet oscillateur vaut :
   (a) 5 Hz (b) 32 Hz (c) 0,16 Hz (d) 50 Hz

3. On observe une figure de diffraction sur un écran placé à une distance d_1 loin derrière une fente rectangulaire très fine de largeur a_1 éclairée par un laser rouge de longueur d'onde λ_1. La tâche centrale de la figure de diffraction a une largeur b_1.
   Si on avait utilisé un laser bleu de longueur d'onde $\lambda_2 \simeq 2\lambda_1/3$, une fente de largeur $a_2 = 2a_1$ et si on avait éloigné l'écran à la distance $d_2 = 2d_1$ de la fente, on aurait observé une tâche centrale de largeur b_2 telle que :
   (a) $b_2/b_1 = 2/3$ (b) $b_2/b_1 = 3/4$ (c) $b_2/b_1 = 3/2$ (d) $b_2/b_1 = 4/3$

4. Deux planètes de masse m_1 et m_2 séparées par une distance d sont en interaction gravitationnelle. Si on divise par deux la masse de la planète 2, quelle distance d' devra séparer les planètes pour que la force qu'elle exercent l'une sur l'autre ne soit pas modifiée ?
   (a) $d' = \frac{d}{2}$ (b) $d' = \frac{d}{\sqrt{2}}$ (c) $d' = 2d$ (d) $d' = \sqrt{2}d$

5. Une onde plane progressive sinusoïdale est réfractée lors d'un changement de milieu de propagation. On représente ci-contre des plans d'ondes (plan dans lesquels tous les points ont la même phase), séparés d'une longueur d'onde dans le milieu 1.
   Parmi les dessins ci-dessous représentant les plans d'onde dans le milieu 2, lequel est compatible avec la réfraction de l'onde ?





6. On considère deux circuits LC série dont les caractéristiques sont données ci-dessous. Que peut-on dire sur leurs fréquences propres ?

Circuit	Inductance	Capacité
1	L_1	C_1
2	$2\ L_1$	$2\ C_1$

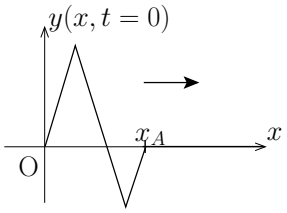
(a) $f_2 = 2\ f_1$ (b) $f_1 = f_2$ (c) $f_2 = \frac{f_1}{\sqrt{2}}$ (d) $f_2 = \frac{f_1}{2}$

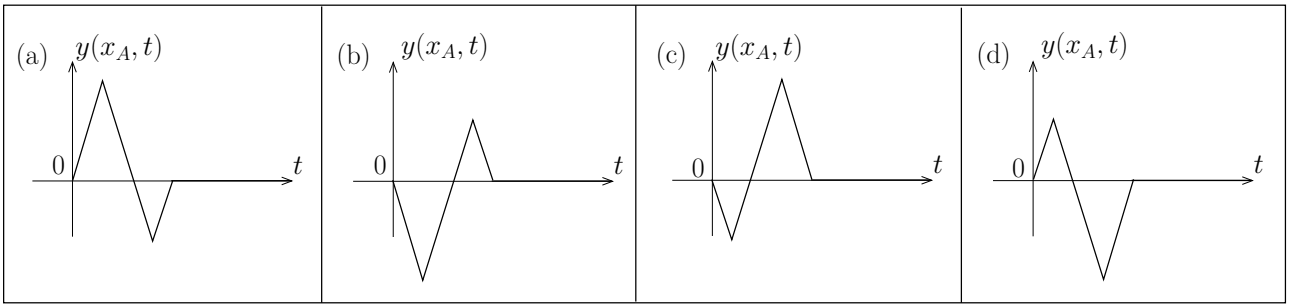
7. Sur Terre, on fait le vide dans un tube en plexiglas. On fait tomber dans ce tube une plume et une bille et on note la durée de la chute de chaque objet ($t_{plume,T}$ et $t_{bille,T}$). Si on reproduit cette expérience sur la Lune en notant les durée des chutes $t_{plume,L}$ et $t_{bille,L}$, que peut-on dire ?

(a) $t_{plume,T} = t_{plume,L}$ et $t_{bille,T} = t_{bille,L}$
(b) $t_{plume,T} = t_{bille,T}$ et $t_{plume,L} = t_{bille,L}$
(c) Sur la Lune, ni la bille ni la plume ne tombent.
(d) Aucune des réponses précédentes

8. On crée sur une corde horizontale (Ox) une onde progressive associée à une perturbation $y(x,t)$, en déplaçant l'extrémité O avant la date $t = 0$. On représente ci-contre l'image de la corde à $t = 0$.

Parmi les graphes ci-dessous, quel est celui qui représente l'évolution temporelle de la perturbation que subit le point A, d'abscisse x_A ?



