Mortier hydraulique pour le pilage du riz

A. Introduction

Le riz est l'aliment de base de la plupart des Vietnamiens. Pour transformer le grain de riz (paddy) en riz blanc comestible il faut le battre pour le séparer de la paille puis le décortiquer et le blanchir pour le séparer des balles. Les collines du nord du Vietnam sont parcourues par de nombreux cours d'eau que leurs habitants utilisent pour actionner des mortiers hydrauliques servant au pilage du riz. La photographie de la Figure 1 en montre un exemplaire. La Figure 2 explique comment il fonctionne.

Figure 1

B. Construction et utilisation

1. Construction

Le mortier hydraulique (Figure 1) est constitué des parties suivantes :

– *Le mortier* proprement dit est un récipient de bois dans lequel on place le riz.

– *Le levier* est une poutre faite d'un tronc d'arbre, plus massive d'un côté que de l'autre. Il peut tourner autour d'un axe horizontal fixe. Un *pilon*, perpendiculaire au levier, est fixé à son extrémité la moins massive. Sa longueur est telle que lorsqu'il est en contact avec le riz au fond du mortier le levier est horizontal. La partie la plus massive du levier est creusée sur sa face supérieure pour former réservoir. La forme du réservoir est un élément essentiel au bon fonctionnement du mortier.

2. Modes de fonctionnement

Il existe deux régimes d'utilisation du mortier.

En *régime de travail* le mortier parcourt le cycle illustré en Figure 2. Le pilage proprement dit utilise l'énergie cinétique libérée dans la phase f de la Figure 2. Si la phase f n'est pas atteinte pour une raison ou pour une autre, c'est-à-dire si le pilon ne frappe pas le fond du mortier, il n'est pas en régime de travail.

Le second régime possible d'utilisation est *le régime de repos en position relevée*. Pendant la phase c du cycle de travail (Figure 2) l'angle α que fait le levier avec l'horizontale augmente et la quantité d'eau contenue dans le réservoir diminue. A un instant particulier, la quantité d'eau contenue dans le réservoir est juste suffisante pour équilibrer le poids du levier. On appellera β la valeur particulière que prend α dans cette situation. Si le levier est incliné de l'angle β à vitesse initiale nulle il reste immobile dans cette position : elle correspond au régime de repos en position relevée. Sa stabilité dépend du débit Φ de l'eau coulant dans le réservoir. Lorsque celui-ci dépasse un certain seuil Φ_2 l'équilibre est stable et le mortier ne passe pas en régime de travail. En d'autres termes, Φ_2 est le débit minimal permettant de sortir l'instrument de son régime de travail.

