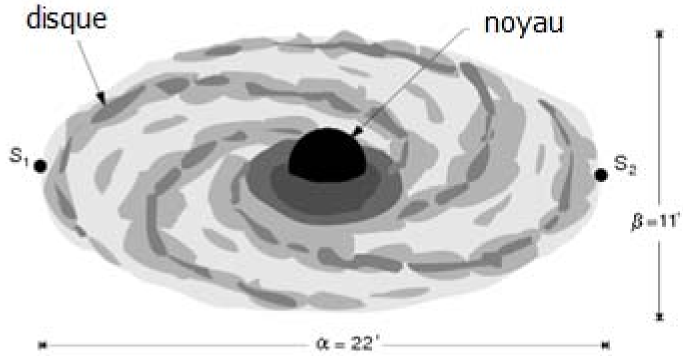
PROBLEMES

Nom :
Lycée :

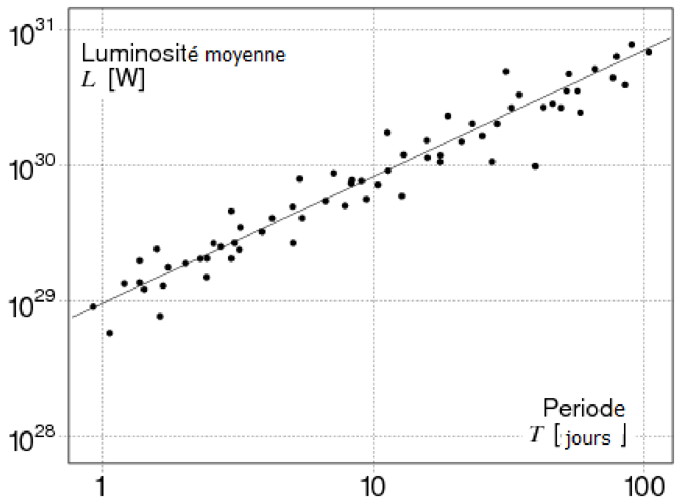
Problème I : galaxie spirale

La figure ci-contre schématise une photo de galaxie spirale, dont les dimensions angulaires vues depuis un téléscope sont $\alpha = 22'$ et $\beta = 11'$. La galaxie a la forme d'un disque circulaire très plat, avec au centre un « noyau » galactique sphérique qui concentre quasiment toute la masse de la galaxie. Les étoiles du disque tournent autour de ce noyau, suivant un axe perpendiculaire au plan du disque, sous l'effet de la gravité du noyau, tout comme les planètes autour du soleil.



Sur la photo, le disque galactique n'apparaît pas circulaire car l'axe de rotation est incliné d'un angle θ par rapport à la ligne de visée formée par le téléscope et le centre de la galaxie

Certaines étoiles, dites étoiles variables ou céphéides, servent d'étalons des échelles de distance dans l'Univers grâce à la **relation période-luminosité** qui les caractérise : plus une céphéide est lumineuse plus sa période de variation d'éclat est longue. Cette relation est donnée sous forme graphique ci-contre.



Dans la galaxie spirale étudiée, on observe une céphéide de période T = 40 jours. La puissance moyenne reçue par un télescope de diamètre d = 2,4 m en provenance de cette étoile est : $P = 4{,}4.10^{-16}$ W.

L'analyse des raies spectrales de la lumière émise par deux autres étoiles situées sur le bord externe du disque (S_1 et S_2 sur la fig. 1) révèle un décalage vers le rouge. Pour une longueur d'onde $\lambda_0 = 587{,}56$ nm, on mesure en fait $\lambda_1 = 588{,}95$ nm et $\lambda_2 = 588{,}22$ nm.

1. Déterminer l'angle d'inclinaison θ entre l'axe de rotation de la galaxie et la ligne de visée.

2. Evaluer la distance Galaxie-Terre puis le rayon de la Galaxie, en U.A (1 U.A = distance Terre – Soleil = $1{,}5.\ 10^{11}$ m)

3. Evaluer la vitesse de rotation des étoiles en périphérie de la galaxie.

4. Evaluer le rapport entre la masse du noyau galactique et celle du soleil.

1°) $\cos\theta = \beta/\alpha = \frac{1}{2}$ donc $\theta = \pi/3$

2°) La puissance totale émise correspond à $P_t = 3{,}2.10^{30}$ W La puissance reçue par le télescope correspond à $P = 4\pi d^2\,\Phi$ Φ puissance surfacique.
On en déduit : $P_t = 4\pi L^2\,\Phi$ d'où la relation $L = d/4(P_t/P)^{1/2}$ On obtient $L = 3{,}5.10^{11}$ UA

On peut ensuite calculer le rayon de la galaxie : $R = \frac{1}{2} L\,\alpha = 1{,}1.10^{9}$ UA

3°) En utilisant les formules classiques de l'effet Doppler pour la galaxie qui s'éloigne de nous (décalage vers le rouge), on obtient à partir de $\Delta\lambda/\lambda = v/c$
$\lambda_1 = 588{,}95$nm et $\Delta\lambda_1 = 1{,}39$nm : $v_1 = 7{,}1.\ 10^2$ km/s
$\lambda_2 = 588{,}22$nm et $\Delta\lambda_2 = 1{,}39$nm : $v_2 = 3{,}4.\ 10^2$ km/s

