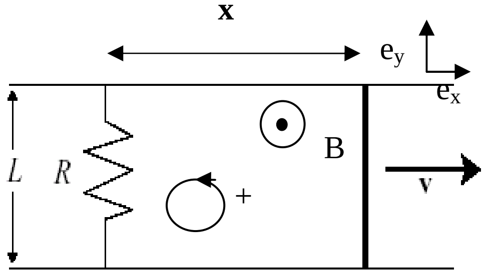
Correction PARTIE B : EXERCICES



EX 1 : Une tige conductrice de longueur L est mobile le long de 2 rails conducteurs, à une vitesse constante v. Une résistance R ferme les 2 rails, et la résistance du reste du dispositif est négligeable. Le tout est placé dans un champ magnétique uniforme B, perpendiculaire au plan de figure.

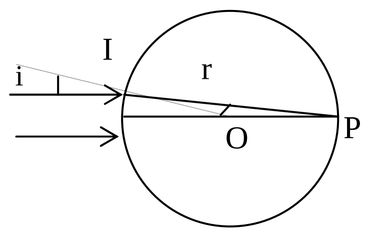
1. Déterminer l'expression du courant induit et la puissance électrique dissipée dans R
2. Déterminer la force appliquée nécessaire pour maintenir constante la vitesse de la barre
3. Calculer la puissance de cette force, et faire un commentaire.

1. Loi de Faraday : fem induite $e = -\dfrac{d\phi}{dt} = -BL\text{v}$ (avec $\phi = BLx$)

qui donne un courant induit $i = -\dfrac{BL\text{v}}{\text{R}}$ et une puissance dissipée $P_J = Ri^2 = \dfrac{B^2L^2\text{v}^2}{\text{R}}$

2. Pour compenser la force de Laplace, la force appliquée est $\vec{F}_{op} = iLB\,\vec{e}_x = \dfrac{B^2L^2\vec{\text{v}}}{\text{R}}$

3. $P_{op} = \vec{F}_{op}.\vec{\text{v}} = \dfrac{B^2L^2\text{v}^2}{\text{R}} = P_J$



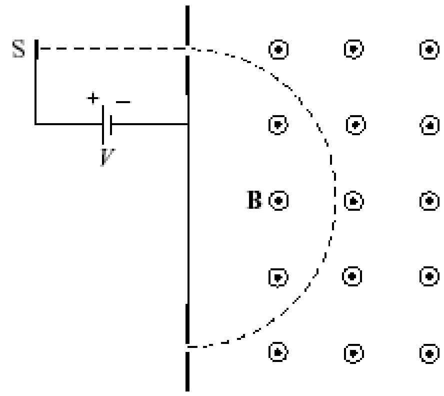
EX 2 : Une boule sphérique est réalisée dans un matériau transparent d'indice de réfraction n. Un faisceau laser étroit et parallèle, de rayon faible comparé à celui de la balle, est dirigé vers le centre de la sphère. Que doit valoir n, pour que le faisceau se focalise sur le point de la boule situé à l'extrémité opposée du diamètre, marquant la direction incidente du faisceau ? les angles sont supposés faibles

Loi de Descartes : $\sin i = n \sin r$ qui donne pour des petits angles $i = n\,r$
Pour que le faisceau converge en P, il faut que $\pi - i = \pi - 2r$ et donc $i = 2r$ (triangle OIP)
Soit $n = 2$!

EX 3 :Un spectromètre de masse est un appareil qui sélectionne des particules de masse donnée. Un ion de masse m, et de charge q>0, est émis sans vitesse initiale par une source S, et est accéléré sous une différence de potentiel V.

Il parvient, à travers un petit trou, dans une région où règne un champ magnétique B perpendiculaire au plan de figure. La particule est défléchie, et sort à travers le trou situé au bas de la figure, situé à une distance d du premier trou.

Déterminer la masse de l'ion.



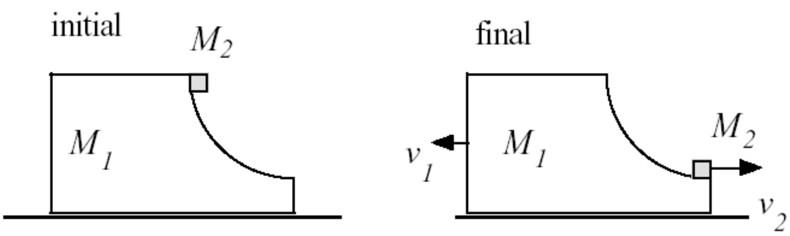
Par conservation de l'énergie, la vitesse de l'ion au 1er trou vérifie $\frac{1}{2}mv_0^2 = qV$

Sous l'effet d'un champ magnétique $\vec{B} \perp \vec{v}_0$, l'ion décrit un mouvement circulaire uniforme de rayon r=d/2.

En appliquant la RFD à l'ion, on a $m\frac{v_0^2}{d/2} = qv_0B$

Ce qui donne $m = \frac{q\,d^2B^2}{8V}$

EX 4 : Un bloc de masse M_1, présentant une entaille circulaire de rayon R, est au repos sur une surface lisse (pas de frottement). Une masse M_2 est lâchée, sans vitesse initiale, au sommet de l'entaille, et glisse sans frottement le long de cette surface. Le bloc se déplace alors vers la gauche. Déterminer les vitesses v_1 et v_2 au moment où M_2 quitte le bloc.



