Erreurs de mesure.
Analyse et présentation des résultats[1].

Table des matières

I Position du problème **2**
1 Mesure et incertitude 2
2 Intervalle de confiance et incertitude. 2
3 Quelques sources d'erreurs expérimentales 2
a Erreurs systématiques. 2
b Erreurs aléatoires 3
4 Caractéristiques d'un appareil de mesure. 3
5 Incertitudes types 4
6 Meilleure estimation de la valeur mesurée et incertitude de type A. 4
a Valeur Moyenne 4
b Ecart type et Estimation de l'écart type 4
7 Estimation de l'incertitude de type B : 5

II Présentation d'un résultat numérique. **6**
1 Chiffres significatifs 6
a Définition 6
b Arrondis 6
2 Présentation d'un résultat de mesure 6
a $X_m \pm \Delta X$ "Unité" 6
b Chiffres significatifs. 6

III Propagation des erreurs. **6**
1 Position du problème 6
2 Estimation élémentaire 7
a Cas où un terme domine 7
b Calcul simple 7
3 Estimation statistique 7

IV Analyse graphique. **8**
1 généralités 8
2 Tracés échelles linéaires 8
3 Tracés échelles semi-log 9

V En résumé. **10**
1 Estimation de l'incertitude sur une mesure. 10
2 Estimation de l'incertitude sur une analyse graphique. 10

VI Bibliographie **10**

[1]Ce texte, est tiré d'un cours que je donne à mes élèves en PCSI. J'ai supprimé quelques parties sur le calcul des "petites variations". Les notions et méthodes introduites ici sont ensuite utilisées en TP, les exercices se font sur le tas. Sans doute faudra-t-il rajouter davantage d'exemples concrets...

I Position du problème

1 Mesure et incertitude

DÉFINITION : Mesurer une grandeur physique c'est la chiffrer par rapport à un système d'unités. La mesure consiste donc à **comparer** la grandeur à mesurer à une grandeur de même nature choisie comme unité

IMPORTANT : Toute mesure aussi soignée soit-elle est, par essence même, entachée **d'erreur**.

2 Intervalle de confiance et incertitude.

Soit X une grandeur physique à mesurer.

1. Notons X_0 la valeur **"vraie"**. Cette valeur X_0 est rigoureusement une abstraction puisque inaccessible à l'expérience.
2. Notons X_1 la valeur **mesurée**.
3. L'erreur de mesure $\delta X_1 = X_1 - X_0$ est, tout comme X_0, inconnue.

La tâche de l'expérimentateur est de déterminer un **intervalle de confiance** dans lequel on est sûr de trouver X_0 avec une probabilité choisie. Pour cela il faut définir :

1. La meilleure estimation de X_0, que nous noterons X_m.
2. L'incertitude ΔX telle que l'on ait avec un niveau de confiance donné (disons 90 %) $X_0 \in [X_m - \Delta X, X_m + \Delta X]$
3. L'incertitude relative sur la mesure $\frac{\Delta X}{X_m}$, qui s'exprime en % du nombre mesuré.

Evidemment, une mesure sera d'autant meilleure qu'elle sera précise c'est à dire que l'incertitude relative sera petite. Toutefois, une mauvaise estimation de l'incertitude conduisant à un intervalle de confiance erroné serait catastrophique !

Par conséquent il est particulièrement important de savoir identifier et quantifier les sources d'erreur.

3 Quelques sources d'erreurs expérimentales

a Erreurs systématiques.

Ce sont les plus dangereuses car elles se font **toujours dans le même sens**. Elles ont diverses origines :

1. <u>instrumentale :</u> Appareil défectueux ou sa mauvaise utilisation (zéro mal réglé, mauvais étalonnage, défaut de linéarité, bande passante etc ...).
2. <u>environementale :</u> Montage électronique erroné, ou faux-contacts systématiques, fuite thermique, variation de température.
3. <u>Observationnelle :</u> Parallaxe.
4. <u>Théorique :</u> existence d'un phénomène négligé (présence de frottements solides) ou inconnu.