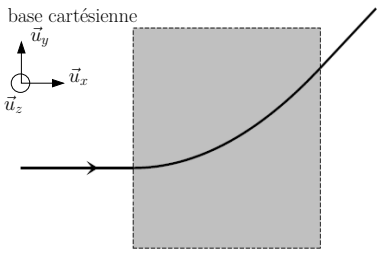


9. Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène peuvent se calculer de la façon suivante $E_n = \frac{-13{,}6eV}{n^2}$. On peut dire que lorsqu'on augmente la valeur de n :

(a) les niveaux sont de plus en plus éloignés les uns des autres
(b) la fréquence des radiations émises pour passer du niveau n au fondamental augmente
(c) la longueur d'onde des radiations émises pour passer du niveau n au fondamental augmente
(d) aucune des réponses précédentes

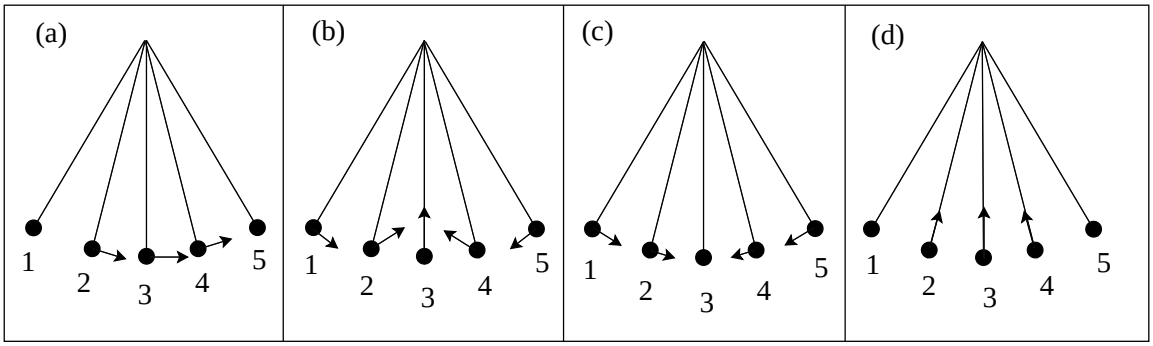
10. Un électron initialement en mouvement et pouvant être considéré comme isolé pénètre dans une zone (grisée sur la figure) où existe un champ électrique $\overrightarrow{E}$ stationnaire et uniforme, de norme E_0. Sa vitesse augmente et il subit une déflexion schématisée sur la figure.

Parmi les propositions suivantes, laquelle est possible ?



(a) $\vec{E} = E_0\vec{u}_x$
(b) $\vec{E} = E_0\vec{u}_y$
(c) $\vec{E} = -E_0\vec{u}_y$
(d) $\vec{E} = E_0\vec{u}_z$

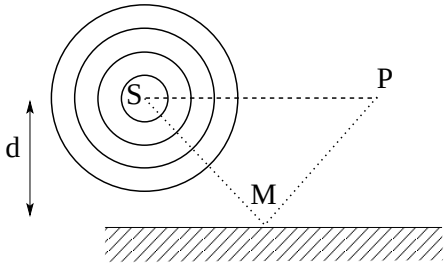
11. Parmi les dessins suivants, lequel rend compte du vecteur accélération $\vec{a}$ d'un pendule simple au cours d'une demi-oscillation de 1 vers 5 ?



12. Pour faire du pop corn dans un four à micro onde (220 V, 750 W), il faut faire chauffer le maïs 6 minutes. Si on pose un sachet de mais sur une résistance de 33 $k\Omega$ alimentée sous une tension de 12 V, combien de temps faudra-t-il attendre avant d'obtenir du pop corn ?

(a) environ 42 h
(b) environ 3 semaines
(c) environ 4 mois
(d) environ 2 ans

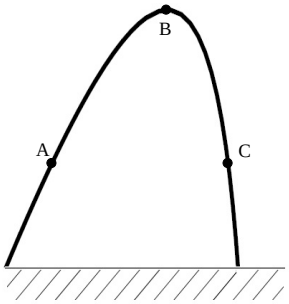
13. Une pointe vibrante crée des ondes circulaires à la surface d'une cuve à onde, de longueur d'onde $\lambda = 1{,}2$ cm. Ces ondes se réfléchissent sur un obstacle plan supposé très long. Le point S et le point P sont à la même distance $d = 8{,}7$ cm de l'obstacle et séparés d'une distance $SP = 2d$.



Qu'observe-t-on en P ?