Par conservation de la quantité de mouvement du système $\{M_1, M_2\}$ (les seules forces extérieures sont verticales et se compensent), on a $0 = -M_1v_1 + M_2v_2$

Par conservation de l'énergie mécanique, on a : $M_2gR = \frac{1}{2}M_1v_1^2 + \frac{1}{2}M_2v_2^2$

Soit $v_2 = \sqrt{\frac{2gRM_1}{M_1 + M_2}}$ et $v_1 = \sqrt{\frac{2gR}{M_1(M_1 + M_2)}}M_2$

EX 5 : Un récipient, dont l'une des parois est éventuellement mobile, contient 1 kg d'un gaz inconnu ; On désire élever la température de ce gaz de 1°C. Dans une première expérience, on maintient la paroi fixe : il faut alors apporter $E_1 = 648.4$ J. Dans une seconde expérience, la paroi est libre de se déplacer, en équilibre avec l'atmosphère extérieure : il faut alors apporter $E_2 = 907.8$ J. Identifier le gaz (ou calculer le paramètre permettant de l'identifier).

On suppose le gaz parfait :

Transformation isochore $\Delta U = E_1 = \dfrac{m}{M} c_V \Delta T$

Transformation isobare $\Delta H = E_2 = \dfrac{m}{M} c_p \Delta T$

où E1 et E2 sont les chaleurs reçues par le système.

Soit $E_2 - E_1 = \dfrac{m}{M}(c_p - c_V)\Delta T = \dfrac{m}{M} R\Delta T$ en appliquant la relation de Mayer

Soit $M = \dfrac{m}{E_2 - E_1} R\Delta T$ = 32 g.mol^{-1}

: il s'agit du dioxygène

EX 6 : Les pales du rotor d'un hélicoptère ont un rayon L = 5 m.

La vitesse linéaire de l'extrémité de ces pales, par rapport à l'air, ne peut pas excéder la vitesse du son soit c = 340 m.s^{-1}. Le rotor tourne avec une vitesse angulaire f = 9 tours/s.

1. Quelle est la vitesse linéaire maximale admissible de l'hélicoptère ?
2. On fixe des capuchons aux extrémités des pales pour améliorer leur aérodynamisme. Ces capuchons ont une masse de 0.1 kg, et sont fixés par une colle dont la contrainte de rupture est 10^6 N.m^{-2} (force maximale par unité de surface acceptable, avant rupture). La surface encollée est de 5 cm^2. La colle choisie est-elle suffisante pour maintenir en place les capuchons ?

1. Soit V_H la vitesse de l'hélicoptère / air. La vitesse maximum V_P des pales par rapport à l'air vérifie, par combinaison des vitesses : $V_P = 2\pi f L + V_H$.

Avec V_P = c, on trouve V_H =340 – 283 = 57 m.s^{-1}

2. En négligeant l'étendue des capuchons devant L, la force d'inertie centrifuge qu'ils subissent s'exprime $F_{ie} = m(2\pi f)^2 L$.

   Le rapport de cette force sur la surface des capuchons vaut 3.10^6 N.m^{-2}, la colle ne résiste donc pas.

EX 7 : Un chien de 4 kg se trouve dans une barque plate, de 18 kg et de 3 m de long. Il est à 6 m de la rive. Il se déplace de 2 m dans la barque en direction de la rive. En supposant qu'il n'y a aucun frottement entre le bateau et l'eau, déterminer la distance finale qui sépare le chien de la rive.

Notons L_b la longueur de la barque (3m), M_b la masse de la barque (18 kg), M_c la masse du chien (4 kg), L_1 la distance initiale du chien à la rive (6 m) et L_c le déplacement du chien dans la barque vers la rive (2m). L'inconnue est L_2 la nouvelle distance du chien à la rive.

Le système « barque + chien » est isolé, il y a donc conservation de la quantité de mouvement, ou mieux, la position du centre d'inertie G du système ne varie pas .
O est le point sur la rive à partir duquel on compte L_1 et L_2.

Avant le déplacement du chien : $OG = \dfrac{M_b\, OG_b + M_c\, OG_c}{M_b + M_c} = \dfrac{M_b\,(L_1 - L_b/2) + M_c\, L_1}{M_b + M_c}$

Après le déplacement du chien :

$OG = \dfrac{M_b\,(L'_1 - L_b/2) + M_c\, L_2}{M_b + M_c} = \dfrac{M_b\,((L_2 + L_c) - L_b/2) + M_c\, L_2}{M_b + M_c}$

Car: $L_2 = L'_1 - Lc$

Par suite : $M_b\,(L_1 - L_b/2) + M_c\, L_1 = M_b\,((L_2 + L_c) - L_b/2) + M_c\, L_2$

D'où : $L_2 = L_1 - L_c \dfrac{M_b}{M_b + M_c}$ **AN : L_2 = 4, 4 m**