IPhO 2019 - CPGE

Épreuve de présélection française

27 mars 2019

Durée de l'épreuve : 4 heures

Calculatrices autorisées

L'épreuve comporte cinq parties différentes et indépendantes les unes des autres, dont la nature et les temps à accorder conseillés sont donnés dans le tableau ci-dessous :

		Temps conseillé
PARTIE **A**	QCM	**1 heure**
PARTIE **B**	1er exercice	**30 min**
PARTIE **C**	2ème exercice	**30 min**
PARTIE **D**	1er problème	**1 heure**
PARTIE **E**	2ème problème	**1 heure**

CONSIGNE pour la rédaction

Les réponses sont à rédiger sur les feuilles d'énoncé, dans les emplacements prévus.
Si le candidat a besoin de feuilles supplémentaires, il utilisera les feuilles vierges fournies dont les en-têtes doivent être impérativement complétés.

IMPORTANT

Toutes les feuilles à rendre doivent comporter le nom, le prénom,
le numéro de téléphone et le lycée du candidat.
Tout oubli pourra entrainer l'absence de correction de la feuille concernée.

Partie A
Questionnaire à choix multiples

Durée conseillée : 1 heure.

Valeurs numériques communes à l'ensemble des questions :

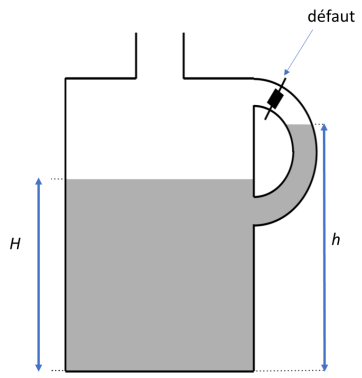
Constante d'Avogadro	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
Pression atmosphérique	$P_{atm} = 1,013 \cdot 10^5$ Pa
Rayon de la Terre	$R_T = 6,4 \cdot 10^3$ km
Constante de Planck	$h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s
Charge élémentaire	$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C

Pour chaque question, les candidats entoureront la réponse de leur choix sur le document réponse.
Il n'y a qu'une réponse correcte par question.

Q1. On considère une bulle de savon sphérique dans l'air à pression atmosphérique.
Que dire de la pression P de l'air à l'intérieur de la bulle ?

(a) $P = P_{atm}$;
(b) $P < P_{atm}$;
(c) $P > P_{atm}$;
(d) Il n'y a pas d'air à l'intérieur de la bulle.

Q2. On considère une théière transparente, qui comporte un défaut de fabrication. On peut constater que le niveau de thé dans la partie principale est plus faible qu'au niveau du coude, comme on l'observe sur la figure ci-dessous. On appelle ΔP la différence de pression au fond de la théière, par rapport à la pression atmosphérique constante P_0. La masse volumique du thé est notée ρ .
Que peut-on affirmer sur la valeur de ΔP ?



(a) $\Delta P = \rho g h$;
(b) $\Delta P = \rho g H$;
(c) $\rho g H < \Delta P < \rho g h$;
(d) $\Delta P < \rho g H$.

Q3. Un corps noir à la température T_1 émet une puissance radiative de 10 mW.
Si le même corps noir est placé à la température 2 T_1, quelle sera la puissance radiative émise par celui-ci ?

(a) 10 mW ;
(b) 20 mW ;
(c) 80 mW ;
(d) 160 mW.

Q4. Un homme part se promener en marchant à une vitesse de 2 km.h^{-1}. Une heure après, un autre homme part avec un chien pour le rejoindre, en marchant à une vitesse de 4 km.h^{-1}. Le chien étant agité, il fait des aller-retours entre les deux hommes, à une vitesse de 10 km.h^{-1} jusqu'à ce que les deux hommes se rejoignent.
Quelle distance D le chien aura-t-il parcouru ?

(a) $D = 2$ km ;
(b) $D = 8$ km ;
(c) $D = 10$ km ;
(d) $D = 20$ km.

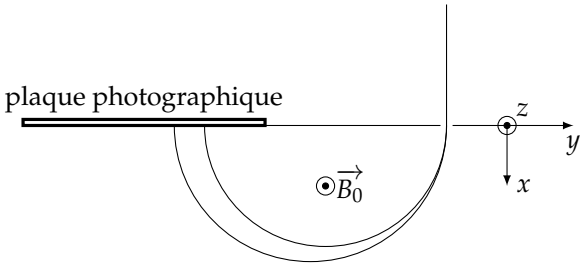
Q5. On considère deux hauts parleurs identiques et alimentés par un même générateur, délivrant un signal sinusoïdal. Les deux hauts parleurs sont côte à côte et proches l'un de l'autre et on observe autour des hauts parleurs des zones d'intensité sonore élevée et faible.
Quelle action ne changerait pas la position de ces zones ?

(a) modifier la fréquence du signal ;
(b) déplacer l'un des hauts parleurs ;
(c) modifier la tension du signal ;
(d) remplacer l'air environnant par de l'hélium.

Q6. Un accordeur de piano souhaite régler la corde du Ré2 à 73,416 Hz en utilisant un diapason réglé à la fréquence 440,000 Hz. On s'intéresse à l'harmonique du Ré2 qui donnera le moins de battements par seconde.
Quand la corde du Ré2 sera réglée correctement, combien de battements entendra t-on par seconde ?

(a) 5 battements par seconde ;
(b) 0,5 battement par seconde ;
(c) 0,1 battement par seconde ;
(d) 0,371 battement par seconde.

Q7. On considère un faisceau parallèle constitué de deux types de particules chargées, de masse m_1 et de charge q_1 et de masse m_2 et de charge q_2, qui entrent dans un spectromètre de masse avec une vitesse $\vec{v_0} = v_0\,\vec{u_x}$ avec $v_0 > 0$, où est appliqué un champ magnétostatique uniforme $\vec{B_0} = B_0\,\vec{u_z}$ avec $B_0 > 0$.
Que peut-on dire des charges q_1 et q_2 des deux types de particules ?



(a) Les charges q_1 et q_2 sont de signes opposés ;
(b) Les charges q_1 et q_2 sont différentes ;
(c) Les charges q_1 et q_2 sont négatives ;
(d) Les trois réponses précédentes sont fausses ou incertaines.

Q8. Deux étoiles sont séparées par un angle de 3.10^{-5} radian. Quel est le plus petit diamètre de télescope qui permette de distinguer ces deux étoiles, qui émettent dans le spectre du visible ($\lambda = 600$ nm) ? On négligera les effets de l'atmosphère sur la trajectoire des rayons lumineux provenant de ces étoiles.

(a) 1 mm ;
(b) 2,4 cm ;
(c) 10 cm ;
(d) 2,4 m.