Cycle de travail du mortier hydraulique

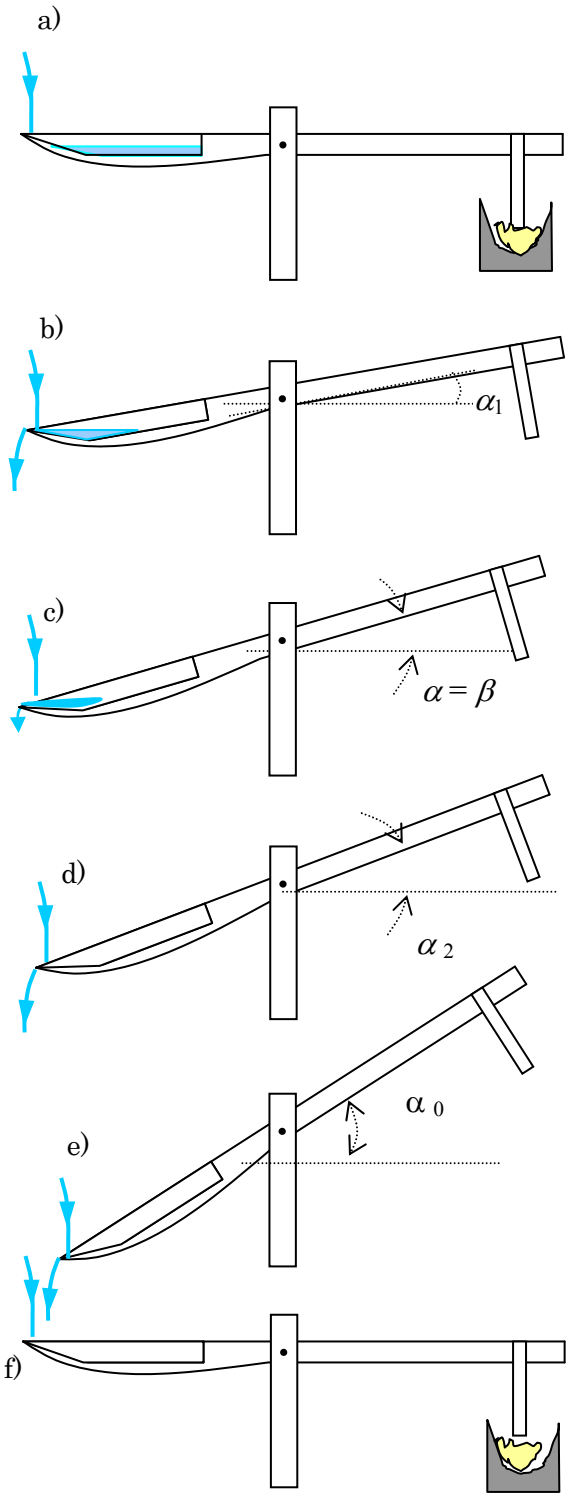

Figure 2.

a) Au début du cycle, le réservoir est vide, le pilon repose sur le fond du mortier. Comme l'eau coule dans le réservoir avec un débit faible le levier reste en position horizontale pendant un certain temps.

b) A un certain instant la quantité d'eau contenue dans le réservoir suffit à l'incliner. Cette inclinaison déplace l'eau du réservoir vers l'extrémité du levier, ce qui tend à accélérer le mouvement. Le réservoir commence à déborder pour une inclinaison $\alpha=\alpha_1$.

c) L'angle α continue à augmenter tandis que le réservoir déborde. Pour une valeur particulière de l'angle α, $\alpha=\beta$, le couple total est nul.

d) L'angle α continue à augmenter et l'eau à s'écouler du réservoir jusqu'à ce que celui-ci soit vide.

e) Une fois le réservoir vide, α continue à augmenter par inertie de l'ensemble. La forme du réservoir est telle que l'eau qui continue à s'y écouler s'en échappe immédiatement. L'angle α atteint une valeur maximale α_0.

f) Le poids du levier, le réservoir étant vide, ramène le levier en position horizontale et le pilon vient frapper le riz au fond du mortier. Le cycle peut maintenant recommencer

C. Le problème.

On considèrera un mortier hydraulique dont les paramètres principaux (Figure 3) sont définis ci-dessous :

La masse du levier vide d'eau, pilon inclus, est M=30 kg.

Le centre de masse du levier est G et son axe de rotation est T (projeté en T sur la Figure).

Le moment d'inertie du levier par rapport à T est I=12 kg×m^2.

On appellera m la masse d'eau contenue dans le réservoir et N son centre de masse.

On appellera α l'angle que fait le levier avec l'horizontale.

Les dimensions principales du levier et du réservoir sont spécifiées dans la Figure 3. On négligera les forces de frottement sur l'axe de rotation et la force due à l'impact de l'eau dans le réservoir. On admettra que la surface de l'eau reste toujours horizontale.

