Introduction à la physique quantique

Le développement de la physique quantique date du début du 20ème siècle faisant suite aux premiers développements de la physique statistique qui, à partir de modèles microscopiques, essaye de rendre compte de phénomènes macroscopiques et donc accessibles à l'expérimentateur. Comme toujours en physique, ce sont les incessants « aller-retour » entre théorie et expérience qui on fait évoluer les idées.
Ainsi, la part de l'expérience dans le développement de la physique quantique est primordiale. Comme on va le voir sur deux expériences « historiques », c'est pour interpréter des résultats expérimentaux qu'il a fallu faire appel à des concepts totalement nouveaux.

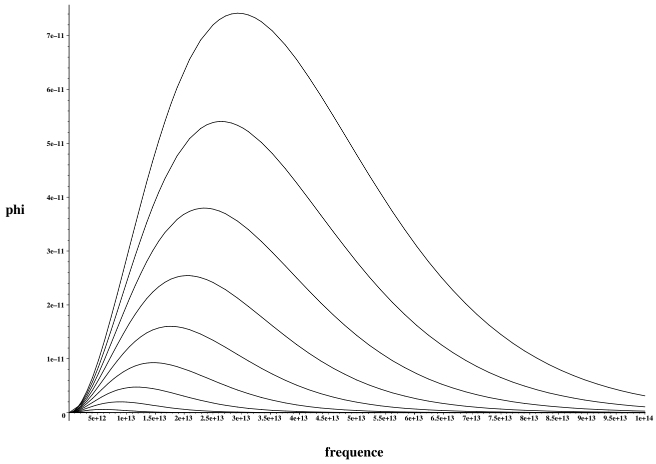
I – Le rayonnement du corps noir

A la fin du 19ème siècle et à la suite de l'étude des ondes électromagnétiques et des développements de la thermodynamique statistique, des expériences et travaux théoriques sur le rayonnement émis par des corps chauds sont effectuées. Les ondes électromagnétiques (dont la lumière est un exemple) transportent en effet de l'énergie qu'elles peuvent céder à la matière celle-ci pouvant alors à son tour émettre des ondes électromagnétiques. Il y a transmission de cette énergie même à travers le vide (ex : le soleil échauffe les objets terrestres à travers le vide spatial), on parle alors de rayonnement pour ce mode de transmission d'énergie.
Ainsi tous les corps rayonnent de l'énergie électromagnétique en fonction de leur température. C'est en particulier ce qui leur donne une couleur lorqu'ils rayonnent dans le spectre des longueurs d'onde visible. Ce type de rayonnement est relié à un rayonnement « modèle » appelé rayonnement du corps noir, le corps noir étant un corps idéal qui a la propriété d'absorber toutes les radiations (quelle que soit la fréquence). A l'équilibre thermique ce corps émet lui aussi un rayonnement mais, à température ambiante ($\simeq$ 300K), aucune radiation ne serait émise dans le visible ce qui lui donnerait cet aspect noir.

1/ Les faits expérimentaux

On peut réaliser un tel corps en perçant un petit trou dans une cavité dont les parois sont portées à une température T : toutes le vibrations qui pénètrent dans la cavité ne peuvent plus en sortir, le trou se comporte comme un corps noir. L'analyse physique de son rayonnement consiste alors principalement à déterminer l'énergie rayonnée par le corps noir.

Pour cela on peut étudier la puissance émise par unité de surface, on parle alors de flux surfacique Φ (ou d'exitance énergétique) exprimée en W.m^{-2}. On peut aussi étudier le flux surfacique dans la bande de fréquence compris entre ν et $\nu + d\nu$ à l'aide de l'exitance spectrale notée φ_ν tel que $d\Phi = \varphi_\nu d\nu$. Les courbes expérimentales représentant φ_ν en fonction de la fréquence ν, pour différentes valeurs de la température et pour un corps noir, possèdent les allures ci-contre.
C'est cette courbe expérimentale qui se trouve à l'origine des premières idées constitutives de la mécanique quantique, les approches classiques ne pouvant alors plus rendre totalement compte de la réalité expérimentale.