Q9. On considère une portion d'un fil électrique cylindrique, d'une longueur $1,0$ m et de diamètre $3,0$ mm, en cuivre, de conductivité électrique $6,0.10^7$ S.m^{-1}, soumis à une différence de potentiel de $5,0$ mV pendant $\Delta t = 3,0$ s.
Combien d'électrons N traversent une section droite du fil électrique ?

(a) $N = 3,9.10^{19}$ électrons ;
(b) $N = 1,3.10^{19}$ électrons ;
(c) $N = 2,8.10^4$ électrons ;
(d) $N = 1,6.10^{20}$ électrons.

Q10. Un rayon lumineux dans l'air d'indice optique $n_0 = 1,0$ est incident à la surface d'un liquide d'indice optique n avec un angle $|\alpha_1| = 45^o$ par rapport à cette surface.
La déviation entre le rayon incident et le rayon réfracté est $|\Delta\alpha| = 11^o$.
Quel est l'indice n du liquide ?

(a) $n = 0,85$;
(b) $n = 1,5$;
(c) $n = 1,3$;
(d) $n = 3,7$.

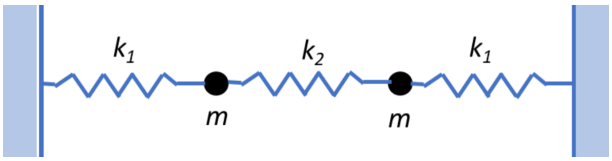
Q11. On considère une lentille sphérique mince divergente $\mathcal{L}$, de centre optique O et de focale f', dans l'approximation de Gauss. AB est un objet transversal dont A appartient à l'axe optique.
Où est situé A pour garantir une image transversale virtuelle, droite et agrandie ?

(a) $-f' < \overline{OA}$;
(b) $\overline{OA} < -f'$;
(c) $f' < \overline{OA}$;
(d) Cela est impossible.

Q12. Une lunette astronomique peut être modélisée comme un système optique centré constitué de deux lentilles sphériques minces convergentes, l'objectif de focale f_1' et l'oculaire de focale f_2', telles que :

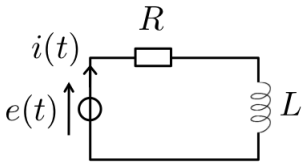
(a) $f_1' < f_2'$;
(b) $f_1' > f_2'$;
(c) $f_1' = -f_2'$;
(d) $f_1' = f_2'$.

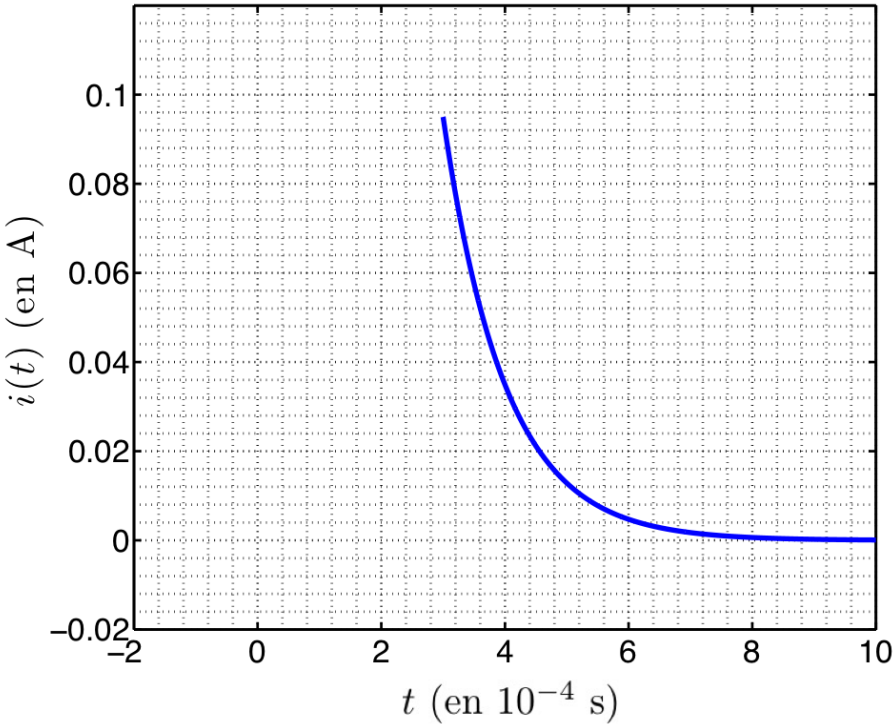
Q13. On considère 2 masses identiques et trois ressorts. Les deux ressorts extérieurs ont la même constante de raideur k_1, mais celui du milieu a pour constante de raideur k_2 (voir figure ci-dessous). On observe les modes propres longitudinaux.
Quelle pulsation propre est-il possible d'observer ?



(a) $\sqrt{\dfrac{k_1 + 2k_2}{m}}$;
(b) $\sqrt{\dfrac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}}$;
(c) $\sqrt{\dfrac{k_1}{2m}}$;
(d) $\sqrt{\dfrac{2k_1}{m}}$.

Q14. On s'intéresse à un circuit RL série de constante de temps notée τ alimenté par une source idéale de tension de force électromotrice $e(t)$ telle que $e(t) = 0$ pour $t < 0$ s, $e(t) = E = 10$ V pour $0 \leq t < 3\tau$ et $e(t) = 0$ pour $t \geq 3\tau$. À l'instant initial, l'intensité du courant dans le circuit est nulle $i(0) = 0$ et à partir de $t \geq 3\tau$, on relève l'intensité du courant en fonction du temps $i(t \geq 3\tau)$.
Quelles sont la résistance R et l'inductance L ?





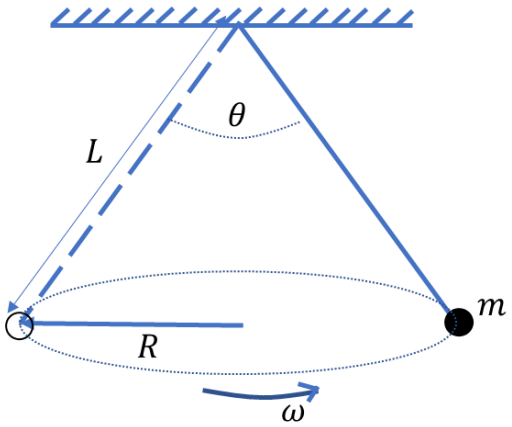
(a) $R = 105\ \Omega$ et $L = 10,5$ mH ;

(b) $R = 100\ \Omega$ et $L = 10,0$ mH ;

(c) $R = 95\ \Omega$ et $L = 9,5$ mH ;

(d) $R = 10\ \Omega$ et $L = 1,0$ mH.

Q15. Un point matériel M de masse m est accroché à une ficelle de longueur L, dont on néglige l'élasticité (qui reste toujours tendue). M se déplace suivant un cercle de rayon R, à la vitesse angulaire constante ω. La ficelle fait un angle $\theta/2$ constant par rapport à la verticale (voir figure).
Quelle est l'expression de la tension T de la corde ?