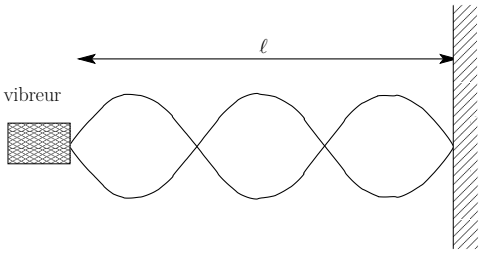
(a) des interférences constructives.
(b) des interférences destructives.
(c) des battements.
(d) un clapotis incohérent.

14. On représente la trajectoire d'un objet jeté en l'air. On note v la norme de son vecteur vitesse et on compare v aux points A, B et C (A et C étant situés sur une horizontale). Quelle est la bonne proposition ?



(a) $v_A > v_B > v_C$
(b) $v_A > v_C > v_B$
(c) $v_A = v_C > v_B$
(d) $v_C > v_A > v_B$

15. On réalise l'expérience de Melde avec une corde de longueur $\ell = 1{,}0$ m, de masse $m = 5{,}0$ g et un vibreur de fréquence f.



Si on observe un phénomène de résonance avec 3 fuseaux pour la fréquence $f = 30$ Hz, quelle est la tension de la corde ?

(a) 0,50 N (b) 1,0 N (c) 2,0 N (d) 4,0 N

16. Un bouchon de champagne de masse m = 8,0 g a un diamètre d'environ d = 30 mm. Il est enfoncé dans le goulot d'une bouteille. Dans la bouteille, la pression vaut $p = 6,0.10^5$ Pa. La longueur du goulot est d'environ 2,0 cm. Si on néglige tous les frottements, à quelle hauteur ce bouchon saute-t-il lorsqu'on ouvre la bouteille ?

(a) 90 cm (b) 9 m (c) 90 m (d) 9 km

17. On considère une particule quantique libre, confinée sur une certaine longueur d'un axe (Ox). Son énergie est quantifiée, on numérote les niveaux d'énergie en partant du niveau le plus bas, noté E_1. Comment s'exprime l'énergie du n^{e} niveau ?

(a) $E_n = \frac{E_1}{n^2}$ (b) $E_n = \frac{E_1}{n}$ (c) $E_n = nE_1$ (d) $E_n = n^2E_1$

18. En 1773, Benjamin Franklin fit l'expérience suivante : il versa une cuillère à café d'huile à la surface d'un étang de superficie $S = 2000$ m^2 et observa que le quart de l'étang était recouvert par la tache d'huile formée. En supposant que le film d'huile était monomoléculaire, quelle est la longueur d'une molécule d'huile ?

(a) 0,1 nm (b) 10 nm (c) 1 μm (d) 1 cm

19. La grandeur $\sqrt{\frac{\hbar\mathcal{G}}{c^5}}$ avec $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ la constante de Planck réduite, c la vitesse de la lumière et $\mathcal{G}$ la constante de gravitation universelle est

(a) un temps
(b) une masse
(c) une énergie
(d) une longueur

20. Quel volume approximatif représente l'ensemble des océans sur la Terre ?

(a) 10^5 km^3 (b) 10^7 km^3 (c) 10^9 km^3 (d) 10^{11} km^3

NOM Prénom Lycée

<u>Exercice 1</u> : Mesurer l'action de la gravité sur de l'antimatière

Plusieurs projets d'expériences cherchent actuellement à mesurer l'effet d'un champ de gravitation sur l'antimatière. On sait actuellement fabriquer des antiprotons et les recombiner avec un positron (ou antiélectron) pour fournir quelques atomes d'antihydrogène $\overline{H}$. Le projet GBAR envisage de mesurer l'effet de la gravité sur ces antiatomes. Pour cela, ce projet propose de faire capturer un autre positron à ces antiatomes, de façon à produire des $\overline{H}^+$, ions antihydrogènes symétriques de l'ion H^- par la transformation matière – antimatière, puis de refroidir ces quelques ions $\overline{H}^+$ de façon à obtenir un gaz ionique ultrafroid dans un piège, pour les laisser tomber (en arrêtant brutalement de les piéger) sous l'effet de la gravité terrestre, et de mesurer leur temps de chute T entre l'instant où le piège à ions est arrêté et celui où les anti-ions s'annihilent sur un détecteur situé à une distance L. On se propose ici de déterminer les performances ultimes de cette méthode.
Remarque : Une antiparticule possède la même masse que la particule de matière à laquelle elle est associée.

1 – Justifier que l'ion antihydrogène porte une charge +e.

2 – Considérons un ion placé au centre du piège, soit à la distance L du détecteur, sans vitesse initiale verticale (v = 0). Calculer le temps de chute T de l'ion et montrer que sa mesure permet de déterminer le champ de pesanteur terrestre pour l'antimatière, appelé $\overline{g}$, si on connait la distance L. En déduire l'expression de $\overline{g}$, en fonction de L et T.