2/ La catastrophe ultraviolette

L'allure de la courbe expérimentale représentant φ_ν en fonction de la fréquence ν posa de sérieux problèmes aux physiciens de la fin du 19ème siècle jusqu'au début du 20ème siècle. En 1896 Wien proposa un modèle pour $\varphi_\nu(\nu,\mathrm{T})$ selon la loi

$$\varphi_\nu(\nu,\mathrm{T}) = \alpha\nu^3\exp(-\beta\nu/\mathrm{T})$$

Mais des mesures complémentaires réalisées en 1900 dans l'infrarouge lointain mettaient en défaut cette formule qui semblait cependant bien convenir dans l'ultraviolet (pour les fréquences plus élevées). Rayleigh (Prix Nobel de physique 1904) donna une interprétation thermodynamique de la dépendance de φ_ν avec la température T en utilisant les travaux de Boltzmann sur la thermodynamique statistique. Il montra alors, avec Jeans, que dans le domaine infra-rouge, on pouvait écrire

$$\varphi_\nu(\nu,\mathrm{T}) = \frac{2k_\mathrm{B}}{c^2}\nu^2\mathrm{T} \quad \text{où } k_\mathrm{B} \text{ est la constante de Boltzmann}$$

Cette loi s'accorde bien avec les expériences dans le domaine des plus faibles fréquences mais prévoit qu'en hautes fréquences $\varphi_\nu \to \infty$ quand $\nu \to \infty$, c'est ce qu'on appela la « catastrophe ultraviolette ».

3/ L'apport de Planck

Le travail de Planck a, dans un premier temps, consisté à « raccorder » les deux formules précédentes en une seule. Son modèle thermodynamique du corps noir considèrait que du fait des multiples réflexions du rayonnementsur les parois, des ondes stationnaires s'établissaient dans la cavité. En raison des conditions aux limites seules certaines ondes stationnaires peuvent exister dans la cavité. Planck assimila ce système à un ensemble d'oscillateurs harmoniques d'énergies quantifiées ($n\varepsilon$, avec n entier) et proportionnelles aux fréquences. Il obtint alors une formule satisfaisante en postulant une relation de proportionnalité entre ε et la fréquence émise ν du type

$$\varepsilon = h\nu$$

où h est depuis appelée constante de Planck ($h = 6,62.10^{-34}$ J.s). La formule obtenue par Planck qui correspondant aux courbes expérimentales est

$$\varphi_\nu(\nu,\mathrm{T}) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\frac{1}{exp\left(\frac{h\nu}{k_\mathrm{B}\mathrm{T}}\right)-1}$$

On peut noter que Planck lui-même, dans un premier temps au moins, ne croyait pas à son hypothèse du quantum d'énergie $\varepsilon = h\nu$ du rayonnement d'énergie électromagnétique du corps noir. Ce n'est qu'à la fin de sa vie qu'il admis la portée importante de cette hypothèse que d'autres études reprendront.

4/ Loi de déplacement de Wien

On a choisi ici de représenter la courbe donnant φ_ν en fonction de la fréquence ν. Dans la pratique on utilise plus souvent les longueurs d'onde pour sélectionner les rayonnements, on peut alors définir de même une fonction $\varphi_\lambda(\lambda,\mathrm{T})$. En remarquant que $\nu = c/\lambda$ et donc que $d\nu = -\frac{c}{\lambda^2}d\lambda = -\frac{\nu^2}{c}d\lambda$, on peut écrire le flux surfacique $d\Phi$ dans la bande de fréquence comprise entre ν et $\nu + d\nu$, donc dans la bande de longueur d'onde comprise entre $\lambda - |d\lambda|$ et λ (si ν augmente, λ diminue !) sous les formes

$$d\Phi = \varphi_\lambda|d\lambda| = \varphi_\nu d\nu$$

avec alors

$$\varphi_\lambda = \frac{\nu^2}{c}\varphi_\nu$$

d'où l'expression de $\varphi_{\lambda,\mathrm{T}}$

$$\varphi_{\lambda,\mathrm{T}} = \frac{2\pi h\nu^5}{c^3}\frac{1}{exp\left(\frac{h\nu}{k_\mathrm{B}\mathrm{T}}\right)-1} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{exp\left(\frac{hc}{k_\mathrm{B}\mathrm{T}\lambda}\right)-1}$$

