

PARTIE B : EXERCICES (22 points)

Données : masse du Soleil $M_S = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg ; Rayon du Soleil $R_S = 6,97 \cdot 10^8$ m ;
constante gravitationnelle $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N.m².kg⁻² ; constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s
célérité de la lumière dans le vide $c = 3,00 \cdot 10^8$ m.s⁻¹ ; vitesse du son dans l'air $c_s = 340$ m.s⁻¹.

EX 1 (4 pts) : On peut considérer qu'un photon de fréquence f possède une masse inertielle effective m déterminée par son énergie. La théorie de la relativité générale postule l'égalité entre la masse inertielle et la masse gravitationnelle. Par conséquent un photon émis à la surface d'une étoile perdra de l'énergie quand il échappe au champ gravitationnel de l'étoile. Calculer la variation relative de la longueur d'onde d'un photon émis par le soleil quand il est perçu sur la Terre.

Equivalence masse-énergie pour le photon émis à la surface du soleil : $hf = mc^2$

Conservation de l'énergie entre la surface du soleil et la Terre: $hf - GM_S m/R_S = hf' - GM_S m/R_\infty$

on néglige le champ gravitationnel du soleil sur la Terre par rapport au champ gravitationnel de sortie : $hf - GM_S m/R_S = hf'$

D'où $(f' - f)/f = - GM_S/R_S c^2$

et $(\lambda' - \lambda)/\lambda' = + GM_S/R_S c^2 = 2 \cdot 10^{-6}$

EX 2(5 pts): On souhaite mesurer la profondeur d'un puits d'une mine désaffectée en utilisant un générateur d'onde sonore, dont la fréquence est ajustable. A l'aide d'un récepteur, on mesure deux fréquences de résonance successives pour 63,58 Hz et 89,01 Hz.

1. En déduire la profondeur h du puits sachant que la vitesse du son dans l'air vaut $c = 340$ m.s⁻¹.
2. Dans un second puits, on laisse échapper le générateur d'onde, réglé sur la fréquence de 440 Hz. Juste avant que le générateur ne s'écrase au fond du puits, la fréquence perçue par le récepteur situé en haut du puits est de 400 Hz . Quelle est la profondeur h de ce puits ?

1. les fréquences et longueurs d'onde de résonance dans un tube de longueur h ouvert à une extrémité et fermé à l'autre vérifient :

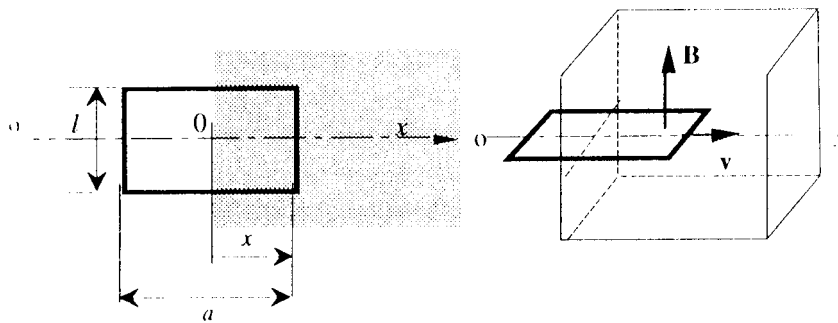
$f_{2n-1} = \frac{c}{\lambda_{2n-1}}$ avec $h = (2n-1) \frac{\lambda_{2n-1}}{4}$; donc entre 2 fréquences de résonance successives, on a :

$\Delta f = \frac{c}{2h}$ ce qui donne $h = \frac{c}{2\Delta f} = \frac{340}{2 \cdot 25,41} = 6,74$ m

2. La vitesse atteinte au fond est $v = \sqrt{2gh}$, ce qui donne pour effet Doppler $f' = f \frac{1}{1 + \frac{v}{c}}$

soit $h = \frac{c^2}{2g} \left(\frac{f - f'}{f'} \right)^2 = \frac{343^2 * 40^2}{2 * 9,8 * 400^2} = 60$ m

