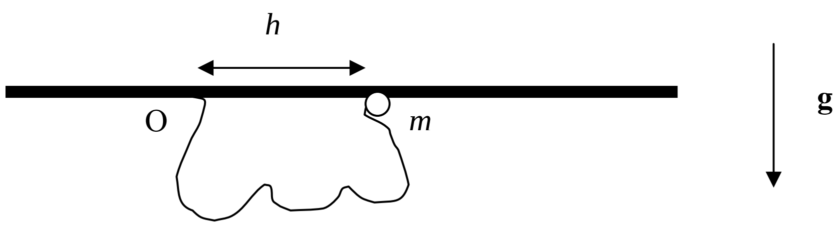
EXERCICES

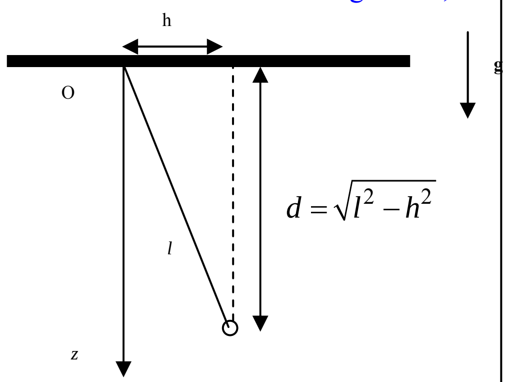
Nom :
Lycée :

Exercice 1 : chute d'une ficelle

Une masselotte de masse *m* est accrochée à une ficelle de longueur *l*, fixée à son autre extrémité O à un bâti horizontal à une distance *h* du point O. On lâche la masselotte, quelle vitesse va- t-elle avoir au moment où la ficelle se tend ? Sachant que la ficelle ne casse pas, à quelle distance du bâti va-t-elle remonter dans son mouvement ultérieur ?



La masselotte m chute suivant la verticale dans le champ de pesanteur uniforme **g** jusqu'à ce que la ficelle se tende. Cela se produit pour une hauteur de chute $d=\sqrt{l^2-h^2}$ (schéma ci-dessous).
La masselotte m étant lâchée sans vitesse initiale, et en négligeant les frottements de l'air, la relation fondamentale de la dynamique appliquée dans le référentiel du laboratoire considéré comme galiléen, et projetée suivant Oz donne



$$v(t)=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=gt \qquad (1)$$

$$z(t)=\frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

À l'instant où la ficelle se tend, $d=\sqrt{l^2-h^2}$

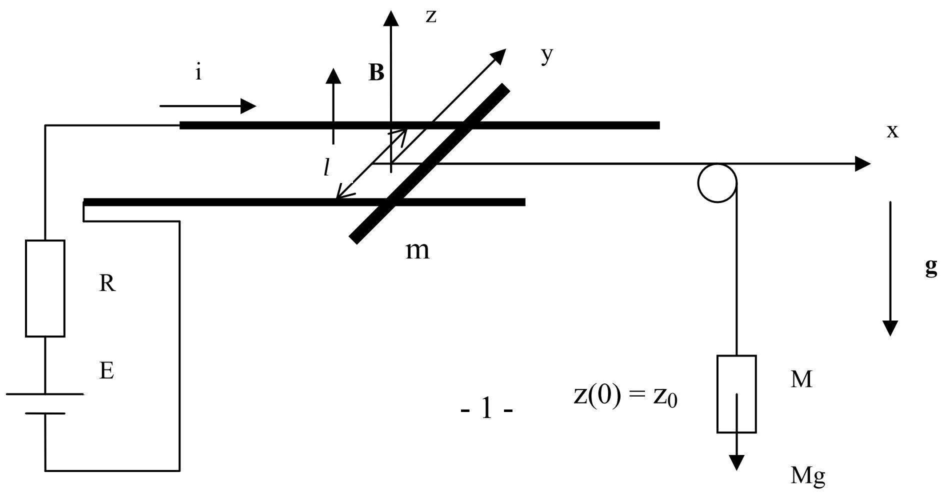
soit d'après (2) $t_d=\sqrt{\frac{2}{g}\sqrt{l^2-h^2}}$

et d'après (1): $v(t_d)=gt_d=\sqrt{2g\sqrt{l^2-h^2}}$

En raisonnant comme pour un choc (tension du fil très grande par rapport au poids de la masselotte), pendant le choc la force exercée est dirigée suivant **PO.** On projette le PFD suivant $\mathbf{u}_\theta$: $m(\mathbf{V}_{ap}-\mathbf{V}_{avant}).\mathbf{u}_\theta=0$ On en déduit $V_{ap}=V(t_d)\sin\theta=V(t_d)\,h/l$