Les courbes représentant φ_λ en fonction de λ pour différentes températures ont la même allure que celles présentées en page 1 pour φ_ν. Par une résolution numérique, on pourrait montrer qu'elles présentent toutes un maximum, à la température T, pour une longueur d'onde λ_m vérifiant

$$\lambda_m\mathrm{T} = 2898\,\mu\mathrm{m.K}$$

C'est cette loi appelée, loi du déplacement de Wien, qui explique par exemple qu'un corps noir n'émet, à la température ordinaire, que des radiations infrarouges. Quand on le chauffe, la couleur du rayonnement passe du rouge au jaune orangé puis au blanc (qui comporte plus de radiations bleues et violettes donc de longueurs d'onde plus petites).

5/ Loi de Stefan

On vient de voir sur l'exemple précédent du corps noir chauffé que son émission n'est pas monochromatique. Pour obtenir le flux surfacique Φ (ou émitance) émis par le corps, il faut sommer les termes $\varphi_\lambda d\lambda$ sur toutes les longueurs d'onde possibles. En effectuant ce calcul on trouve que

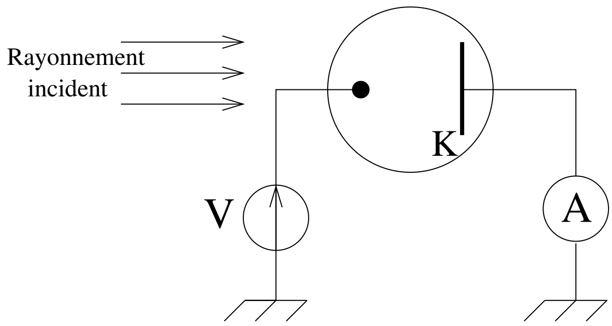
$$\Phi = \sigma\mathrm{T}^4 \quad \text{où } \sigma = \frac{2\pi^5 k_\mathrm{B}^4}{15c^2h^3} = 5,67.10^{-8}\,\mathrm{W.m^{-2}.K^{-4}}$$

C'est cette loi qu'on appelle Loi de Stefan.
On peut au passage remarquer qu'en fait 98% de la puissance est rayonnée dans la bande de longueur d'onde $[0,5\lambda_m;8\lambda_m]$.

II – L'effet photoélectrique

Une deuxième expérience historique a été fort utile pour valider l'hypothèse de Planck. Il s'agit de l'effet photoélectrique découvert par Hertz en 1896 mais interprété par Einstein en 1905 qui généralisa l'hypothèse de Planck.

1/ Les faits expérimentaux



Tout d'abord Hertz remarqua qu'un métal (en l'occurence du zinc) pouvait émettre des charges négatives (électrons) lorsqu'il était éclairé par des radiations ultraviolettes. Ceci ne se produisait pas pour des radiations infrarouge. Pour étudier quantitativement cet effet on peut utiliser le montage ci-contre. Sous l'action d'un rayonnement des électrons peuvent être arrachés de la cathode (K). Ceux-ci sont attirés par l'anode portée au potentiel variable V, cathode et anode étant placées dans une ampoule à vide. On peut alors mesurer l'intensité du courant *i* qui s'établit à l'aide de l'ampèremètre (A). On constate alors que :

① L'émission d'électrons ne se produit que si la fréquence ν du rayonnement est supérieure à une fréquence seuil ν_0 caractéristique du métal, elle est instantanée.

② L'énergie cinétique des électrons émis peut-être mesurée à l'aide de la valeur de $V_0 < 0$ de V qui annule le courant. On constate que cette énergie cinétique est indépendante du flux lumineux mais qu'elle augmente avec ν pour $\nu > \nu_0$.