EX 3 (6 pts): On considère une boucle conductrice rectangulaire, de résistance nulle, d'inductance L , de masse M pouvant se déplacer sans frottement sur un plan horizontal suivant Ox . Dans la portion de l'espace grisé sur la figure, règne un champ magnétique uniforme dirigé verticalement vers le haut (on suppose l'extension infinie de cette zone en direction des $x>0$). L'origine de l'axe Ox correspond au début de la zone où règne le champ magnétique, x est la mesure algébrique de la position de la branche la plus à droite de la spire sur l'axe Ox . Si $x<0$, la spire est en dehors de la zone, et si $x>a$, la spire est complètement immergée dans le champ magnétique. Pour $x<0$, la spire possède une vitesse v_0 dirigée vers la droite.



1. Décrire aussi précisément que possible le comportement du cadre lorsqu'il n'est pas entièrement plongé dans le champ magnétique, en exprimant par exemple l'évolution de l'abscisse $x(t)$.
2. Montrer qu'il existe une vitesse limite au-dessus de laquelle le mouvement précédent n'est plus réalisé. Que se passe-t-il alors ?

1. $\mathcal{E} = -Blv = L di/dt$ si $0 < x < a$

PFD : $M d^2x/dt^2 = F_{Laplace} = i l B$

or $i = -Blx/L$; d'où $d^2x/dt^2 + (B^2 l^2 / ML) x = 0$

Soit $x = v_0 / \omega \sin \omega t$ avec $\omega = Bl / (mL)^{1/2}$: mouvement oscillant du cadre jusqu'à $t = \pi / \omega$ (le cadre ressort en sens inverse à la vitesse $-v_0$)

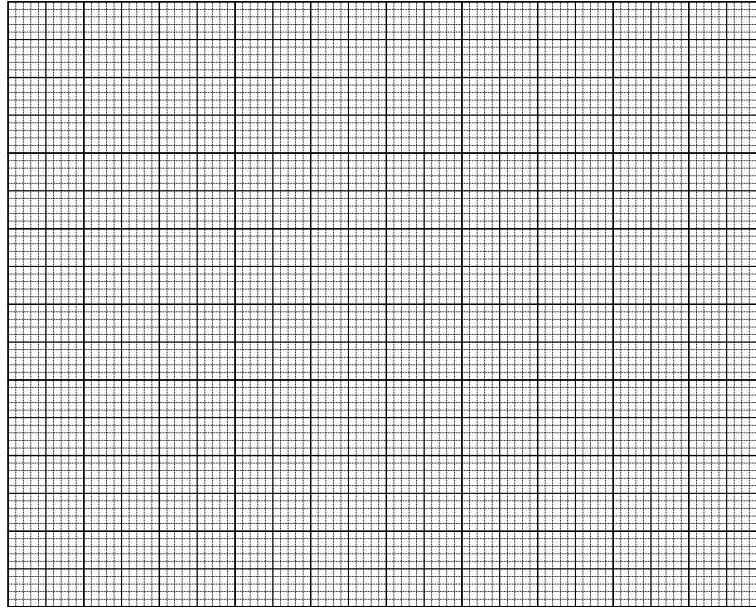
2. à condition que l'amplitude de l'oscillation soit inférieure à a ; soit $v_0 < Bla / (mL)^{1/2}$

On a alors un mouvement à vitesse constante pour $t > t_1$ telle que $x(t_1) = a$.