Exercice 2 : Induction

On considère un barreau de masse *m*, initialement au repos, pouvant glisser sans frottement sur deux rails parallèles, horizontaux, plongés dans un champ magnétique uniforme vertical B dirigé vers le haut. Le barreau est relié par un fil inextensible à une poulie (la masse du fil et de la poulie sont négligeables) et une masse M est attachée à l'autre extrémité du fil. Les rails conducteurs sont reliés à un générateur de force électromotrice E et de résistance R. On mesure le déplacement du barreau sur un axe parallèle aux rails, la distance entre les rails est *l*.



1. Dans quelles conditions portant sur la force électromotrice E, la masse M peut-elle remonter dans le champ de pesanteur ?
2. La masse M est initialement immobile. Donner l'expression de l'évolution temporelle de la vitesse dz/dt de son centre de gravité. Retrouver les conditions précédentes.

1. Dans le référentiel galiléen du laboratoire, le barreau conducteur mobile est soumis :
   - à la tension $\boldsymbol{T}$ du fil
   - un élément de longueur $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ du barreau est soumis à l'action de la force de Laplace $\mathrm{d}\boldsymbol{F} = i\mathrm{d}\boldsymbol{l} \wedge \boldsymbol{B}$. Orientons le cadre par exemple suivant le sens de i. $\mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\mathrm{d}y\boldsymbol{e}_\mathrm{y}$ et $\boldsymbol{F} = i\int_{-l/2}^{l/2} \mathrm{d}\boldsymbol{l} \wedge \boldsymbol{B}$. Avec $\boldsymbol{B} = B\boldsymbol{e}_\mathrm{z}$, on obtient $\boldsymbol{F} = -ilB\boldsymbol{e}_\mathrm{x}$

La masse M est soumise :
- à la tension $\boldsymbol{T'}$ du fil
- au poids $M\boldsymbol{g}$

Considérons le cas de l'équilibre du système :

Pour le barreau : $\boldsymbol{F} + \boldsymbol{T} = \boldsymbol{0}$; en projection sur $\boldsymbol{e}_\mathrm{x}$: $T - F = 0$ (1)

Pour la masse M : $M\boldsymbol{g} + \boldsymbol{T'} = \boldsymbol{0}$; en projection sur $\boldsymbol{e}_\mathrm{z}$: $T' - Mg = 0$ (2)

Le fil étant sans masse, $T' = T$ et on déduit de (1) et (2) : $F = -Mg$ soit $ilB = Mg$

Équation électrique dans le circuit : i =E/R d'où la condition pour que M remonte : $E \geq \dfrac{MgR}{lB}$

2. Les forces ne s'équilibrent plus : $m\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = T - F$ et $M\dfrac{d^2z}{dt^2} = T' - Mg$ avec T=T'

Le fil étant inextensible : $-\dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$ d'où $(M+m)\dfrac{d^2z}{dt^2} = F - Mg$

Equation électrique du circuit : le barreau se déplaçant à la vitesse $\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_x$, il est le siège d'une f.e.m induite $e = \int_{-l/2}^{l/2} (\boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{B}).\mathrm{d}\boldsymbol{l} = vbl$.