IMPORTANT : Avant toute opération de mesure il est impératif de s'efforcer d'eliminer toutes les erreurs systématiques. Par exemple en testant la mesure sur des cas connus (cf étalonnage).

Ce n'est toutefois pas toujours possible en raison, par exemple, du principe même de la mesure (longue ou courte dérivation) ou bien lorsque un paramètre change à notre insu $\cdots$

b Erreurs aléatoires

Ici encore deux origines :

1. Observationnelle :
   – Lecture, ou appréciation de la dernière division sur un vernier, choix du dernier digit sur un appareil numérique.
   – Limite de résolution (largeur d'une fente de spectromètre, effet de la diffraction, processus de numérisation.)
   – limitation intrinsèque de la précision de l'appareil de mesure.
2. Environnementale :
   – Fluctuation de la résistance des contacts électriques, variation des tensions d'alimentation d'AO. Parasites extérieures.
   – Vibration mécanique.

Contrairement aux erreurs systématiques les erreurs aléatoires se font tantôt à l'excès tantôt en défaut, leur moyenne est nulle.

4 Caractéristiques d'un appareil de mesure.

– **Classe :** La classe de précision d'un appareil est un pourcentage du calibre. Elle permet d'évaluer l'incertitude sur la mesure fournie par un appareil.
– **Fidélité ou répétabilité (repeatability) :** c'est la qualité de l'instrument qui fournit des valeurs faiblement dispersées lors de mesures répétables.
– **Erreur de justesse (bias) :** c'est l'erreur systématique de l'instrument. Elle est définie par l'écart entre la valeur d'un étalon et la moyenne d'un grand nombre de mesures obtenues dans des conditions de répétabilité. Réduire cette erreur est l'étalonnage de l'instrument.
– **Erreur de zéro (zero error)** c'est l'erreur de l'instrument pour une valeur nulle de la grandeur à mesurer (mesurande). Cette erreur de zéro est souvent compensable directement.
– **Calibre (nominal range)** C'est le maximum des valeurs mesurables avec un réglage donné (étendues des mesures).
– **Etendue de mesure :** c'est l'intervalle de mesures dans lequel l'erreur de mesure spécifiée par le constructeur est garantie.
– **Sensibilité (sensitivity) :** c'est le rapport $S = \frac{\Delta R}{\Delta E}$ de l'accroissement de la réponse ΔR, pour un accroisement ΔE, du signal à mesurer. Si les résultats d'une mesure répetée ne varient pas, cela signifie que l'on a mal choisi (ou réglé) l'appareil de mesure : il ne voit pas les faibles variations du signal mesuré. Attention sur un écran digital, le nombre d'afficheurs ne donne pas la sensibilité de l'appareil.
– **Résolution (resolution) :** c'est la plus petite différence du dispositif afficheur perceptible. C'est la demi graduation pour un appareil à aiguille et le dernier chiffre affiché pour un appareil numérique

En outre, un appareil de mesure est toujours caractérisé par un temps de réponse fini.
Pour citer deux exemples :
– Un multimètre est caractérisé par une bande passante finie (quelques kHz en général). Toute mesure sur des signaux de fréquence plus élevée sera **systématiquement** erronée.
– Les capteurs ont également un temps de réponse fini, photodiode (quelques nano-secondes selon modèle), phototransistor (de l'ordre de la micro-seconde), capteur piezo-électrique ...

> IMPORTANT : En définitive, comme il s'agit toujours de mesurer une réponse à une excitation extérieure il faut toujours se demander si l'instrument (capteur et/ou électronique de conditionnement) peut "répondre" au signal que l'on cherche à mesurer.

5 Incertitudes types

Important : Rappelons qu'il est important de bien distinguer entre **l'erreur de mesure** qui est *a priori* inconnue et **l'incertitude** que l'expérimentateur doit pouvoir **estimer**.

Supposons qu'après avoir correctement éliminé toutes les erreurs systématiques, il ne reste plus que des erreurs aléatoires.