(a) $mg\frac{R}{L}$;

(b) $mg(\cos\frac{\theta}{2} + \omega^2 R)$;

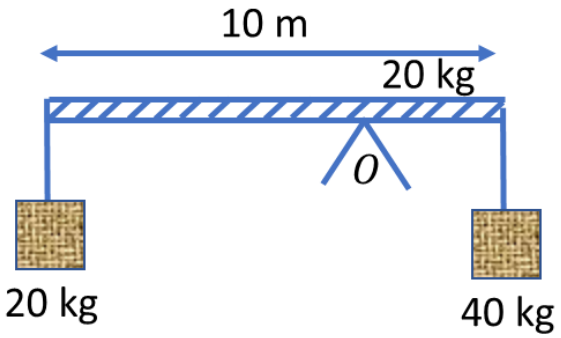
(c) $m(\omega^2 R^2 + g^2)^{\frac{1}{2}}$;

(d) $m(\omega^4 R^2 + g^2)^{\frac{1}{2}}$.

Q16. Quelle est la vitesse d'une particule qui a pour quantité de mouvement 5 MeV/c et une énergie totale relativiste de 10 MeV ?

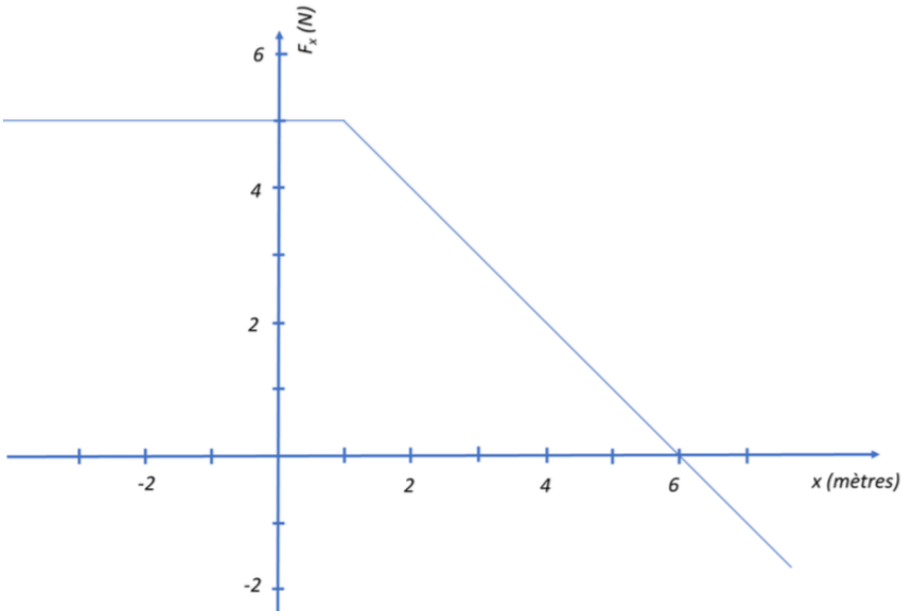
(a) c ;
(b) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ c ;
(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ c ;
(d) $\frac{1}{2}$ c.

Q17. Une tige horizontale (de masse uniformément répartie) de longueur 10 m et de masse 20 kg peut pivoter en un point O. On accroche une masse de 20 kg à l'extrémité gauche et une masse de 40 kg à l'extrémité droite, comme indiqué sur la figure ci-dessous.
À quelle distance le point O se situe du centre de la tige ?



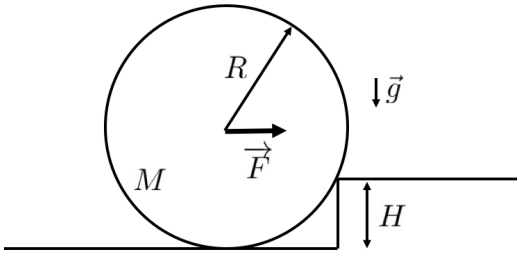
(a) 1,67 m ;
(b) 1,40 m ;
(c) 1,25 m ;
(d) 2,50 m.

Q18. On s'intéresse à une voiture miniature de masse 4 kg qui se déplace selon une direction donnée par l'axe (Ox) horizontal. Le graphique ci-dessous représente la composante F_x de l'unique force $\vec{F}$ horizontale à laquelle est soumis ce jouet en fonction de sa position sur l'axe (Ox). Au point $x = 0$, la composante du vecteur vitesse de la voiture selon l'axe (Ox) est de -3 m.s^{-1} .
Quelle est la vitesse maximum approximative de ce jouet ?



(a) $1,8$ m.s^{-1} ;
(b) $2,7$ m.s^{-1} ;
(c) $4,0$ m.s^{-1} ;
(d) $4,2$ m.s^{-1}.

Q19. Un individu cherche à monter en monoroue, de rayon R, un trottoir, de hauteur H telle que $H < R$. On considère seulement le monoroue de masse M. On admet que le moteur exerce une force horizontale $\vec{F}$ sur l'axe.
Quelle est la norme de la force F nécessaire pour monter le trottoir en monoroue ?



(a) $F = Mg$;

(b) $F = Mg\frac{H}{R-H}$;

(c) $F = Mg\frac{2R-H}{R-H}$;

(d) $F = Mg\frac{\sqrt{H(2R-H)}}{R-H}$.

Q20. Au niveau du sol terrestre, la puissance surfacique du rayonnement solaire est de 500 W.m^{-2}. Un individu regarde le Soleil pendant 1,0 s, à travers un filtre sélectionnant la longueur d'onde de 504 nm, correspondant au maximum d'émission du Soleil. Le filtre ne laisse passer que 0,001% de l'énergie solaire et le diamètre d'un oeil humain est de $2,0$ mm.
Combien de photons N voit l'individu ?

(a) $N = 4.10^{12}$;

(b) $N = 4.10^{10}$;

(c) $N = 8.10^{15}$;

(d) $N = 8.10^{10}$.

Fin de la partie A

Nom : Téléphone :

Prénom : Lycée :

Partie A
QCM — document réponse

Durée conseillée : 1 heure.

*Pour chaque question, les candidats **entoureront** la réponse de leur choix sur ce document.*
Il n'y a qu'une réponse correcte par question.