3 - Malheureusement on ne peut pas expérimentalement préparer le gaz d'anti-ions $\overline{H}^+$ avec des incertitudes Δz_0 sur la position des ions (et donc sur leur hauteur de chute) et Δv sur leur vitesse verticale aussi faibles qu'on le souhaite. Ainsi la position initiale z_0 d'un ion par rapport au centre du piège peut prendre différentes valeurs, caractérisées par une certaine dispersion de z autour de 0 : la valeur moyenne de z_0 (moyennée sur tous les ions) est nulle, mais la valeur de z_0 fluctue d'un ion à un autre sur une certaine plage caractérisée par l'incertitude Δz_0. De même la composante verticale v de la vitesse des ions fluctue d'un ion à l'autre autour de la valeur moyenne 0, sur une certaine plage caractérisée par son incertitude Δv. Il est résulte que la mesure du temps de chute, et donc la valeur de $\overline{g}$ qui en est tirée par la relation obtenue à la question 2, fluctuent sur des plages de valeurs caractérisées par les incertitudes associées ΔT et $\Delta\overline{g}$.
3 –a – On considère maintenant un ion qui, à l'instant où le piège est arrêté, est situé à la cote z_0 (donc à la distance L + z_0 du détecteur) et est animé d'une vitesse verticale v. Déterminer son temps de chute T en fonction de z_0, v, L et $\overline{g}$. On pourra simplifier cette expression en remarquant que z_0 et v sont petits respectivement par rapport à L et $\sqrt{2L\overline{g}}$ vitesse caractéristique du problème et en utilisant $(1+\varepsilon)^\alpha \approx 1+\alpha\varepsilon$ pour $\varepsilon << 1$ (on prendra garde à ne garder que les termes d'ordre le plus bas en v et z_0.

NOM Prénom Lycée

3 - b – Montrer que l'incertitude relative sur T est reliée aux incertitudes Δz et Δv par la relation :

$$\frac{\Delta T}{T} = \sqrt{\left(\frac{\Delta z_0}{2L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{\sqrt{2\overline{g}L}}\right)^2}$$

Remarque : On rappelle que l'incertitude ΔX d'une grandeur $X(x_1, x_2)$ dépendant de deux grandeurs x_1 et x_2 d'incertitudes Δx_1 et Δx_1 s'écrit :

$$\Delta X = \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial x_1}\Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial x_2}\Delta x_2\right)^2}$$

où $\frac{\partial X}{\partial x_1}$ est la dérivée partielle de X par rapport à x_1, c'est-à-dire la dérivée de X par rapport à x_1, la variable x_2 étant fixée.

3 – c – En déduire l'incertitude relative $\frac{\Delta \overline{g}}{\overline{g}}$ sur la valeur de $\overline{g}$ déduite de la mesure de T.

4 – En supposant que les ions $\overline{H}^+$ aient été préparés dans l'état quantique qui permet de définir le plus précisément leur position et leur vitesse verticale, quelle est la relation vérifiée par Δz et Δv ?

NOM Prénom Lycée

5 – Quelle est alors la précision relative sur $\overline{g}$ la meilleure qu'on puisse atteindre par la méthode de mesure envisagée dans le projet GBAR ? On prendra L = 1 m et $\overline{g} = g$.

Cette précision ultime ne peut être atteinte dans les conditions expérimentales actuellement retenues. Néanmoins il est possible d'atteindre une précision relative de l'ordre du % sur $\overline{g}$.

Epreuve écrite de sélection - IPHO 2014 - Exercice 2

Microscopie à effet tunnel

Le développement du microscope à effet tunnel (STM pour Scanning tunneling microscope) est considéré comme une révolution dans les domaines atomiques et moléculaires. La microscopie à effet tunnel est une technique expérimentale qui permet de sonder la matière à l'échelle atomique. Elle a été inventée dans les années 1980 par Heinrich Rohrer et Gerd Binnig au laboratoire de recherche d'IBM. Pour cette innovation révolutionnaire, ils ont reçu le Prix Nobel de Physique en 1986.

Le concept instrumental du STM est d'aller sonder le champ proche électronique, constitué par effet tunnel à la surface d'un matériau conducteur. L'effet tunnel est un effet quantique : des électrons ont une probabilité de présence non nulle dans une zone où l'énergie potentielle est supérieure à l'énergie totale. Ils peuvent ainsi franchir une barrière d'énergie potentielle.

Lorsque les électrons qui circulent dans un métal arrivent à sa surface, tout se passe comme s'ils avaient la possibilité de sortir du métal, pour y revenir ensuite. Le principe de fonctionnement du STM est le suivant : une pointe, terminée par un atome unique vient balayer la surface d'un échantillon conducteur. Une fois qu'elle en est suffisament proche, la pointe et le champ d'électrons « tunnel » de l'échantillon forment un circuit électrique porté à un très faible potentiel.