D'un point de vue pratique nous allons introduire deux types d'incertitude.

type A Elle s'obtient à partir de l'analyse statistique des résultats d'une série de mesures indépendantes ; on la note $\Delta_A(X)$. Elle suppose en outre que l'appareil de mesure ait une sensibilité suffisante pour mettre en évidence la dispersion des mesures.

type B Elle caractérise la précision intrinsèque de l'appareil de mesure dans les conditions normales d'utilisation. Nous la noterons $\Delta_B(X)$.

Ces deux types d'incertitude correspondent en fait à deux approches différentes (et complémentaires) du problème d'estimation posé plus haut.

Définition : Lorsque les deux types d'incertitude sont comparables on calcule l'incertitude composée :

$$\Delta_C(X) = \sqrt{\Delta_A^2(X) + \Delta_B^2(X)}$$

Important : L'incertitude de type A est liée à la statistique des mesures. Si vous n'effectuez qu'une seule mesure cette incertitude ne peut plus être évaluée. Il ne reste plus que les incertitudes de type B.

6 Meilleure estimation de la valeur mesurée et incertitude de type A.

Considérons une série de N mesures indépendantes X_i, de la grandeur X. Plaçons nous dans le cas où seules sont présentes des erreurs aléatoires.

a Valeur Moyenne

D'après ce qui précède il semble naturel de choisir comme **meilleure estimation** de la mesure la valeur moyenne obtenue sur les N mesures indépendantes :

$$X_m \equiv \overline{X}_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=N} X_i.$$

où X_i et le $i^{\text{ème}}$ résultat de la série de N mesures.

On comprend que $\overline{X}_N \to X_0$ quand $N \to \infty$. Néanmoins cette limite ne peut être atteinte et toute valeur finie de N conduit à une incertitude ΔX qu'il faut estimer.

b Ecart type et Estimation de l'écart type

On appelle **écart type** d'une série de N mesures indépendantes la grandeur

$$\sigma_N \equiv \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=N}(X - X_0)^2}.$$

Malheureusement nous ne connaissons pas $X_0 = \lim_{N\to\infty} \overline{X}_N$, et nous ne pouvons avoir qu'une estimation de l'écart type, nous la noterons σ_{N-1}, elle est donnée par :

$$\sigma_{N-1} \equiv \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{i=N}(X - \overline{X}_N)^2}.$$

Remarque : σ_N et σ_{N-1} ont la même dimension que la grandeur mesurée X.

Si l'écart type est faible cela signifie que les différentes mesures forment un nuage serré autour de la valeur moyenne, la dispersion des mesures est donc faible.

Définition : L'incertitude de type A sur la mesure $\Delta_A(X)$ est définie comme :

$$\Delta_A(X) \equiv \frac{\sigma_{N-1}}{\sqrt{N}}.$$

Nous retrouvons que l'incertitude de type A disparaît lorsque $N \to \infty$.

Important : Il arrive que la dispersion des mesures soit nulle ou négligeable. C'est le cas si vous mesurez avec un appareil ayant une sensibilité insuffisante pour le type de mesure envisagée. Il faut alors estimer l'incertitude à partir des caractéristiques de l'instrument de mesure : il s'agit du type B.

Si vous mesurez, au réglet, plusieurs fois de façon identique une tige métallique dont les extrémités ont été usinées, vous obtiendrez sûrement toujours la même valeur !

7 Estimation de l'incertitude de type B :

L'incertitude de type B **ne s'évalue pas** sur la statistique d'une série de mesures. Elle doit **toujours être prise en compte**. Pour cela on utilise souvent les indications fournies par le constructeur. Notons "Δ_c" cette indication. Différentes situations se présentent :

– le constructeur précise qu'il s'agit de l'incertitude-type. Dans ce cas on utilise directement son résultat : $u_B = \Delta_c$.
– le constructeur fournit une indication $\pm\Delta_c$ (ou une indication de classe), dans ce cas l'incertitude type est $u_B = \frac{\Delta_c}{\sqrt{3}}$ (la largeur de l'intervalle d'incertitude est $2\Delta_c$).
– le constructeur fournit une incertitude simple ou ne précise pas que c'est une incertitude type B. Dans ce cas on considère que l'indication est une incertitude maximale (largeur de l'intervalle d'incertitude) et l'incertitude type B est $u_B = \frac{\Delta_c}{2\sqrt{3}}$
– le constructeur ne fournit rien : On évalue l'incertitude maximale $\Delta_c = X_{\max} - X_{\min}$, et on revient au cas précédent.