Ces observations sont en contradiction avec la théorie classique de l'électromagnétisme pour laquelle l'énergie transportée par le rayonnement incident est proportionnelle au carré de son amplitude et indépendante de la fréquence.

2/ L'interprétation d'Einstein

C'est alors qu'Einstein utilisa l'idée émise par Planck en attribuant une réalité au quantum d'énergie $h\nu$. Pour expliquer les observations ci-dessus, il imagina que cette énergie élémentaire $h\nu$ est celle de grains de lumière qu'il appela photons, associés à l'onde électromagnétique de fréquence ν. Selon lui, ces photons en arrivant sur le métal y céderaient cette énergie $h\nu$ qui serait alors fournie à un électron. Si elle est suffisante cette énergie permet à l'électron de vaincre les forces qui le retiennent au métal (de sortir d'un puits de potentiel en fait) et d'acquérir alors une énergie cinétique E_c selon la formule d'Einstein :

$$h\nu = W_0 + E_c$$

où W_0 est le travail d'extraction et E_c l'énergie cinétique des électrons à la sortie du métal.

Avec ce modèle, Einstein expliquait la présence d'un seuil ν_0 tel que $W_0 = h\nu_0$, en deça de cette fréquence le photon n'a pas assez d'énergie pour extraire l'électron du métal par contre pour $\nu > \nu_0$, le surplus d'énergie $h(\nu - \nu_0)$ est converti en énergie cinétique ce qui explique bien que celle-ci augmente avec la fréquence de l'onde. L'idée était nouvelle car avec une théorie classique W_0 devrait dépendre des caractéristiques du métal, de l'électron et des constantes fondamentales de l'électromagnétisme classique pour qui, rappelons -le, l'énergie associée à une onde ne dépend pas de la fréquence.

Par sa théorie, Einstein renforça l'idée que Planck avait préssentie avec la discontinuité des échanges d'énergie au niveau du rayonnement électromagnétique, Einstein lui associa un support matériel : le photon dont l'énergie s'écrivait $h\nu$. La constante h apparut alors comme une nouvelle constante fondamentale de la physique qui reliait des concepts physiques jusqu'alors disconnectés : l'énergie et la fréquence. C'est la constante fondamentale qui caractérise la théorie quantique.

3/ Fréquence ou pulsation ? h ou $\hbar$?

En fait en physique quantique on préfère souvent utiliser $\hbar = h/2\pi = 1,05.10^{-34}$ J.s à la place de h. En fait on peut remarquer que l'hypothèse de Planck peut s'écrire

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega$$

avec ω la pulsation et $\nu = \omega/2\pi$. Cela est dû au fait que très souvent (et notamment en analyse dimensionnelle), l'utilisation de ω est préférée à celle de la fréquence ν. En effet ω est une mesure plus naturelle du taux d'évolution de la phase d'un phénomène périodique sinusoïdal.

A ce sujet, on peut remarquer que h et $\hbar$ ont pour dimension commune $M.L^2.T^{-1}$, c'est celle d'un moment cinétique ou moment angulaire. Plus généralement on dénomme par « action » toute grandeur dont la dimension est celle de $\hbar$.

III – La dualité onde-corpuscule

1/ la lumière : onde ou corpuscule ?

L'effet photoélectrique et son interprétation par Einstein apportait une vision nouvelle de la lumière. Jusqu'alors et à l'aide des expériences d'interférences et de diffraction, son aspect ondulatoire était admis. Ainsi on savait associer à une onde électromagnétique se propageant dans le vide, une pulsation ω et un vecteur d'onde $\overrightarrow{k}$ orienté selon la direction de propagation et tel que $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$ avec λ la longueur d'onde associée et c la vitesse de la lumière dans le vide.
L'introduction par Einstein de l'aspect corpusculaire de la lumière donnait une énergie $\mathrm{E} = h\nu = \hbar\omega$ à ces photons se déplaçant à la vitesse c (dans le vide). De plus, la relativité restreinte qui considérait des particules se déplaçant à des vitesses proches de la lumière avait déjà permis d'établir une loi entre l'énergie et la quantité de mouvement p d'une particule sans masse comme le photon : $\mathrm{E} = pc$. On pu donc définir aussi la quantité de mouvement du photon