Q1. (a) (b) (c) (d)

Q2. (a) (b) (c) (d)

Q3. (a) (b) (c) (d)

Q4. (a) (b) (c) (d)

Q5. (a) (b) (c) (d)

Q6. (a) (b) (c) (d)

Q7. (a) (b) (c) (d)

Q8. (a) (b) (c) (d)

Q9. (a) (b) (c) (d)

Q10. (a) (b) (c) (d)

Q11. (a) (b) (c) (d)

Q12. (a) (b) (c) (d)

Q13. (a) (b) (c) (d)

Q14. (a) (b) (c) (d)

Q15. (a) (b) (c) (d)

Q16. (a) (b) (c) (d)

Q17. (a) (b) (c) (d)

Q18. (a) (b) (c) (d)

Q19. (a) (b) (c) (d)

Q20. (a) (b) (c) (d)

Fin de la partie A

Nom : Téléphone :

Prénom : Lycée :

Partie B
Exercice 1
Révolution astrométrique

Durée conseillée : 30 minutes.

Du point de vue terrestre, l'Univers apparait projeté en deux dimensions dans le ciel, sans perspective. Rétablir la profondeur en déterminant les distances auxquelles se trouvent les étoiles est un important défi que les astronomes équipés d'instruments d'optique s'emploient à relever depuis le XVIIe siècle.

Les deux parties de cet exercice (« Instruments d'optique » et « Étoiles céphéides ») sont indépendantes l'une de l'autre.

Instruments d'optique

1. *Lunette de Galilée*

Soit une lunette astronomique constituée d'une lentille mince convergente L_1 et d'une lentille mince divergente L_2 positionnées de manière à constituer une lunette afocale.

On utilise cette lunette pour observer deux étoiles A_∞ et B_∞ très éloignées de la Terre et séparées par une distance angulaire α. L'étoile A_∞ est située dans la direction de l'axe optique (O_1O_2) de la lunette (voir figure 1).

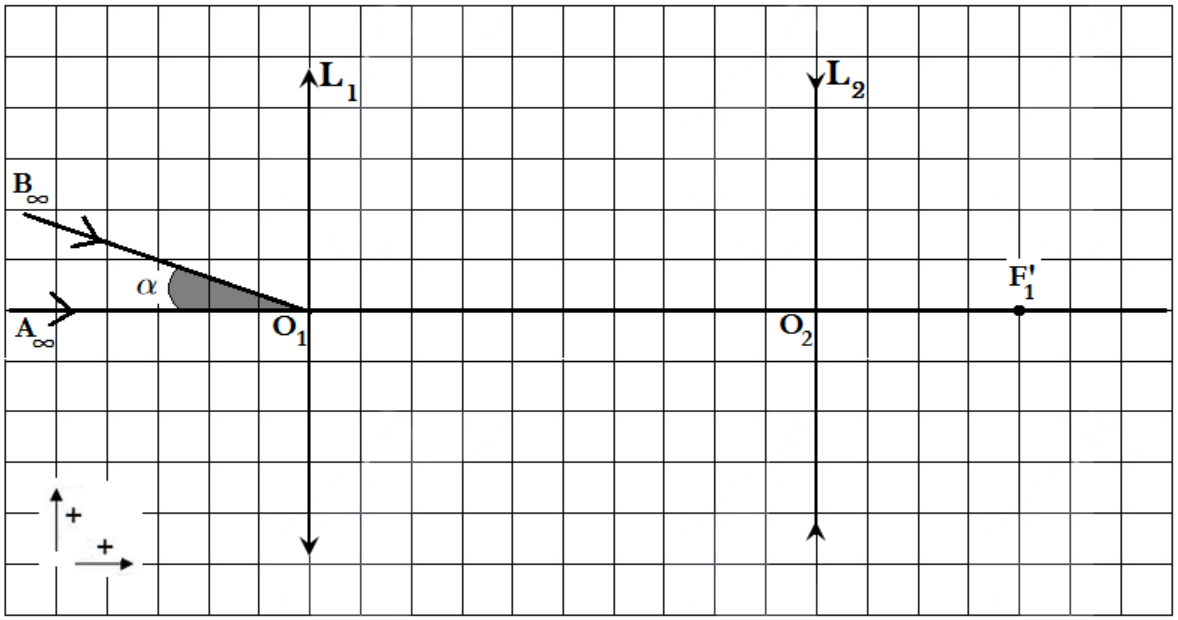


Figure 1. – Schématisation d'une lunette de Galilée

1.a. Sur la figure 1, placer les foyers principaux objet et image de L_2, notés respectivement F_2 et F_2'.
Justifier la position attribuée à F_2.

1.b. Sur la figure 1 :

- positionner l'image intermédiaire B_1 de l'étoile B_∞ par la lentille L_1 ;
- repérer l'angle α' sous lequel l'étoile B_∞ est observée avec la lunette ;
- tracer la suite du rayon lumineux $B_\infty O_1$;
- calculer numériquement le grossissement α'/α en se servant du quadrillage de la figure 1.

2. *Phénomène de diffraction*

Lorsque de la lumière de longueur d'onde λ pénètre dans une lunette ou un télescope, elle est diffractée par le contour circulaire de son objectif et forme une tache d'Airy autour du point image prévu par l'optique géométrique (voir figure 2 où ce qui est très lumineux est représenté en noir et ce qui est sombre est en blanc).

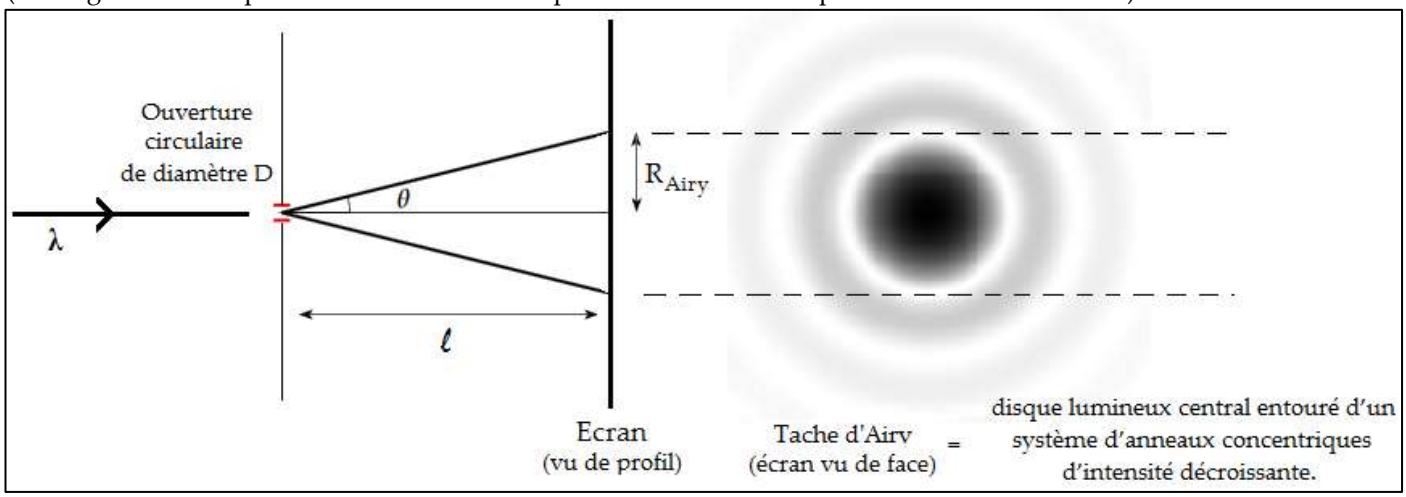


Figure 2. – Lumière diffractée par un diaphragme circulaire

En admettant que le demi-angle d'ouverture θ du cône lumineux central de la figure 2 a pour valeur 1,22 fois celui de la bande centrale qu'on observerait en remplaçant l'ouverture circulaire par une fente de largeur D, exprimer le rayon R_{Airy} du disque d'Airy en fonction des paramètres du dispositif expérimental. On se placera dans l'hypothèse des petits angles pour θ.