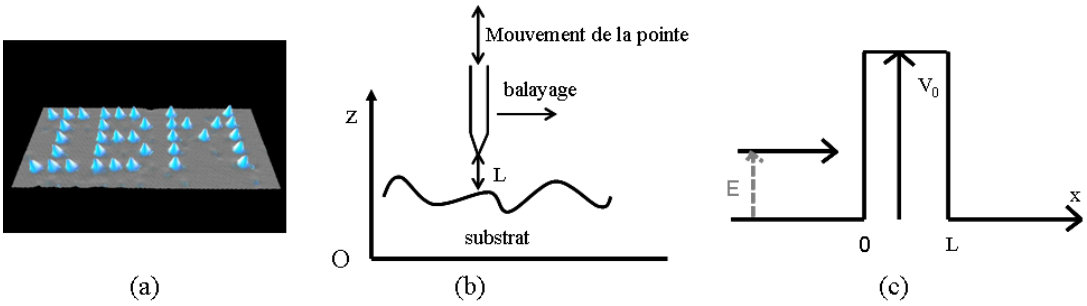


FIGURE 1: *(a) En Novembre 1989 des chercheurs d'IBM ont démontré que la technologie de microscopie par effet tunnel peut être utilisée pour manipuler la matière atome par atome. Comme exemple de cette technique, ils ont placé des atomes individuels sur un substrat en formant les trois lettres "IBM" (b) Déplacement de la pointe le long de la surface du substrat (c) Modélisation de la barrière de potentiel*

1 On considère le mouvement d'une particule dans la barrière de potentiel représentée sur la figure 1 (c) : $V = 0$ pour $x < 0$, $V = V_0$ pour $0 < x < L$ et $V = 0$ pour $x > L$. Une particule classique d'énergie totale $E < V_0$ arrive sur la barrière de potentiel. Que se passe t-il ?

2 Une particule quantique peut, en arrivant sur la barrière faire une transition virtuelle vers un état d'énergie $E' \neq E$. Si $E' > V_0$ la particule peut pénétrer dans la région $x > 0$. On admet qu'elle ne dispose pour cela que d'un temps au plus égal à $\tau = \frac{\hbar}{E'-E}$.

a Montrer que la distance maximale que peut parcourir la particule est $d_M = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m(V_0-E)}}$. Dans quel cas la particule peut-elle traverser la barrière de potentiel ?

b Donner la valeur de d_M dans le cas où $V_0 - E = 4eV$.

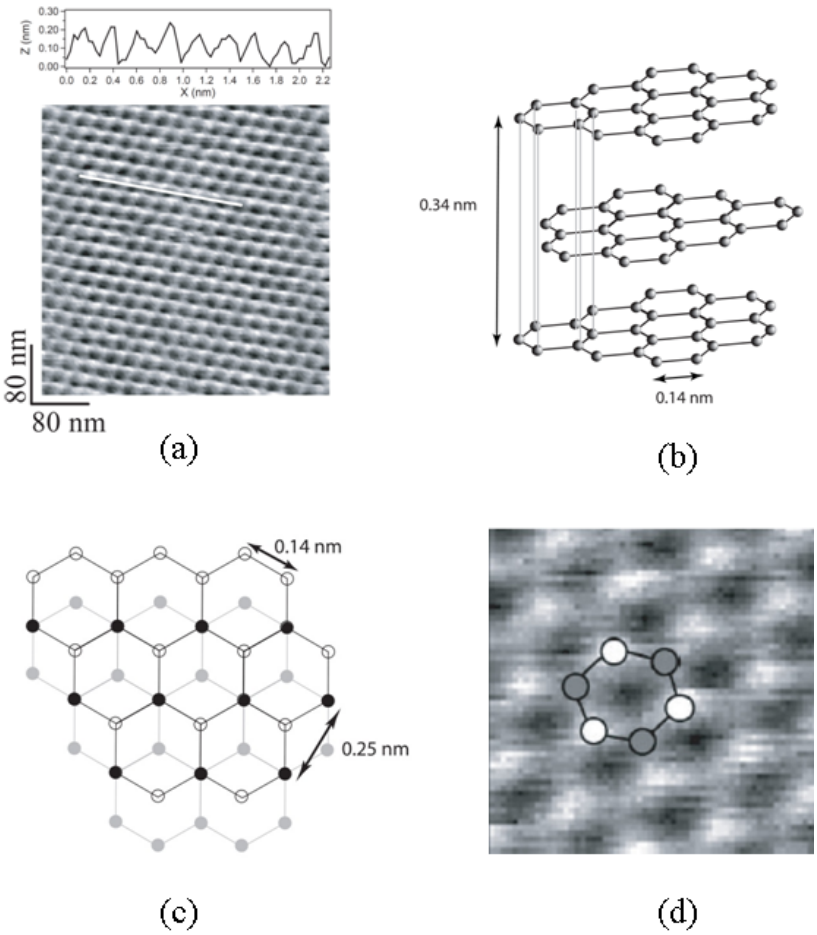


FIGURE 2: *(a) bas : image par STM de la surface du graphite, haut : profil le long de la ligne blanche tracée sur l'image en dessous (b) Structure en feuillets du graphite (c) vue du dessus de ce solide (d) image haute résolution du graphite.*