$$p = \frac{\mathrm{E}}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \hbar k$$

soit vectoriellement $\overrightarrow{p} = \hbar\overrightarrow{k}$. Ainsi sur l'exemple du photon, il était possible de disposer de deux grandeurs corpusculaires, l'énergie et la quantité de mouvement, associées à l'onde lumineuse dans le vide.

2/ Généralisation par L. de Broglie

L'idée qu'eut Louis de Broglie en 1923 fut de généraliser ce double aspect corpusculaire et ondulatoire à toute particule. Ainsi à toute particule, de quantité de mouvement $\overrightarrow{p}$ et d'énergie E, on doit associer une onde monochromatique plane de vecteur d'onde $\overrightarrow{k}$ et pulsation ω tels que :

$$\overrightarrow{p} = \hbar\overrightarrow{k} \qquad \text{et} \qquad \mathrm{E} = \hbar\omega$$

On obtient alors la relation de de Broglie reliant la norme de la quantité de mouvement d'une particule et la longueur d'onde de l'onde associée :

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Cette idée originale fut suggérée à de Broglie par les réflexions d'Einstein sur le photon et par une analogie avec l'optique. En effet à cette époque la théorie des ondes électromagnétiques (issue des équations de Maxwell) expliquait tous les phénomènes optiques et avait englobé l'optique géométrique comme une approximation de cette théorie dans le cas où les dimensions caractéristiques des milieux traversés par la lumière étaient grandes devant la longueur d'onde (approximation fondamentale de l'optique géométrique, cf. cours de 1ère année). De Broglie eut alors l'idée de procéder de même avec la mécanique. Pour lui la mécanique classique (newtonienne) serait une approximation d'une théorie plus élaborée : la mécanique ondulatoire (ou mécanique quantique). Pour élaborer cette théorie, il fallait donc associer une onde à toute particule en mouvement, c'est ce que font les relations présentées dans ce paragraphe.

IV – Le critère quantique

Ainsi par analogie avec les théories d'optique ondulatoire et géométrique, on peut donc se satisfaire d'une approche de mécanique classique sans avoir recours à une théorie quantique si les dimensions caractéristiques du système étudié sont grandes devant la longueur associée par la relation de de Broglie. Ainsi pour une particule de masse m se déplaçant à la vitesse $\overrightarrow{v}$ dans un milieu de dimension caractéristique d, la mécanique classique suffit si $d \gg \lambda$, soit avec les relations de de Broglie :

$$d \gg \frac{h}{p} \quad \text{ou encore} \quad mvd \gg h$$

On peut alors remarquer que le produit mvd représente une grandeur du type action comme vu au II-3. On peut donc dire qu'un système peut être bien décrit par la physique classique si son action reste très supérieure à h (ou $\hbar$), dans le cas contraire il faudra prendre en compte les phénomènes quantiques dans une description utilisant la mécanique ondulatoire.
Pour savoir si la théorie quantique est nécessaire à l'étude d'une situation physique, il faut donc calculer les grandeurs physique du type « action » du phénomène étudié. Par exemple une montre mécanique classique possède une action caractéristique A qui peut être calculée selon une loi $\mathrm{A} = md^2\tau^{-1}$ avec $d = 1\,\mathrm{mm}$, taille caractéristique du mécanisme, $m = 1\,\mathrm{g}$, masse des pièces du mécanisme et $\tau = 1\,\mathrm{seconde}$, soit $\mathrm{A} = 10^{-11}\mathrm{J.s} \gg \hbar$. L'horloger n'a donc pas besoin d'être une expert en physique quantique, par contre pour étudier un atome d'hydrogène dont l'énergie d'ionisation est $\mathrm{E} = 13,6\,\mathrm{eV}= 2.10^{-18}\,\mathrm{J}$ et dont le spectre d'émission est caractérisé par des raies dont les longueurs d'onde sont supérieures à $0,1\,\mu\mathrm{m}$ (soit des pulsations inférieures à$\omega = 2.10^{16}\,\mathrm{rad.s^{-1}}$), on calcule une action $\mathrm{A} = \mathrm{E}/\omega$ de l'ordre de $\hbar$. Il faudra donc faire appel à la physique quantique pour comprendre le fonctionnement de l'atome d'hydrogène. On retiendra donc la règle simple :