3. *Pouvoir de résolution*

On considère de nouveau la lunette de Galilée étudiée en question 1 : celle-ci ne fournit des images distinctes des étoiles A et B qu'à la condition de pouvoir séparer leurs images intermédiaires A_1 et B_1 formées par la lentille L_1.

Critère de Rayleigh

On commence à distinguer deux points lorsque le maximum d'intensité de la figure de diffraction de l'un coïncide avec la première annulation de l'autre.

Traduire le critère de Rayleigh en une inégalité portant sur la distance A_1B_1 et R_{Airy}.
En déduire une inégalité fonction de λ, de α et du diamètre D de L_1 puis donner l'expression de l'angle α_{lim} en dessous duquel la lunette ne permet pas de distinguer A et B selon ce critère.

Cet angle limite est par définition le « pouvoir de résolution » théorique de la lunette.
Dans la pratique, ce pouvoir de résolution est limité par les turbulences atmosphériques.

4. *Application : télescope Hooker*

L'expression du pouvoir de résolution α_{lim} obtenue en question 3 est valable pour tout type de lunette astronomique ainsi que pour tout type de télescope.

En 1917, l'Observatoire du Mont Wilson (Californie) met en service le télescope le plus puissant du monde : le télescope Hooker possédant un objectif de 2,54 m de diamètre. Celui-ci pulvérise le record de 1,52 m détenu jusqu'alors par un autre télescope du Mont Wilson.
Calculer le facteur existant entre le pouvoir de résolution du télescope Hooker et celui de son prédécesseur.

Étoiles céphéides

Une céphéide est une étoile géante subissant des épisodes de dilatation et de compression sur un rythme très régulier, entrainant la variation périodique de sa luminosité.

En 1912, l'analyse de milliers de plaques photographiques prises du Petit Nuage de Magellan permit l'identification et l'étude par Henrietta Leavitt de 25 céphéides. L'astronome remarqua que plus ces étoiles pulsantes étaient brillantes, plus leur période était grande. Elle révéla ainsi l'existence de la relation période-luminosité des céphéides qui, convenablement étalonnée, constitue un outil précieux de mesure des distances extragalactiques de l'Univers.

Henrietta Leavitt à l'Observatoire de l'Université d'Harvard

On considère une étoile sphérique de rayon R dont l'enveloppe externe de température absolue T est assimilée à un corps noir. Cette étoile est située à une distance de la Terre notée d, avec d >> R.

5. Loi de Stefan-Boltzmann

Écrire la loi de Stefan-Boltzmann donnant la puissance P de l'ensemble des longueurs d'onde émises par un corps noir de surface S en équilibre à la température T. Préciser les unités dans le système international (S. I.) de chacune des grandeurs physiques utilisées.

6. Luminosité L

La luminosité L d'une étoile correspond à la puissance rayonnée par celle-ci. Donner l'expression de la luminosité L de l'étoile considérée en fonction de R, T et de la constante de Stefan-Boltzmann σ.

7. Éclat E

L'éclat d'une étoile, noté E, est une grandeur mesurable. Il s'agit de sa luminosité reçue sur Terre par unité de surface. Donner l'expression de l'éclat E de l'étoile étudiée en fonction de T, σ, R et d.

8. Magnitude apparente m

La loi de Pogson définit la magnitude apparente m d'une étoile à partir de son éclat E :

$$\boldsymbol{m = k \log E + C}$$

avec k et C des constantes

Loi de Pogson

Hipparque (IIème siècle av. J.C.) avait proposé de classer les étoiles sur une échelle allant de 1 pour les plus brillantes à 6 pour les moins lumineuses. Afin de rester en accord avec cette classification, la loi de Pogson attribue la valeur 100 au rapport des éclats de deux étoiles de magnitudes apparentes respectives m=1 et m=6.
Calculer alors la valeur de la constante k de la loi de Pogson.

Une source lumineuse parait d'autant plus brillante qu'elle est proche. Ainsi, la magnitude apparente m d'une étoile dépend de la distance à laquelle elle se trouve.

9. Magnitude absolue M

La magnitude absolue M d'une étoile rend compte de sa luminosité intrinsèque. Il s'agit d'une grandeur propre à une étoile, indépendante de sa distance (deux étoiles de même puissance et situées à des distances différentes auront même magnitude absolue M).

Par définition, la magnitude absolue d'une étoile est la magnitude apparente qu'aurait cette étoile si elle était située à une distance fixe de 10 parsecs.

Donnée : un parsec (pc) peut être considéré comme égal à 3,261 années-lumière (a. l.).

Montrer que la différence (m – M) appelée « module de distance » s'exprime selon la formule ci-dessous :

$$\boldsymbol{m - M = 5\log d - 5}$$

avec d en parsecs

Module de distance

10. Relation période-luminosité des céphéides

La modélisation des mesures d'Henrietta Leavitt permit l'obtention d'une relation entre la moyenne dans le temps de la magnitude apparente < m > des céphéides du Petit Nuage de Magellan et la période P de leurs oscillations :

$$\boldsymbol{< m > = -1,74\log(P) + 16,94}$$

dans le système de magnitude de Harvard, avec P en jours

Le Petit Nuage de Magellan est suffisamment éloigné de la Terre pour que l'on puisse considérer les céphéides observées comme étant toutes situées à la même distance. Henrietta Leavitt affirma ainsi l'existence d'une **relation période-luminosité** portant sur la magnitude absolue moyenne <M> des céphéides, valable partout dans l'Univers (et pas uniquement dans le Petit Nuage de Magellan) :

$$\boldsymbol{< M > = -1,74\log(P) + b}$$

avec b un coefficient à déterminer afin que la relation soit calibrée

Relation période-luminosité

En 1920, l'astronome Harlow Shapley proposa un étalonnage de cette relation : selon ses observations, le module de distance (m-M) des céphéides du Petit Nuage de Magellan serait égal à 17,55 (dans le système de magnitude de Harvard).

Calculer alors la valeur de b proposée par Harlow Shapley.