Important : Le facteur $1/\sqrt{3}$ qui apparaît dans les relations ci-dessus, n'est pas essentiel lorsque l'on cherche à **évaluer** l'incertitude. On pourra l'omettre dans une première approche.

Remarque : Ce coefficient sort naturellement lorsque l'on calcule l'écart type d'une répartition **uniforme** des résultats de mesure dans l'intervalle d'incertitude de l'appareil.

II Présentation d'un résultat numérique.

1 Chiffres significatifs

a Définition

On appelle chiffres significatifs tous les chiffres d'un nombre autres que les zéros placés juste derrière la virgule en écriture décimale, lesquels peuvent être éliminés en notation scientifique.

Exemples : $0,00274 = 2,74\,10^{-3}$ il y a trois chiffres significatifs par contre $0,002740 = 2,740\,10^{-3}$ comporte quatre chiffres significatifs.

b Arrondis

Le nombre de chiffres significatifs fixe par défaut la précision.

$$0,02735 < 0,0274 < 0,02745, \quad \text{et} \quad 1,995 < 2,00 < 2,005.$$

2 Présentation d'un résultat de mesure

a $X_m \pm \Delta X$ "Unité"

Un résultat de mesure doit toujours être présenté sous la forme $X_m \pm \Delta X$ "Unité". Par exemple $T = 2,4 \pm 0,1\,s$.

b Chiffres significatifs.

Le dernier chiffre significatif de la valeur mesurée doit être à la même position décimale que pour l'expression de l'incertitude.

Exemple : $54,1 \pm 0,1\,m$, $121 \pm 4\,kg$, $8,764 \pm 0,002\,ms^{-1}$, ou encore $(7,63 \pm 0,10) \cdot 10^{-3}\,mol$.

REMARQUE : On ne gardera généralement qu'un seul chiffre significatif pour l'expression de l'incertitude, sauf, éventuellement, si le premier chiffre est "1"

Exemples : $g_{\exp} = 9,82 \pm 0,02\,ms^{-2}$ mais $l = 12,23 \pm 0,14\,m$.

III Propagation des erreurs.

1 Position du problème

Supposons qu'après avoir correctement éliminé toutes les erreurs systématiques, il ne reste plus que des erreurs aléatoires. Ces dernières sont inévitables et doivent être **estimées**.

La propagation des erreurs est simplement une méthode pour déterminer l'erreur **résultante** dans une **grandeur calculée** à partir d'une ou plusieurs autres **grandeurs mesurées** avec des incertitudes connues.

Supposons que x, y, et z soient trois grandeurs mesurées avec les incertitudes $\Delta x, \Delta y$, et Δz. Les résultats de ces trois mesures s'écriront :

$$x \pm \Delta x, \quad y \pm \Delta y, \quad z \pm \Delta z.$$

Si w est une **fonction connue** des grandeurs mesurées, $w(x, y, z)$, nous allons **estimer** l'incertitude, Δw, sur w.

Commençons par calculer la différentielle dw :

$$dw = \frac{\partial w}{\partial x}dx + \frac{\partial w}{\partial y}dy + \frac{\partial w}{\partial z}dz.$$

Dans cette expression les dérivées partielles doivent être estimées au point (x, y, z) mesuré.