Action de l'ordre de $\hbar$ = nécessité de la physique quantique

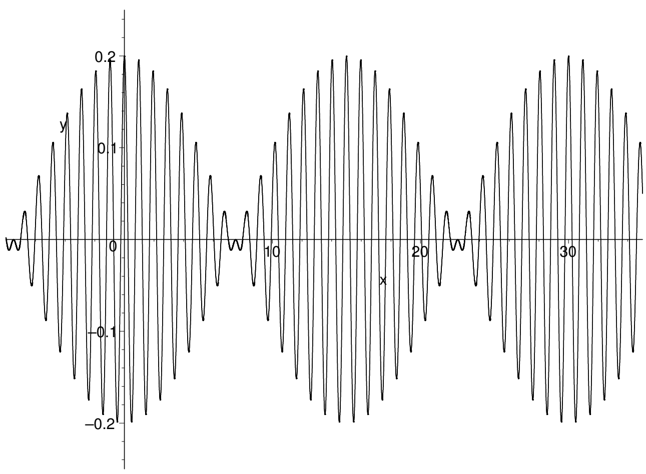
On comprend alors bien que pour comprendre l'organisation de la matière à de très petites échelles (d très petit), il va être difficile de se contenter d'une approche classique, l'action de tels systèmes ne pouvant alors pas toujours rester très grande devant $\hbar$.

V – Les inégalités d'Heisenberg

1/ Trains d'onde et largeur spectrale

On a déja vu en étudiant les interférences lumineuses que le rayonnement émis par une source lumineuse monochromatique de fréquence ν_0 est en fait constitué d'une succession de trains d'ondes c'est à dire de sinusoïdes tronquées de fréquences ν_0 mais de durée limitée τ. On a vu qu'alors, à l'aide la transformée de Fourier, le signal s'enrichit en fréquence, sa largeur spectrale autour de ν_0 n'est pas nulle mais vaut $\Delta\nu$ tel que $\Delta\nu.\tau \simeq 1$. En fait pour obtenir une onde rigoureusement monochromatique à la fréquence f_0, il faudrait qu'elle soit émise pendant une durée infinie ce qui n'est jamais réalisé. Le « démarrage » et l'« arrêt » de la sinusoïde l'enrichissent en fréquence.

Moins rigoureusement, on peut retrouver ce résultat en considérant qu'en dehors de la durée τ il y a modification notable de la sinusoïde pure de fréquence ν. On peut l'expliquer simplement pour le phénomène des battements obtenus en sommant deux sinusoïdes de même amplitude mais de fréquences légèrement différentes séparées de $\Delta\nu \ll \nu$:



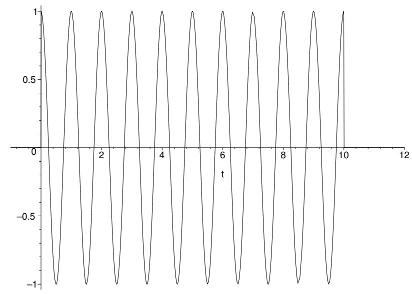
$$s(t) = s_0\cos\left(2\pi\nu t\right) + s_0\cos\left(2\pi(\nu+\Delta\nu)t\right)$$

$$\text{soit}\quad s(t) \simeq 2s_0\cos\left(\pi(\Delta\nu)t\right).\cos\left(2\pi\nu t\right)$$