11. Hubble et la galaxie d'Andromède

Jusqu'en 1923, notre perception de l'Univers se limitait à la Voie lactée, notre galaxie. Cette année-là, grâce au télescope Hooker, Edwin Hubble découvrit la céphéide V1 de la nébuleuse d'Andromède, une autre galaxie, alors qu'on la pensait située au sein de la nôtre et dont on ignorait la nature exacte (amas d'étoiles ? nuage de gaz ? …).

Le graphique de la figure 3 présente les premières estimations d'Hubble concernant la céphéide V1 : une période de 31,415 jours et une magnitude apparente médiane de 18,6 (dans le système de magnitude de Harvard).

Hubble et le télescope Hooker

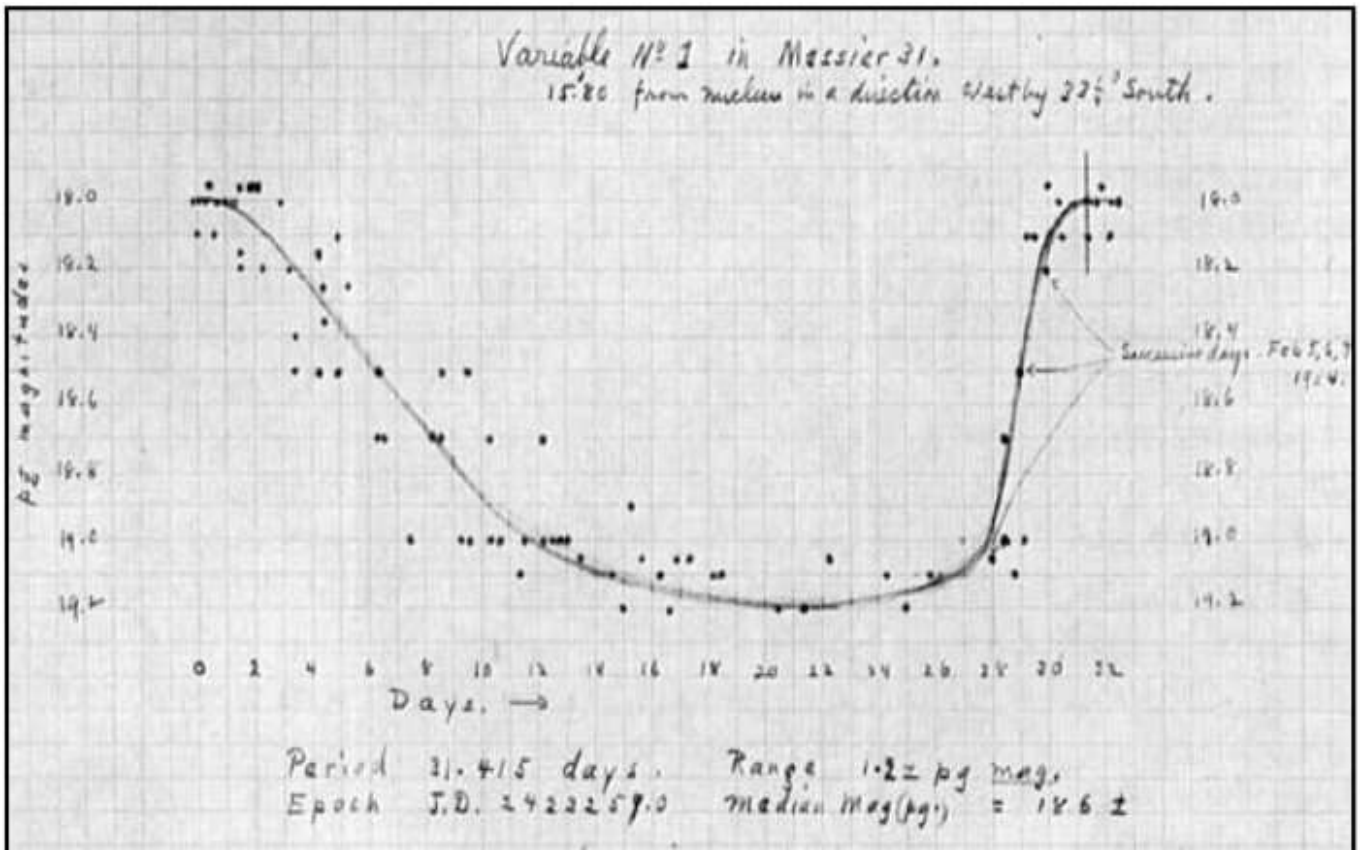


Figure 3. – Graphique réalisé par Hubble représentant la magnitude apparente de la céphéide V1 en fonction du temps

Avec l'hypothèse que cette céphéide V1 fonctionnait de la même façon que celles du Petit Nuage de Magellan, Hubble fut en mesure de calculer la distance séparant la Terre de la nébuleuse d'Andromède.

D'après l'état des connaissances scientifiques en 1923, exposé dans cet exercice, reproduire le calcul de cette distance par Hubble. Donner le résultat en années-lumière.
La valeur médiane de m déterminée par Hubble pourra être assimilée à sa valeur moyenne.

… Epilogue …

Dans son article de 1929 : *A spiral nebula as a stellar system, Messier 31,* Edwin Hubble estime finalement que la nébuleuse d'Andromède se situe à 900 000 années-lumière de la Terre, donc clairement au-delà des limites de notre galaxie. Il prouve ainsi que l'Univers ne se réduit pas à la Voie lactée et que la nébuleuse d'Andromède est donc un amas d'étoile : c'est une galaxie à part entière.

Pour obtenir ce résultat, Hubble a utilisé la relation période-luminosité d'Henrietta Leavitt, étalonnée par Harlow Shapley. Nous savons maintenant que cet étalonnage était erroné (Shapley ignorait l'existence de deux types de céphéides et que l'étude d'Henrietta Leavitt ne portait que sur un seul d'entre eux). La galaxie d'Andromède est aujourd'hui estimée à une distance de 2,55 millions années-lumière. La conclusion d'Hubble concernant la nature de cette nébuleuse reste néanmoins correcte.

Fin de la partie B

Nom : Téléphone :

Prénom : Lycée :

Partie C
Décalage de fréquence d'une onde lumineuse dans un champ gravitationnel

Durée conseillée : 30 minutes.

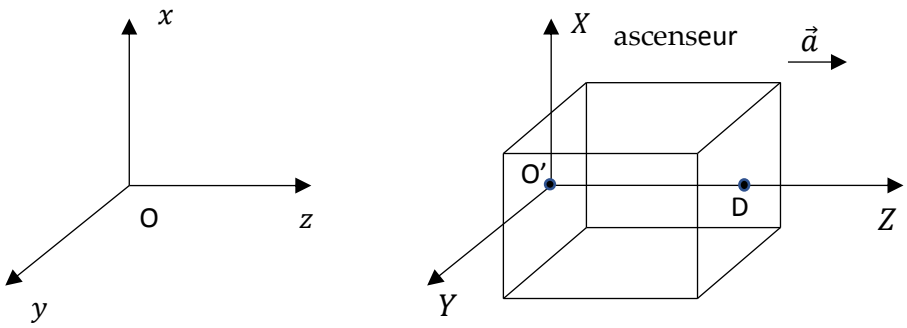
Dans tout cet exercice, on appliquera les lois de la cinématique et de la dynamique newtoniennes (c'est-à-dire non relativistes).