La vitesse du centre de gravité de la galaxie est donc $v_m = (v_1 + v_2)/2 = 5{,}3.10^2$ km/s
La vitesse $(v_1 - v_2)/2$ correspond à la vitesse de rotation des étoiles en périphérie, projetée suivant la ligne de visée.
On a donc pour la vitesse de rotation cherchée : $v^* = (v_1 - v_2)/2\sin\theta = 2{,}1.\ 10^2$ km/s

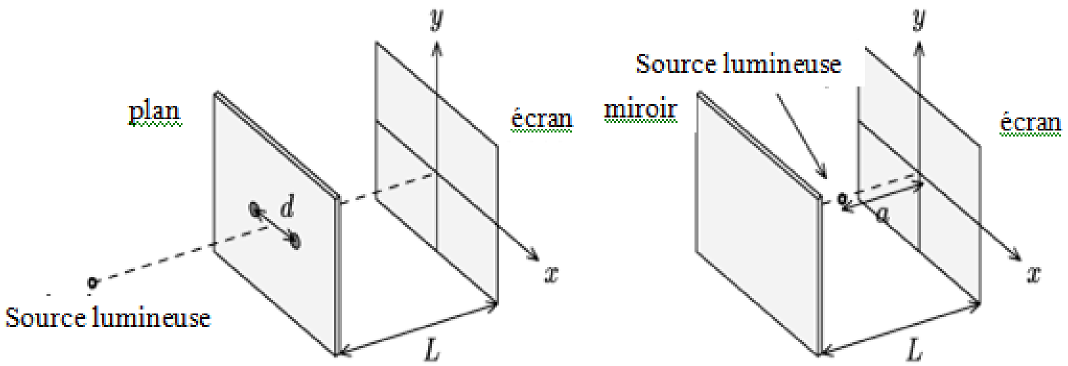
4°) pour des trajectoires circulaires on aura avec les distances D_{NC} (noyau céphéide) et D_{ST} (Soleil Terre) (Loi de Kepler) et $T_c = 2\pi R/v^* = 4{,}9.10^{15}$ s

$M_{noyau}/M_{soleil} = (R/D_{ST})^3.\ (T_T/T_c)^2$ On obtient une masse du noyau $M_{noyau} \approx 5{,}4.10^{10}\ M_{soleil}$

<u>Problème II</u> : interférences

On se propose d'étudier les deux dispositifs interférentiels suivants.

1. Pour chacun de ces cas, déterminer l'équation du lieu des franges d'interférences, c'est-à-dire du lieu des maxima d'intensité. On pourra noter λ la longueur d'onde, et considérer $L >> d >> \lambda$ et $L >> (L-a) >> \lambda$ On utilisera le système de coordonnées le plus adapté au cas étudié.
2. Représenter l'allure des franges obtenues dans chacun des cas, et les commenter sommairement.



1°) les points sources secondaires pour le montage 1 sont $A_1(d/2,0,L)$ et B_1 $(-d/2,0,L)$ et pour le montage 2 $A_2(0,0,a)$ et B_2 $(0,0,2L-a)$
D'où les différences de marche en M (x,y,0) :
$$\Delta L_1 = \sqrt{\left(x+\frac{d}{2}\right)^2 + y^2 + L^2} - \sqrt{\left(x-\frac{d}{2}\right)^2 + y^2 + L^2} \approx \frac{dx}{L}$$ si $A_1M \approx B_1M$
La figure d'interférence dans le plan 0xy donne des sections d'hyperboloïdes assimilables à des droites // parallèles à 0x si $A_1M \approx B_1M$
La position de franges brillantes d'ordre p correspond à $\Delta L_1 = p\lambda$, avec $p \in \mathbb{Z}$
soit à une interfrange de $L\lambda/d$

pour le second montage
$$\Delta L_2 = \sqrt{r^2 + (2L-a)^2} - \sqrt{r^2 + a^2}$$

le problème est symétrique de révolution par rapport à l'axe Oz, les franges sombres seront des anneaux de rayon $r_p = \sqrt{x^2+y^2}$ tel que $\Delta L_2 = \sqrt{r^2+a^2} - \sqrt{r^2+(2L-a)^2} = (p+1/2)\lambda$, avec $p \in \mathbb{Z}$
(les interférences à différences de marche multiples de λ sont destructives à un déphasage de π sur l'onde réfléchie). On explicite le rayon r_p des franges sombres suivant :
$$r^2 = \frac{1}{4\delta^2}\left(4(L-a)^2 - \delta^2\right)\left(4L^2 - \delta^2\right)$$ où $\delta = (p+1/2)\lambda$

Qui impose un ordre visible maximum correspondant à $\delta < 2(L-a)$ soit $p_{max} = 2(L-a)/\lambda - 1/2$
Et qui se simplifie pour les petits ordres avec $\delta \ll (L-a)$ en
$$r = \frac{2(L-a)L}{\delta}$$