EX 4 (4 pts) : On réalise une expérience sur l'effet photoélectrique. On éclaire donc, dans un tube à vide, une plaque métallique par une radiation de longueur d'onde λ . On maintient une différence de potentiel entre la plaque et le cylindre métallique qui recueille les électrons émis par la plaque. Pour une certaine ddp V_0 (appelée potentiel d'arrêt), le courant recueilli s'annule. Les valeurs mesurées dans la série d'expériences sont :

λ (nm)	500	450	400	350	300
V_0 (V)	0.37	0.65	1.0	1.37	2.0

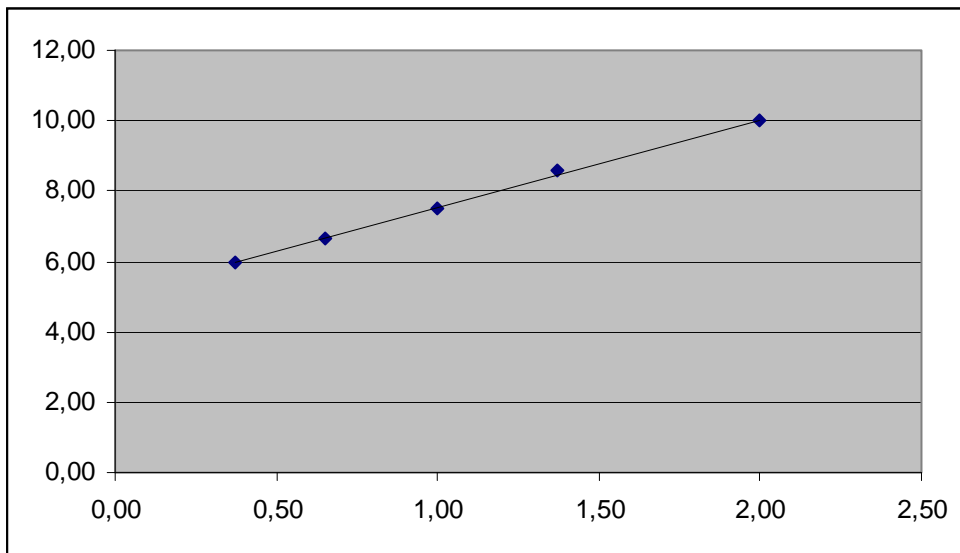
A l'aide du tracé d'un graphe, déterminer le rapport h/e de la constante de Planck à la charge (absolue) de l'électron, ainsi que la valeur de la fréquence de seuil du métal utilisé.



On a $eV_0 = h(f - f_0)$, où f est la fréquence du rayonnement, et f_0 la fréquence d'arrêt. On peut donc tracer le graphe $f = c/\lambda$ fonction de V_0 :

λ (nm)	500	450	400	350	300
f (10^{14} Hz)	6.00	6.67	7.50	8.57	10.0
V_0 (V)	0.37	0.65	1.0	1.37	2.0

l'inverse de la pente donne $h/e = 1/2.48 \cdot 10^{14} = 4.03 \cdot 10^{-15}$ V.s
 l'ordonnée à l'origine donne $f_0 = 5.07 \cdot 10^{14}$ Hz



EX 5 (3pts): Etude d'une station de radioastronomie

La station possède un ensemble de télescopes récepteurs, destinés à l'étude du milieu interstellaire. Pour cela, les télescopes sont réglés pour recevoir le signal caractéristique d'émission de l'hydrogène H_2 , raie spectrale de longueur d'onde 21 cm. Le système est constitué par un ensemble de 9 télescopes de 26 m de diamètre, régulièrement espacés sur une distance de 10.8 km. Quelle est la plus petite distance angulaire entre deux sources que ce système est capable de distinguer ? Quel serait le diamètre équivalent du miroir du radiotélescope unique qui aurait la même résolution ?

2. Soit d la distance entre 2 télescopes : $d=10.8/8=1.35$ km.

Critère de Rayleigh : les 2 sources doivent avoir des max principaux de diffraction distants d'au moins une demi largeur donc être distantes de θ , tq $d\sin\theta=\lambda/N$

soit $\theta=1.73 \cdot 10^{-4}$ rad

Le diamètre équivalent a du miroir tel que $\sin\theta=1.22\lambda/a$; soit $a=1.22Nd\approx Nd=14.8$ km !! (12 km si l'on ne tient pas compte du coeff 1.22)