On sait que, à la limite où la célérité de la lumière dans le vide, c, est beaucoup plus grande que toutes les autres vitesses intervenant dans le problème, la mécanique newtonienne et les théories relativistes tendent vers les mêmes prévisions. C'est pourquoi tous les résultats obtenus ici dans cet exercice dans un cadre non relativiste devront être simplifiés en ne retenant que le terme non nul d'ordre le plus faible dans leur développement en puissance de $\frac{1}{c}$.

On rappelle que, si $|\varepsilon| \ll \frac{1}{\alpha}$, $(1+\varepsilon)^\alpha \approx 1 + \alpha\varepsilon$

I. Le principe d'équivalence

Considérons, avec Einstein, un « ascenseur », situé dans un lieu où ne règne aucun champ gravitationnel, et propulsé par un moteur qui lui confère une accélération constante $\vec{a}$ par rapport à un référentiel galiléen $\mathcal{G}$ (voir figure). L'ascenseur est assimilé à un référentiel $\mathcal{A}$, accéléré (donc non galiléen).



Référentiel galiléen $\mathcal{G}$
$\{O\,;\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$

Référentiel accéléré $\mathcal{A}$
$\{O'\,;\vec{e}_x,\ \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$

À l'intérieur de l'ascenseur se trouve un objet assimilé à un point matériel M, de masse m, qui est soumis à une force $\vec{F}$ non gravitationnelle (par exemple d'origine électromagnétique).

1) En écrivant le principe fondamental de la dynamique appliqué à M, montrer que les lois de la mécanique dans le référentiel $\mathcal{A}$ de l'ascenseur sont les mêmes que dans un référentiel galiléen $\mathcal{G}'$ où règne un champ gravitationnel uniforme $\vec{g} = -\vec{a}$.

Le principe d'équivalence consiste à généraliser ce résultat aux lois de la physique : Einstein postule que les lois de la physique sont les mêmes dans un référentiel accéléré, où il n'y a pas de gravitation, et dans un référentiel galiléen où règne un champ de gravitation approprié ($\vec{g} = -\vec{a}$, dans l'exemple choisi pour la question 1).

Nous allons maintenant nous intéresser à la propagation de la lumière dans une zone de l'espace où il existe un champ gravitationnel, et en particulier nous allons mettre en évidence l'existence d'un changement de fréquence d'une onde électromagnétique se propageant dans cette zone de l'espace. Cet effet est connu sous le nom de décalage d'Einstein. Pour l'étudier nous allons utiliser le principe d'équivalence ; nous allons donc l'étudier non pas dans le référentiel galiléen $\mathcal{G}'$ où il existe un champ gravitationnel, mais dans le référentiel accéléré $\mathcal{A}$, c'est-à-dire dans le référentiel de l'« ascenseur ».

II. Décalage d'Einstein dans l'ascenseur accéléré

On place un émetteur E de lumière sur le plancher de l'ascenseur, en O' (E et O' sont confondus), et un détecteur D au plafond de l'ascenseur (voir figure). L'émetteur E et le détecteur D sont fixes dans l'ascenseur (c'est-à-dire dans le référentiel $\mathcal{A}$), et ils sont séparés par la distance $d = \text{ED}$.
On pose $\vec{a} = \gamma \vec{e}_z$ (avec $\gamma > 0$). Ainsi la seule coordonnée spatiale qui intervient désormais dans le problème est la coordonnée z dans le référentiel $\mathcal{G}$ (ou Z dans le référentiel $\mathcal{A}$).

2) Déterminer les vitesses $v_E(t)$ et $v_D(t)$ à l'instant t de E et D dans le référentiel $\mathcal{G}$.
On supposera qu'à l'instant $t = 0$ choisi comme origine des temps, ces vitesses sont nulles, (soit $v_E(t = 0) = v_D(t = 0) = 0$), et les origines O et O' = E des deux référentiels $\mathcal{G}$ et $\mathcal{A}$ coïncident (soit $z_E(t = 0) = 0$).

L'émetteur E émet à l'instant t_e un signal lumineux de fréquence f_e (dans le référentiel $\mathcal{A}$ de l'ascenseur. Ce signal parvient au détecteur D à l'instant t_d ; sa fréquence, mesurée par le détecteur D, est notée f_d. Les ondes électromagnétiques sont supposées se propager à la vitesse c dans le référentiel galiléen $\mathcal{G}$.

3) En négligeant le déplacement de l'émetteur et du récepteur dans le référentiel $\mathcal{G}$ entre t_e et t_d, exprimer le « temps de vol » du signal $t_d - t_e$ entre E et D du signal en fonction de c et d.

Effet Doppler (non relativiste) : On rappelle que si une onde se propage à la vitesse $c_{onde}\vec{e}_z$ dans un référentiel $\mathcal{R}$ et que le référentiel $\mathcal{R}'$ est en translation (uniforme) à la vitesse $u_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}\vec{e}_z$ par rapport à $\mathcal{R}$, les fréquences f et f' de l'onde mesurées respectivement dans $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$sont reliées par :

$$\frac{f'-f}{f} = -\frac{u}{c_{onde}}$$

4) En expliquant votre raisonnement avec précision, déterminer le décalage d'Einstein (en valeur relative) $\frac{f_d - f_e}{f_e}$ en fonction de d, γ et c.
Observe-t-on un décalage d'une lumière visible vers le rouge (les basses fréquences) ou le bleu (les hautes fréquences) ?
Indication : Il faudra faire intervenir la vitesse de l'émetteur E lors de l'émission du signal et celle du récepteur D lors de la réception du signal.

III. Décalage d'Einstein dans un champ gravitationnel

Plaçons-nous maintenant sur Terre, c'est-à-dire dans le référentiel $\mathcal{G}'$: la situation physique que nous avons décrite est :

- un émetteur E situé à l'altitude $Z_E = 0$, et un récepteur D situé à l'altitude $Z_D = d$, l'un et l'autre immobiles sur Terre (l'ascenseur est au repos dans $\mathcal{G}'$) ;
- un champ gravitationnel $\vec{g} = -\vec{a}$, qu'on peut valablement considérer comme uniforme (en tout cas tant que l'altitude de l'ascenseur est notablement plus faible que le rayon de la Terre).