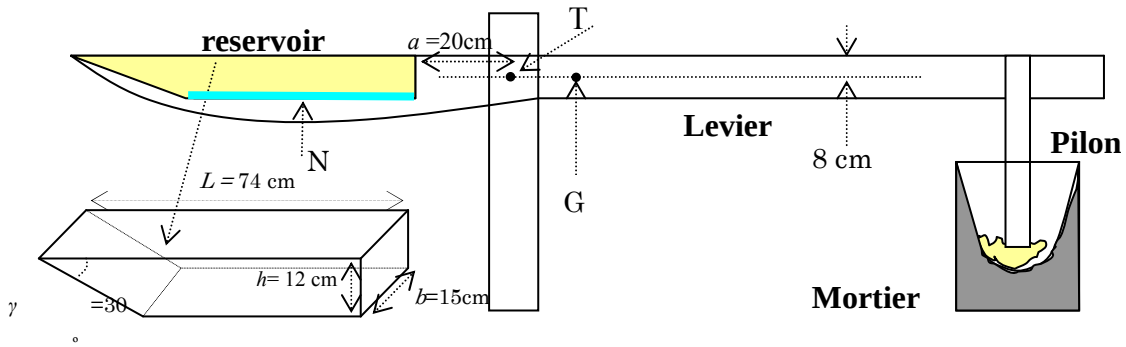

Figure 3. Les paramètres principaux d'un mortier hydraulique

1. Construction du mortier

On commence avec le levier en position horizontale et le réservoir vide (phase a de la Figure 2). L'eau coule dans le réservoir et quand le levier commence à s'incliner la masse m de l'eau vaut 1.0 kg.

1.1. Calculer la distance du centre de masse G du levier à son axe de rotation T. Il est précisé que GT est horizontal quand le réservoir est vide.

1.2. Le réservoir commence à déborder quand l'inclinaison du levier atteint la valeur α_1 et est complètement vide lorsqu'elle atteint la valeur α_2. Calculer α_1 et α_2. AN.

1.3. On appelle $\mu(\alpha)$ le moment total par rapport à l'axe T des poids du levier et de

l'eau. Calculer la valeur β de l'angle α qui correspond à $\mu(\alpha)=0$. Calculer la valeur de la masse m_1 d'eau contenue dans le réservoir dans cette situation. AN.

2. Paramètres du régime de travail

L'eau s'écoule dans le réservoir à débit constant, Φ, suffisamment faible pour que la quantité d'eau qui s'y écoule une fois le levier en mouvement soit négligeable.

2.1. Donner l'allure du graphe du couple $\mu(\alpha)$ en fonction de l'angle α pendant un cycle complet en régime de travail. Y indiquer les valeurs particulières prises par $\mu(\alpha)$ et α aux points remarquables du graphe.

2.2. En vous servant du graphe de (2.1), discuter (voir feuille réponse) et donner une interprétation géométrique des valeurs de l'énergie totale W_{total} produite par $\mu(\alpha)$, et du travail W_{pilon} transféré du pilon au riz.

2.3. En vous servant du graphe de (2.1), évaluer α_0 et W_{pilon}. On négligera les énergies cinétiques des masses d'eau s'écoulant dans le réservoir et du réservoir. On pourra, pour cette évaluation, schématiser le graphe par une série de segments de droites.

3. Le régime de repos en position relevée

On considère encore que l'eau s'écoule dans le réservoir à débit constant Φ mais on ne néglige plus la masse de l'eau qui s'y écoule pendant que le levier est en mouvement.

3.1. Le réservoir étant en état de débordement,

3.1.1 Donner l'allure du graphe du couple $\mu(\alpha)$ en fonction de l'angle α au voisinage de $\alpha=\beta$. Quelle est le type de stabilité de l'équilibre dans lequel se trouve le levier quand $\alpha=\beta$?

3.1.2 Donner l'expression analytique du couple $\mu(\alpha)$ en fonction de $\Delta\alpha$ pour $\alpha=\beta+\Delta\alpha$ ($\Delta\alpha$ étant petit).

3.1.3 Déterminer l'équation du mouvement du levier à partir d'une inclinaison initiale $\alpha=\beta+\Delta\alpha$ à vitesse initiale nulle ($\Delta\alpha$ étant petit). Montrer que le mouvement est, avec une bonne précision, un mouvement d'oscillation harmonique. Calculer sa période τ.

3.2. Pour un débit donné, Φ, le réservoir ne peut déborder de façon continue que si le mouvement du levier est suffisamment lent. Il existe donc une limite supérieure à l'amplitude des oscillations harmoniques qui dépend du débit Φ. Calculer la valeur minimale Φ_1 de Φ (exprimée en kg/s) permettant une oscillation harmonique d'amplitude de 1°.

3.3. On supposera le débit Φ suffisant pour que le réservoir déborde pendant toute la phase du mouvement au cours de laquelle l'inclinaison du levier décroît de α_2 à α_1. Néanmoins, si le débit est trop important, le mortier ne peut pas fonctionner. Dans l'hypothèse d'un mouvement d'oscillation harmonique du levier, évaluer la valeur du

débit d'eau Φ_2. à partir de laquelle le levier ne peut pas fonctionner.