2 Estimation élémentaire

Pour approximer l'erreur δw, introduite, substituons $\delta x, \delta y, \delta z$ à dx, dy, dz dans la différentielle :

$$\delta w = \frac{\partial w}{\partial x}\delta x + \frac{\partial w}{\partial y}\delta y + \frac{\partial w}{\partial z}\delta z.$$

a Cas où un terme domine

Très souvent il est possible d'isoler une source d'erreur dominante (point faible du protocole, modélisation grossière, appareil peu précis). Dans la somme ci-dessus il y aura donc un terme dominant tous les autres, disons le second, il est alors suffisant de le considérer seul et de négliger les autres :

$$\Delta w = |\frac{\partial w}{\partial y}|\Delta y,$$

où nous avons introduit des valeurs absolues pour assurer $\Delta w > 0$. Cela revient au même que de considérer la grandeur $w(y)$ comme une fonction de la seule variable y et de prendre les autres grandeurs comme des paramètres supposés connus.

b Calcul simple

Lorsqu'il reste plusieurs contributions du même ordre, il est tentant d'écrire :

1. Erreur absolue :
$$\Delta w = |\frac{\partial w}{\partial x}|\Delta x + |\frac{\partial w}{\partial y}|\Delta y + |\frac{\partial w}{\partial z}|\Delta z.$$
2. Erreur relative :
$$\frac{\Delta w}{|w|} = \Delta \ln |w| = |\frac{\partial h}{\partial x}|\Delta x + |\frac{\partial h}{\partial y}|\Delta y + |\frac{\partial h}{\partial z}|\Delta z,$$
où $h = \ln |w|$.

La présence des valeurs absolues interdit toute compensation, et nous place dans le cas le plus défavorable où toutes les erreurs "conspirent" contre nous et jouent toutes dans le mème sens. C'est en fait trop pessimiste et cette estimation ne peut donner qu'un majorant de l'erreur.

3 Estimation statistique

Dans la mesure où les erreurs sont aléatoires et indépendantes les unes des autres, la probabilité d'une situtation comme celle décrite ci-dessus est très faible. Aussi a-t-on une meilleure estimation en grâce aux relation suivantes[2].

1. Erreur absolue :
$$\Delta w = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\Delta z\right)^2}.$$
2. Erreur relative :
$$\frac{\Delta w}{|w|} = \Delta \ln |w| = \sqrt{\left(\frac{\partial h}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial z}\Delta z\right)^2},$$
où $h = \ln |w|$.

[2] C'est la variance d'une somme de variables indépendantes.

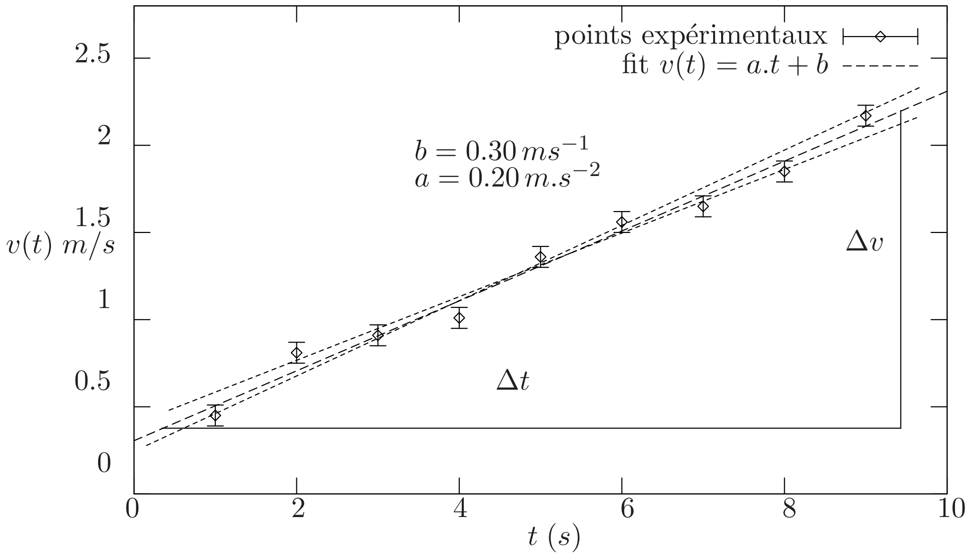

Fig. 1 – Exemple de tracé de données expérimentales permettant la mise en évidence d'une loi linéaire. On calcule la pente en prenant deux points sur la droite de régression et l'on fait figurer les grandeurs Δx et Δy utilisées ainsi que les traits de construction.