3 Dans le cas d'un microscope, on applique une tension entre la pointe et l'échantillon. On assimile le passage des électron de l'échantillon conducteur vers une fine pointe en métal au franchissement d'une barrière de potentiel. Il se produit alors un courant tunnel proportionnel à la tension appliquée et à e^{-2L/d_M}. Expliquer alors qualitativement le principe du microscope à effet tunnel. En particulier, décrire les deux modes de fonctionnement possibles : distance pointe/surface L constante ou pointe fixe par rapport à l'axe (Oz) (voir figure 1 (b)) ?

4 On étudie le graphite. Sa structure est constituée de feuillets hexagonaux non compacts, nommés graphènes (voir figure 2 (b)).

a On fait l'image sa surface à l'aide d'un microscope à effet tunnel. Les zones claires sont des bosses et les zones sombres sont des creux. (figure 2 (a)). A l'aide de l'analyse du profil le long du trait blanc (graphique en haut de la figure 2 (a)), on peut déterminer la distance d entre deux maxima. En donner une estimation.

b La distance entre deux atomes de carbone voisins vaut : $a = 0.14\,\text{nm}$ (voir figure 2 (c)). En s'aidant des figures 2 (c) et (d), expliquez pourquoi la distance d entre deux maxima est différente de la longueur a ? Proposez en particulier une explication à la différence d'intensité du signal pour les différents atomes de carbone imagés à la figure 2 (d).

NOM Prénom Lycée

Problème 1 : « Tomber plus vite que la chute libre »

Nous savons tous qu'en l'absence de tout frottement aérodynamique, deux objets de masses différentes soumis à la gravité possèdent la même accélération : ils tombent en chute libre à la même vitesse. C'est pourquoi il est assez surprenant de voir certaines situations où une partie d'un objet tombe plus lentement ou plus vite qu'en chute libre. Dans ce problème nous proposons d'étudier une de ces situations.

Dans la mesure où on va s'intéresser à un solide en rotation autour d'un axe, on rappelle ici quelques éléments de mécanique du solide :

Mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe :

Dans un référentiel galiléen, le mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe Δ (de vecteur unitaire $\vec{u}_\Delta$) est décrit par le théorème du moment cinétique :

$$\frac{d\,L_\Delta}{dt} = \sum M_\Delta(\vec{F}_{ext})$$

où

L_Δ est le moment cinétique du solide autour de l'axe Δ, qui s'exprime sous la forme : $L_\Delta = J_\Delta \omega$ (où J_Δ est le moment d'inertie du solide autour de l'axe Δ, et ω la vitesse angulaire de rotation du solide autour de Δ)

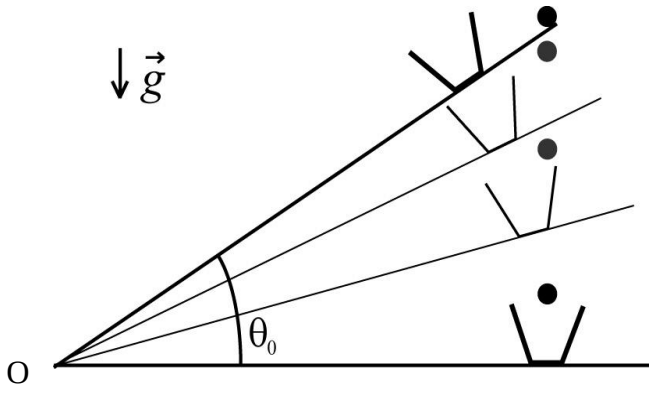
et

$\sum M_\Delta(\vec{F}_{ext})$ la somme des moments par rapport à l'axe Δ des forces appliquées au solide.

Présentation de l'expérience

On considère le dispositif ci-dessous. Une planche de bois, rigide et homogène, est fixée à l'une de ses extrémités à un support fixe par une liaison pivot sans frottement. Elle tourne donc autour de l'axe horizontal Oz. À l'autre extrémité, un gobelet, de masse négligeable, est solidaire de la planche. Enfin, une bille est posée à l'extrémité de la planche, à côté du gobelet.