D'où $i = \dfrac{E+e}{R} = \dfrac{E}{R} + \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\dfrac{Bl}{R}$ =E/R - dz/dt BL/R

On obtient : M+ $m\dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{B^2l^2}{R}\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \dfrac{BlE}{R} - Mg$

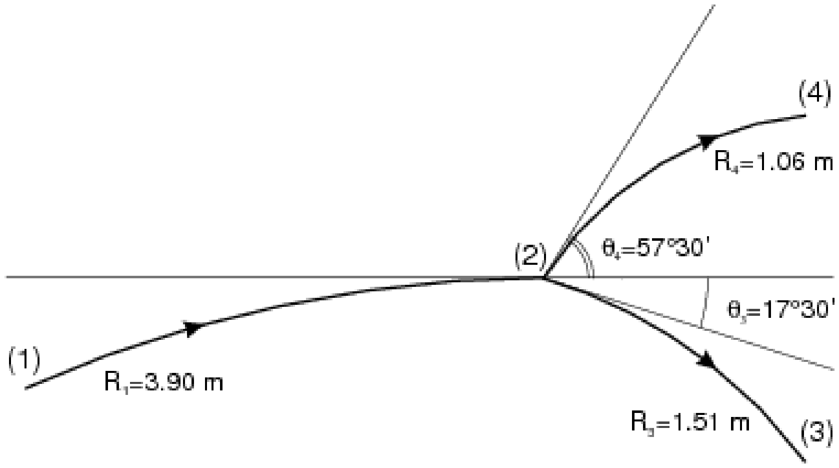
La solution de cette équation différentielle avec second membre, du premier ordre en $\dot{z} = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$, est (avec la condition initiale $\dot{z}(t=0) = 0$) et τ = R(m+M)/B$^2l^2$

$$dz/dt = \frac{1}{Bl}\left(E - \frac{MgR}{Bl}\right)(1 - e^{-t/\tau})$$

La masse M monte si $\dot{z}(t) > 0$, et on retrouve la condition de la question 1).

Exercice 3 :

La figure reproduit une photographie obtenue dans une chambre à bulles d'un proton (1) de quantité de mouvement p_1=2060 MeV/c qui entre en collision avec un proton (2) considéré initialement immobile.



Sur la figure, sont matérialisées les trajectoires circulaires et les tangentes au point d'impact. On indique également les angles et les rayons de courbures des trajectoires. La chambre à bulle est le siège d'un champ magnétique **B** normal au plan de figure. On rappelle qu'une particule de charge q, de vitesse **v** dans un champ magnétique **B** subit une force **F**=q**v**□**B.**

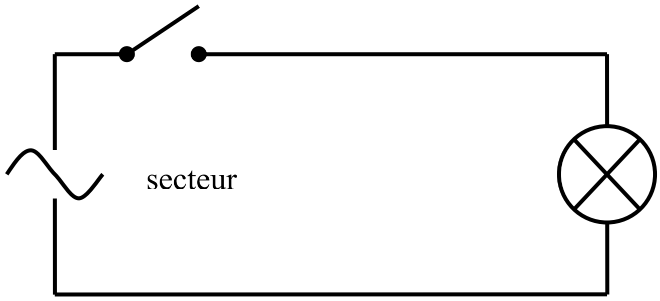
Données : masse du proton : $m_p = 1{,}67.10^{-27}$ kg=938Mev/c^2

1. Calculer le module de la vitesse $\mathbf{v_1}$ du proton incident.
2. Exprimer le module B du champ magnétique dans le cas classique.
   On admettra que dans le cas relativiste l'expression précédente est multipliée par γ. Calculer alors numériquement le module du champ B utilisé pour réaliser l'expérience.
3. Justifier que les particules (3) et (4) engendrées par la collision sont chargées positivement et déterminer leur charge.
4. Vérifier que l'interaction observée est possible à la condition qu'une cinquième particule ait également été créée. Déterminer sa quantité de mouvement et tracer sa trajectoire

Voir dernière page

Exercice 4 :
On étudie le comportement d'un électron, appartenant aux fils électriques conducteurs inclus dans le circuit ci dessous.

Déterminer l'ordre de grandeur de la vitesse macroscopique moyenne d'un électron.? Commenter.



Donnée : masse volumique du cuivre : $8{,}9.10^3 kg/m^3$

Remarque: dans cet exercice, vous devez particulièrement faire preuve d'initiative. Vous serez amenés à faire des choix d'ordre de grandeur, de modélisation…que vous indiquerez explicitement.