Remarque 1 : Dans le cas où un terme domine la somme des carrés on retrouve le résultat simple évoqué plus haut.

Remarque 2 : Lorsque l'on n'effectue qu'une seule mesure, l'incertitude est de type B. Il s'agit encore d'erreurs aléatoires et le raisonnement statistique s'applique. Il est donc judicieux d'utiliser ces relations en toutes circonstances.

IV Analyse graphique.

1 généralités

Le but d'une expérience est souvent de dégager une relation entre des grandeurs mesurées. Une bonne façon de procéder consiste à tracer un graphe des données puis de l'analyser.

Quelques règles à respecter :

- Utiliser un crayon-papier suffisament bien taillé pour un tracé soigné.
- Utiliser une pleine page A4, pour vos graphes. En effet, une échelle trop petite réduira la précision.
- Donner un petit titre.
- Indiquer les grandeurs portées sur les axes avec leurs unités.
- Faites figurer les barres d'erreur après avoir estimé l'incertitude sur les mesures. L'estimation doit être rapide et l'on ne retiendra que les erreurs les plus significatives (en “x” et/ou en “y”).

2 Tracés échelles linéaires

Prenons l'exemple d'une série de mesures de la vitesse d'un mobile au cours du temps.

$t(s)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$v(m/s)$	0.45	0.81	0.91	1.01	1.36	1.56	1.65	1.85	2.17

L'incertitude sur les mesures de vitesse est $\Delta v = 6.10^{-2}\, ms^{-1}$. Sur la figure Fig-1 nous avons porté ces données. On constate qu'elles s'alignent pratiquement sur une droite. La mesure de la

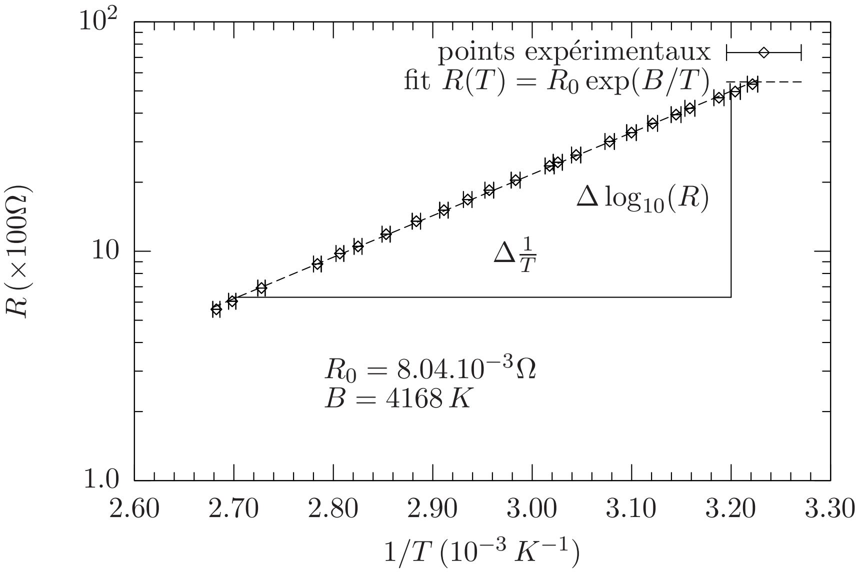

FIG. 2 – Utilisation d'un papier "lin-log" pour mettre en évidence une loi exponentielle.

pente se conduit graphiquement en prenant deux points sur la droite "moyenne" (et non deux points du tableau de mesure) et en faisant apparaître les incréments Δt et Δv, mesurés. A l'aide d'une calculette on obtient les paramètres de la régression linéaire selon la méthode des moindres carrés :

$$v(t) = a.t + b, \quad \text{avec} \quad a = 0.20\,ms^{-2} \text{ et } b = 0.3\,ms^{-1}$$

Afin d'estimer l'incertitude sur les paramètres de la loi linéaire (pentes et/ou ordonnée à l'origine) on cherche à l'œil les deux droites extrêmes passant au milieux des points de mesures.