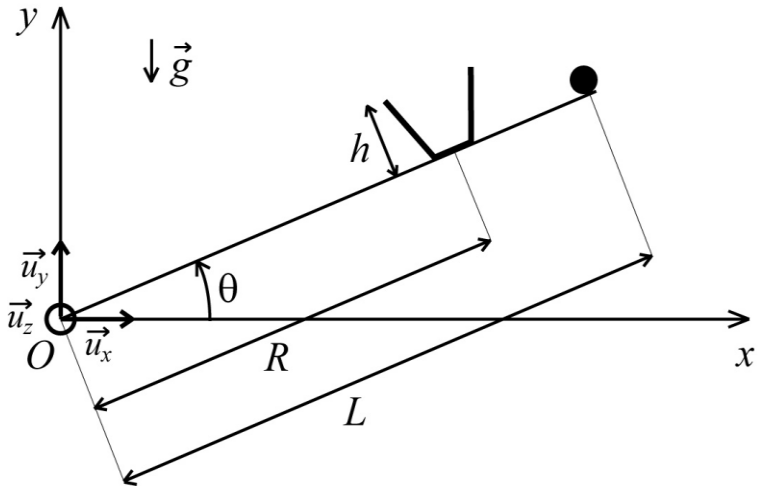
Initialement, la planche est immobile et inclinée par rapport au sol horizontal d'un angle θ_0. À l'instant $t = 0$, on lâche la planche sans lui communiquer de vitesse initiale. On observe alors que, sous certaines conditions expérimentales précisées dans ce problème, le gobelet tombe plus vite que la bille et vient se positionner sous cette dernière : la bille se retrouve alors à l'intérieur du gobelet lorsque la planche touche le sol !



Le but de ce problème est d'expliquer ce phénomène, puis de déterminer les paramètres géométriques pertinents pour pouvoir réaliser cette expérience.

NOM Prénom Lycée

Les notations utilisées sont définies sur le schéma suivant. On prendra L = 1,0 m et θ_0 = 30°.



On note également :

- M la masse de la planche
- m la masse de la bille
- R la distance entre O et le centre du gobelet
- h la hauteur du gobelet
- J_{Oz} le moment d'inertie de la planche par rapport à l'axe (Oz) : $J_{Oz} = \frac{1}{3}ML^2$
- $\vec{g} = -g\,\vec{u}_y$ le champ de pesanteur supposé uniforme. On prendra g = 9,8 m.s^{-2}.

Le référentiel d'étude (R) sera supposé galiléen et on néglige les frottements de l'air.

1.1 Étude du mouvement de la planche

L'angle $\theta(t)$ nous permet de repérer la position de la planche au cours du temps. Le but est de déterminer l'équation différentielle vérifiée par cet angle.

1) En appliquant le théorème du moment cinétique par rapport à un axe que l'on précisera, exprimer l'accélération angulaire $\ddot{\theta}(t) = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$ de la planche en fonction de g, L et θ.

NOM Prénom Lycée

2) Déterminer l'expression de l'accélération de l'extrémité droite de la planche dans le référentiel (R), notée $\vec{a}(L,t)$ dans la base ($\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$, $\vec{u}_z$), base que vous définirez sur un schéma, en fonction de g, L, L, $\dot{\theta}^2 = \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2$ et θ.

3) En déduire alors l'expression de son accélération verticale initiale, notée $a_y(L,t = 0)$, en fonction de g et θ_0.

4) Expliquer alors comment la bille peut tomber à l'intérieur du gobelet lorsque la planche touche le sol. On s'intéressera en particulier à la nature du mouvement de la bille.

NOM Prénom Lycée

1.2 Détermination des temps de chute de la bille et de la planche

5) L'altitude de départ de la bille est notée y_0.

5.1) Déterminer l'expression de y_0. Faire l'application numérique.

5.2) Déterminer l'expression du temps de chute T_{bille} de la bille en fonction de g et y_0. Faire l'application numérique.

6) On s'intéresse maintenant au temps de chute de la planche, noté $T_{planche}$.

6.1) À partir de l'équation obtenue à la question 1), montrer que la vitesse angulaire $\dot{\theta}(t) = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ s'écrit :

$\dot{\theta}(t) = -\sqrt{\frac{3g}{L}(\sin\theta_0 - \sin\theta(t))}$.

6.2) En déduire l'expression du temps de chute de la planche sous la forme d'une intégrale que l'on ne cherchera pas à calculer.

6.3) Pour θ_0 = 30° on donne $\int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{(\sin\theta_0 - \sin\theta)}} = 1{,}52$. Calculer la valeur numérique de $T_{planche}$.

7) Ces résultats sont-ils cohérents avec les observations ?