Le courant circulant dans un ampoule de puissance de l'ordre de 100W a pour intensité
$I = P/U \approx 100\ W / 220\ V = 0{,}5\ A$

$I = dq/dt$ où $dq = e\ dn/dt$ avec dn le nombre d'électrons traversant la section S des fils pendant la durée dt. Pour des électrons de vitesse d'ensemble v, $dn \approx \rho\ S\ v\ dt$, où ρ désigne la densité volumique des éléctrons dans les fils conducteurs. Donc $I \approx e\ \rho\ S\ v$

On prendra pour estimation de S des fils de section de l'ordre du mm^2.

La densité ρ sera estimée à partir de la densité volumique du cuivre en supposant qu'un atome fournit un électron de conduction, soit :
$\rho \approx \rho_{Cu}\ N_A / M_{Cu} \approx 10000.10^{23}/(10^{-3}10) \approx 10^{29}\ kg/m^3$.

D'où $v \approx I/(\rho Se) = 0{,}5/(10^{29}\ 10^{-6}\ 10^{-19}) = 5.10^{-5}\ m/s <<$ vitesse d'agitation thermique

Pour le secteur à 50 Hz, les électrons ont des déplacements d'amplitude moyenne $vT \approx 10^{-6} m = 1 \mu m$.

1 Vitesse du proton incident

On sait que : $P = \gamma m v$, avec : $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Ainsi : $P = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} m v$

Soit : $\boxed{v = \dfrac{\frac{P}{m}}{\sqrt{1 + \frac{P^2}{m^2 c^2}}}}$

Application numérique : $v = \dfrac{\frac{2060}{938}}{\sqrt{1 + \frac{2060^2}{938^2}}}$ en unité de c ; $v = 0,9c = 2,7.10^8 m s^{-1}$

2 Calcul du champ B

Le calcul classique donne : $\frac{v^2}{R} = \frac{qBv}{m}$, soit : $B = \frac{mv}{qR}$

Le calcul relativiste donne : $R = \frac{\gamma m v}{qB} = \frac{P}{qB}$; soit : $B = \frac{P}{qR}$
AN : $B = \frac{2060.10^6}{3.10^8} \frac{1}{3{,}9}$; $B = 1,7T$

3 Charges des particules émergentes

Les courbures des trajectoires des particules créées sont dans le même sens que celle du proton incident, elles sont donc de même signe. La charge initiale est +2e, par conservation et en supposant les particules émisses de charge entière, alors elles ont chacune la charge +e.

4 Troisième particule créée

4.1 Calcul de P pour les particules créées

Particule $n°i$: $P_i = qBR_i \Rightarrow P_i = \frac{P_1}{R_1} R_i$
Particule $n°3$ $P_3 = 798 MeV/c$
Particule $n°4$: $P_4 = 560 MeV/c$

4.2 Conservation de P

Ecrivons la conservation de P en projection sur les 2 axes du plan de figure :
$P_1 + P_2 = P_1 = P_3 \cos\theta_3 + P_4 \cos\theta_4$
$0 = P_3 \sin\theta_3 - P_4 \sin\theta_4$
A partir de la deuxième expression, on constate que le compte n'y est pas : $P_3 \sin\theta_3 - P_4 \sin\theta_4 = -232,33$

4.3 Caractéristiques de la troisième particule

La particule ne laissant pas de trace, elle est neutre.
Sa trajectoire est donc rectiligne, car non deviée par le champ $\overrightarrow{B}$

En réécrivant la conservation de P :
$P_1 = P_3 cos\theta_3 + P_4 \cos\theta_4 + P_5 \cos\theta_5$
$0 = P_3 sin\theta_3 - P_4 \sin\theta_4 + P_5 \sin\theta_5$

Ainsi : $\tan\theta_5 = \dfrac{-P_3 sin\theta_3 + P_4 \sin\theta_4}{P_1 - P_3 cos\theta_3 - P_4 \cos\theta_4}$; d'où $\tan\theta_5 = 0,23$ soit : $\theta_5 = 13^o$
Puis : $P_5 = \dfrac{-P_3 sin\theta_3 + P_4 \sin\theta_4}{\sin\theta_5}$; d'où : $P_5 = 1056 MeV/c$

Graphe : On complète la construction du parallélogramme