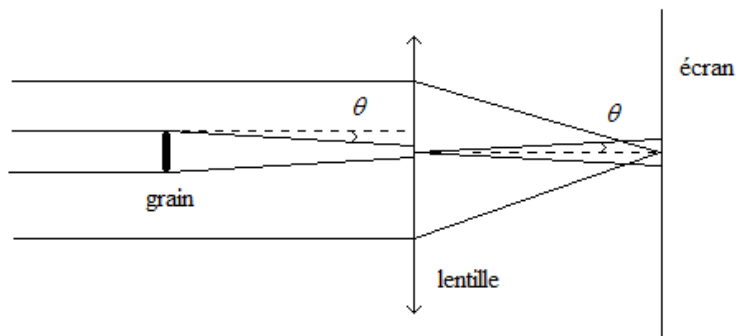


Solution des exercices

Exercice 1

1. On peut considérer que le faisceau éclaire uniformément par une onde plane monochromatique chaque grain de la poudre. Chacun de ces grains diffracte l'onde, de longueur d'onde λ , ce qui signifie le front d'onde s'élargit vers le centre de chaque grain avec un premier minimum qui survient pour un angle θ de l'ordre de λ/a . Pour les angles plus importants, une alternance de franges sombres et lumineuses sera alors observée.



Ceci permet notamment de déterminer la dimension caractéristique des grains. En effet,

$$\theta \approx \rho/f \approx \lambda/a \quad \text{soit} \quad a \approx \lambda f/\rho$$

D'où $a \approx 6,5 \mu\text{m}$.

2. La répartition aléatoire des grains sur la lame de microscope renforce le phénomène. En effet chaque grain est éclairé par un faisceau de rayons lumineux parallèles à l'axe optique de la lentille, qui, après la traversée de celle-ci, convergent au même endroit – le foyer image - que ceux correspondant au grain perpendiculaire à l'axe optique et dont le centre est sur l'axe optique de la lentille (cf. figure) ; par ailleurs, les rayons déviés le sont avec le même angle par rapport à cette direction et donc produisent une image du phénomène de diffraction par la lentille, identique autour de l'axe optique. Une autre façon de dire est que, éclairés par des rayons parallèles, la translation dans un même plan objet ne modifie pas la position de l'image dans le plan focal image de la lentille. Naturellement, si le nombre de grains est si élevé qu'il constitue un film opaque, la proportionnalité de l'éclairément cesserait.

3. La lumière blanche étant constituée de toutes les longueurs d'onde comprises entre 400 et $\lambda_r = 800 \text{ nm}$, le centre de l'image sur l'écran est constitué d'une superposition de figures de diffraction correspondant à des angles θ compris entre $\lambda_r/(2a)$ et λ_r/a . La superposition ne fait apparaître de couleur « pure » que pour le premier plus grand angle λ_r/a , qui correspond au rouge.

Exercice 2

On peut considérer que l'ordre de grandeur des distances interatomiques dans une phase condensée est de l'ordre de 1 à 5 fois 10^{-10} m. Il faut donc que la longueur d'onde de de Broglie λ_B des neutrons, données par $\lambda_B = h / p$ où $p = mv$ est la quantité de mouvement des neutrons soit du même ordre de grandeur que les distances interatomiques. On peut ainsi prendre $\lambda_B \approx 10^{-10}$ m.

Si les neutrons se comportent comme les particules d'un gaz parfait monoatomique, alors leur énergie cinétique moyenne est égale à $(3/2)k_B T = (1/2)mv^2 = p^2/(2m)$, T étant la température du gaz et k_B la constante de Boltzmann. D'où la relation entre T et λ_B :

$$T = (1/3mk_B)(h/\lambda_B)^2.$$

Soit numériquement, $T \approx 610$ K.

Exercice 3

1. Le cinémomètre exploite l'effet Doppler, c'est-à-dire le décalage de fréquence perçue lorsque la source et l'observateur ont un mouvement relatif l'une par rapport à l'autre.

2. Par rapport au véhicule, la source se rapproche quasiment de face ; donc, la fréquence perçue par le véhicule (donc, dans son référentiel, supposé inertiel) est :

$$\nu_d = \nu_e (c + v)^{1/2} / (c - v)^{1/2}.$$

Le radar voit le véhicule se rapprocher de lui quasiment de face, donc il reçoit un signal de fréquence ν_r égale à :

$$\nu_r = \nu_d (c + v)^{1/2} / (c - v)^{1/2}.$$

3. Les électrons du métal de la carrosserie réagissent à l'onde de fréquence ν_d , oscillent à la même fréquence et diffusent des ondes de fréquence ν_d dans le référentiel du véhicule.

4. Les tensions d'entrée du multiplieur sont sinusoïdales de fréquences respectives ν_e et ν_r . Le produit des tensions est une somme de tensions sinusoïdales de fréquences $\nu_e + \nu_r$ et $\nu_r - \nu_e$.

5. La vitesse du véhicule étant faible par rapport à la célérité de la lumière c , ν_r et ν_e sont du même ordre de grandeur. Le filtrage passe-bas élimine donc la tension de fréquence la plus élevée $\nu_e + \nu_r$. Or,

$$\nu_r = \nu_e (c + v) / (c - v) \approx \nu_e (1 + 2v/c)$$

en faisant un développement limité au premier ordre.

La fréquence de la tension filtrée est donc $\nu_e (2v/c)$. La vitesse v est mesurée en $m.s^{-1}$, donc la fréquence mesurée sera numériquement égale à la vitesse exprimée en $km.h^{-1}$ pour que les gendarmes n'aient pas de subtile conversion à faire, si la quantité $2\nu_e/c$ vaut numériquement 3,6. Ainsi,

$$\nu_e = 1,8 c \quad \text{soit} \quad \nu_e = 5,4 \cdot 10^8 \text{ Hz} = 0,54 \text{ GHz.}$$