1.3 Détermination des paramètres permettant de « dimensionner » l'expérience

Plusieurs facteurs peuvent empêcher la bille de retomber à l'intérieur du gobelet. C'est en particulier le cas :

- si l'angle d'inclinaison initial de la planche devient « trop grand » *(condition 1)*
- si le gobelet est fixé sur la planche « trop loin » de la bille *(condition 2)*
- si la hauteur du gobelet est « trop importante » *(condition 3)*

Le but ici est d'essayer de quantifier ces paramètres.

Pour simplifier le problème, on considère que les dimensions caractéristiques du gobelet (sa largeur, ainsi que sa hauteur notée h) sont négligeables devant la longueur L de la planche, et on néglige la largeur du gobelet devant sa hauteur h.

8) *Condition 1 :* En vous aidant des résultats de la partie 1.1, déterminer la valeur de l'angle θ_0 maximale acceptable, notée θ_{0max}, pour que la bille retombe à l'intérieur du gobelet lorsque la planche touche le sol. Faire l'application numérique.

NOM Prénom Lycée

Par la suite, on suppose que l'angle θ_0 reste inférieur à θ_{0max}.

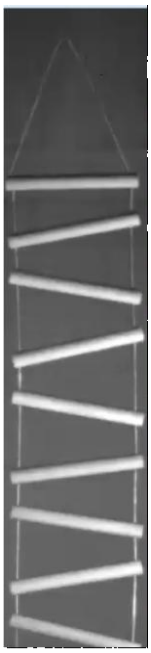
9) *Condition 2 :* Par un argument purement géométrique, déterminer la distance R à laquelle il faut fixer le centre du gobelet pour que la bille, qui se trouve initialement à l'extrémité droite de la planche, tombe à l'intérieur du gobelet en fonction de L et θ_0. Faire l'application numérique.

On suppose maintenant que les conditions 1 et 2 sont vérifiées.

10) *Condition 3 :* On note h = 4 cm la hauteur du gobelet. Que doit-on vérifier pour pouvoir dire que la bille retombe à l'intérieur du gobelet à coup sûr ? Est-ce le cas ?

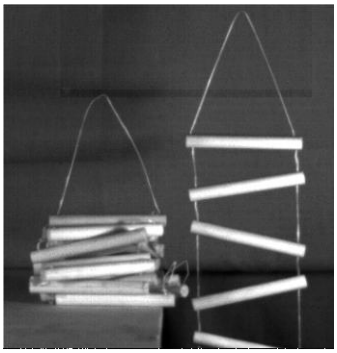
1.4 Chute d'une échelle à montant

On étudie maintenant la chute d'une échelle dont les montants sont constitués de cordes et les barreaux de planches inclinées successivement dans un sens et dans l'autre comme le montre la photographie ci-dessous.



NOM Prénom Lycée

On considère deux échelles identiques, situées initialement à la même altitude de départ et lâchées au même instant, sans vitesse initiale. L'échelle de gauche, contrairement à celle de droite, termine sa chute sur une table horizontale. La photographie ci-dessous montre les deux échelles vers la fin de la chute de l'échelle gauche.



En vous aidant des résultats établis dans la partie 1.1, expliquer qualitativement et de façon succincte les positions des deux échelles présentées sur cette photographie.

Problème n°2 : Décollage d'une montgolfière

Une montgolfière est un aérostat pouvant emporter des passagers dans une nacelle suspendue à une enveloppe qui est ouverte à son extrémité inférieure. L'aéronaute qui la pilote peut contrôler son altitude par chauffage de l'air contenu dans l'enveloppe, à l'aide d'un brûleur à gaz fixé à la nacelle.

La masse combinée m de la nacelle, de l'enveloppe et du brûleur est suffisamment faible pour que l'ensemble puisse être chargé sur une remorque tractée par un véhicule de tourisme.

Pour répondre aux questions qui suivent, il vous appartiendra de modéliser la situation physique et de la mettre en équations. Il est attendu que :

- *vous représentiez par un (ou plusieurs) schéma(s) la situation physique étudiée,*
- *vous choisissiez les notations que vous utilisez en attribuant un nom à chacune des grandeurs physiques que vous serez amené à introduire,*
- *vous précisiez les lois physiques que vous appliquez,*
- *vous précisiez, en les justifiant, les différentes hypothèses ou approximations que vous utilisez,*
- *vous proposiez des ordres de grandeur réalistes des données physiques manquantes,*
- *les éventuels calculs soient menés sous forme littérale, avec pour objectif final d'obtenir une valeur numérique.*

Question n°1 Quelle est la température de l'air dans l'enveloppe d'une montgolfière au décollage par une belle journée d'été ? On attend une valeur numérique réaliste et un raisonnement détaillé.

Question n°2 Est-il plus facile de faire décoller la montgolfière en été ou en hiver ?

Question n°3 De combien faut-il augmenter la température dans l'enveloppe de la montgolfière pour que celle-ci s'élève à 100 m d'altitude ?