On remarque que le signal obtenu est de fréquence ν mais avec une amplitude modulée par un facteur qui fait intervenir le déphasage temporel entre les deux fréquences. Au bout d'un temps de l'ordre de $1/\Delta\nu$ la somme des deux signaux sinusoïdaux voit donc son amplitude chuter car ce déphasage est devenu non négligeable (ou plus exactement son cosinus ici), par contre sur un temps τ' beaucoup plus court on observe un signal quasi-sinusoïdal de fréquence ν. La « richesse » spectrale (de largeur $1/\Delta\nu$) ne se fait donc sentir sur le signal qu'au bout d'un temps τ de l'ordre de $1/\Delta\nu$.

On peut raisonner de même pour une signal constitué d'une sinusoïde de fréquence ν mais seulement entre les instants $t = 0$ et $t = \tau$. On interprète la nullité de la fonction en dehors de cette « fenêtre » de temps par la présence des fréquences de la bande $[\nu;\nu+\Delta\nu]$. Au delà de $t = \tau$, les différents déphasages entre les différentes composantes de fréquences comprises entre ν et $\nu+\Delta\nu$ prennent des valeurs comprises entre 0 et $\Delta\varphi = \Delta\nu.\tau$.

Dès que cette valeur devient significative par rapport à 2π, c'est à dire environ pour $\tau > 1/(\Delta\nu)$, la somme de ces sinusoïdes de fréquences voisines est considérablement modifiée. On pourrait en expliquer l'annulation pour $t > \tau$ en regardant de près les amplitudes (pas toutes égales !) des signaux des différentes fréquences de la bande $[\nu;\nu+\Delta\nu]$, c'est justement l'objet de l'analyse de Fourier !



On retiendra donc ici que la largeur spectrale $\Delta\nu$ d'un train d'onde de longueur temporelle τ verifie la relation :

$$\Delta\nu.\tau \simeq 1$$

2/ Energie et temps

On vient de voir qu'un phénomène ondulatoire classique ne peut pas être caractérisé par une fréquence unique mais par un spectre dont la largeur est relié à la durée du phénomène. En conséquence, à l'aide de la relation de Planck-Einstein, $\mathrm{E} = h\nu = \hbar\omega$, on en déduit qu'un système physique quantique ne saurait être caractérisé par une valeur unique de son énergie E mais par un spectre d'énergie de largeur $\Delta\mathrm{E} = h\Delta\nu = \hbar\Delta\omega$. En vertu de ce qu'on vient de montrer au paragraphe précédent, on obtient l'inégalité d'Heisenberg temporelle

$$\Delta\mathrm{E}.\Delta t \simeq h$$

qui relie l'extension spectrale en énergie d'un système quantique à sa durée d'évolution caractéristique. Ainsi, en physique quantique, il est impossible de représenter l'énergie d'un phénomène par un nombre unique bien déterminé à tout instant. Pour un système évoluant dans le temps avec une durée caractéristique limitée Δt, son énergie n'est pas parfaitement déterminée.

3/ Quantité de mouvement et espace

Dans une onde se propageant du type $f(\omega t - kx)$, on peut appliquer des raisonnements identiques à ceux du V-1. au couple (k,x) à la place du couple (ω,t). Ainsi en remarquant que $\omega = 2\pi\nu$, on obtient un inégalité du type $\Delta k.\Delta x \simeq 2\pi$ analogue à $2\pi\Delta\nu.\Delta t \simeq 2\pi$. En remarquant que $k = p/\hbar$, on obtient

$$\Delta p.\Delta x \simeq 2\pi\hbar = h$$

De même en généralisant à une onde dont le vecteur $\overrightarrow{k}$ possède trois composante k_x, k_y, k_z, on obtient les inégalités d'heisenberg spatiales

$$\Delta p_x.\Delta x \simeq h$$

$$\Delta p_y.\Delta y \simeq h$$

$$\Delta p_z.\Delta z \simeq h$$

Ainsi pour un système quantique d'extension spatiale finie, il n'est pas possible de connaître précisément les composantes de sa quantité de mouvement.