Dans l'exemple précédent, nous trouvons pour la pente : $a_{\max} = 2,16 \cdot 10^{-1}\,m.s^{-2}$ et $a_{\min} = 1,83 \cdot 10^{-1}\,m.s^{-2}$ soit $\delta a = 3,3 \cdot 10^{-2}\,ms^{-2}$. Ce qui donne une incertitude de l'ordre de $\Delta a = \frac{\delta a}{2\sqrt{3}} = 1.0.10^{-2}\,ms^{-2}$.

3 Tracés échelles semi-log

Considérons l'étalonage d'une thermistance en vue de son utilisation comme capteur de température. Dans un domaine restreint de température il est possible de modéliser l'évolution de la résistance par une loi exponentielle de la forme :

$$R(T) = R_0 \exp\left(\frac{B}{T}\right).$$

Supposons que nous ayons réalisé une série de mesures (à l'aide d'un thermomètre auxiliaire) rassemblée dans le tableau ci-dessous :

$\theta\,°C$	99.8	97.6	93.6	86.2	83.3	81	77.5	73.8	70.5	67.7	65.2
$R \times (100\Omega)$	5.58	6.05	6.91	8.80	9.76	10.5	11.87	13.5	15.1	16.8	18.46

62.2	58.4	57.5	55.5	53.5	51.9	49.6	47.4	45	43.6	40.7	39.1	37.4
20.42	23.56	24.43	26.28	28.37	30.09	32.91	36.1	39.4	42.0	46.7	49.7	53.5

L'incertitude sur la mesure de résistance est négligeable (résistance des fils négligeable et précision de l'ohmmètre numérique 0.2%) tandis que l'incertitude sur la mesure de température est de l'ordre de $0.5\,K$.

Afin de déterminer graphiquement les paramètres R_0 et B on trace $\ln R$ en fonction de $\frac{1}{T}$. On peut également porter R sur une échelle logarithmique en fonction de $\frac{1}{T}$, c'est le choix adopté sur la figure Fig 2. Pour déterminer le coefficient B on détermine la pente (attention à la base du logarithme si l'on utilise l'échelle du graphique) :

$$B = \frac{1}{\log_{10} e}\frac{\Delta \log_{10} R}{\Delta 1/T} = \frac{\Delta \ln R}{\Delta 1/T}$$

V En résumé.

1 Estimation de l'incertitude sur une mesure.

1. On devra s'assurer que l'instrument est correctement étalonné, qu'il est correctement réglé et utilisé dans son domaine nominal.
2. Le plus souvent on ne conduit qu'une seule mesure et il faut donc estimer l'incertitude type de type B.
3. On recherche l'indication du constructeur si elle est disponible, sinon on estime l'écart maximum et l'on prend $\Delta = \Delta_{\max}/2\sqrt{3}$
4. Si plusieurs sources d'erreurs sont présentes on cherche la plus dangereuse si elle existe.
5. S'il faut tenir compte de plusieurs incertitudes du même ordre on calcule :

$$\Delta = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \cdots}.$$

6. Pour tenir compte de la propagation des erreurs on utilisera l'estimation statistique.

2 Estimation de l'incertitude sur une analyse graphique.

1. Suivre les consignes générales données plus haut (taille du graphe, crayon fin, labels des axes, unités, titre).
2. Chercher par un choix judicieux des variables à représenter une loi linéaire (affine).
3. Estimer, et représenter les barres d'erreurs.
4. L'utilisation d'une calculette pour effectuer la régression linéaire ne dispense pas de tracer le graphe et de mener l'analyse graphique.
5. L'estimation des incertitudes sur les paramètres de la régression s'effectue simplement en cherchant les droites extrêmes qui passent dans les points.

VI Bibliographie

1. The Art of Experimental Physics Daryl W. Preston, Eric R. Dietz Ed Wiley 1991. J'avais photocopié quelques pages de ce livre quand je préparais l'agreg, j'en ai un très bon souvenir mais il est malheureusement indisponible à ce jour ....
2. Mesure Physique et Instrumentation. D. Barchiesi Collection TechnoSup aux éditions Ellipse.