On définit le potentiel gravitationnel au point P, noté $V_g(\mathrm{P})$, par la relation $E_{pg} = mV_g(\mathrm{P})$, où E_{pg} est l'énergie potentielle gravitationnelle d'un point matériel de masse m situé au point P. Comme l'énergie potentielle, le potentiel gravitationnel est défini à une constante additive près.

5) Donner l'expression du potentiel gravitationnel dans un champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$, et en déduire que l'expression obtenue à la question 4 peut s'écrire (à l'ordre le plus pas en $\frac{1}{c}$) :

$$\frac{f_d - f_e}{f_e} = -\frac{V_g(\mathrm{D}) - V_g(\mathrm{E})}{c^2}$$

où $V_g(\mathrm{E})$ et $V_g(\mathrm{D})$ sont les potentiels gravitationnels aux points E et D où sont situés l'émetteur et le récepteur.

En relativité générale (qui est une théorie relativiste de la gravitation), on montre que ce résultat reste exact dans le cas d'un champ gravitationnel non uniforme (donc pour une accélération $\vec{a}$ qui n'est pas constante).

IV. Application à la naine blanche Sirius B

Sirius, l'étoile le plus brillante du ciel, est en fait un système binaire ; l'un de ces composants, Sirius B, est une naine blanche, de masse $M = 2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg (comme le Soleil). En étudiant son spectre, on observe un décalage vers le rouge : après avoir soustrait l'effet du mouvement de Sirius B par rapport à la Terre, on obtient un décalage gravitationnel qui serait le même que le décalage Doppler que cette étoile aurait si elle s'éloignait de nous à une vitesse $u \approx 80$ km/s.

6) En faisant l'approximation que le potentiel gravitationnel de Sirius B à la surface de la Terre est le même qu'à l'infini, déterminer le rayon de Sirius B.
Commenter le résultat obtenu (on pourra évaluer la masse volumique de Sirius B).
Expliquer pourquoi, dans cette évaluation, il n'est pas nécessaire de prendre en compte le potentiel gravitationnel de la Terre.

Données :

Constante de gravitation Universelle	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$
Célérité de la lumière	$c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Fin de la partie C

Nom : Téléphone :

Prénom : Lycée :

Partie D
Problème 1
Le télégraphe

Durée conseillée : 1 heure.

Un télégraphe est un système destiné à transmettre des messages appelés télégrammes d'un point à un autre à l'aide d'un code prédéfini. Bien que ce mode de transmission soit en grande partie remplacé de nos jours par le téléphone et le courrier électronique, il a longtemps été un mode de communication privilégié pour de nombreuses applications. Dans ce problème, on se propose d'étudier plusieurs types de télégraphes. Les deux parties de ce problème sont indépendantes.

I. Télégraphe électrique

Le premier télégraphe électrique a été mis au point par Charles Wheatstone en 1838, puis amélioré par Samuel Morse. Le principe est d'envoyer un signal électrique sur une ligne télégraphique située entre deux postes A et B. Ce signal, constitué d'une série d'impulsions électriques longues (appelées « traits ») ou courtes (appelées « points »), permet de coder un message selon un code appelé « alphabet Morse » : chaque lettre, chiffre ou ponctuation du message correspond à une série de traits et de points.

Par exemple, sur la figure 1, le signal codé est « SOS » :

- le S est constitué de trois points et le O de trois traits ;
- la durée d'un trait est trois fois plus grande que celle d'un point ;
- l'intervalle entre chaque point ou chaque trait codant pour la même lettre a même durée qu'un point ;
- l'intervalle entre deux lettres a même durée que trois points.

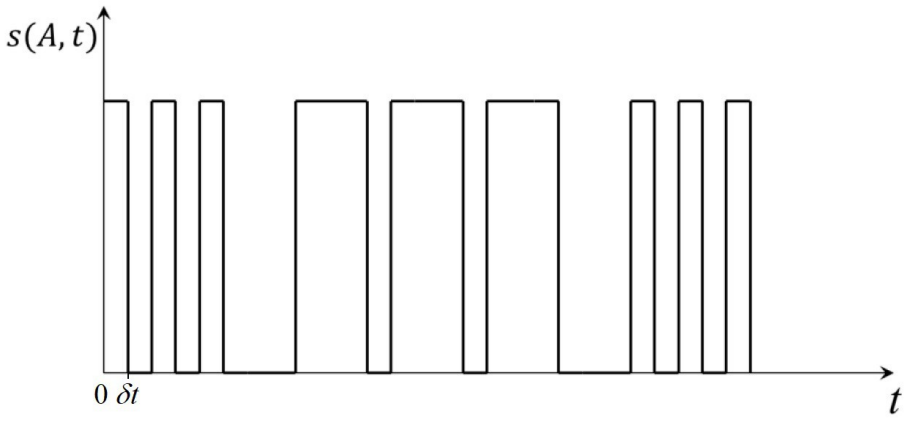
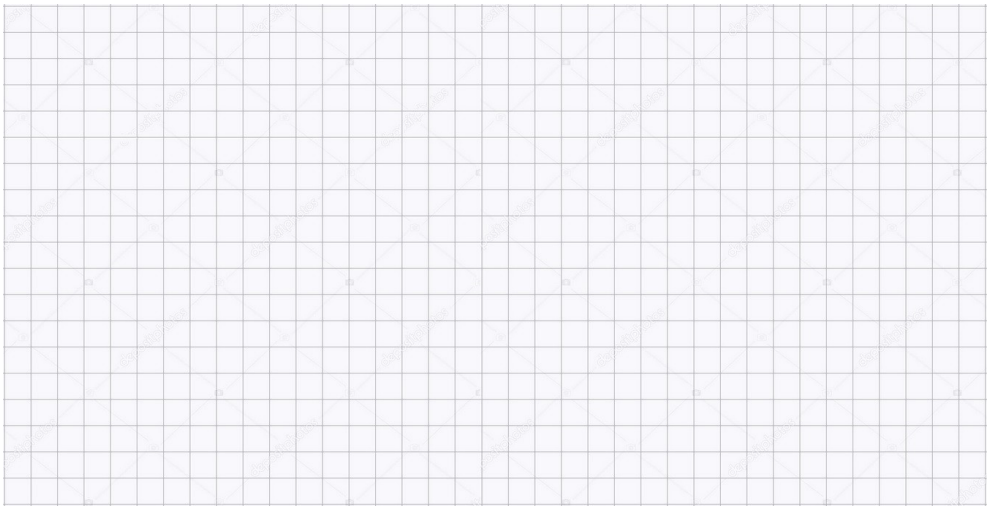


Figure 1 : Message SOS en code Morse, envoyé d'un poste A à un poste B.

On note L la longueur de ligne télégraphique entre A et B, et δt la durée d'un point. La célérité c de l'onde dans la ligne est telle que $L = 4c\delta t$. Le télégraphiste A envoie à partir de l'instant $t = 0$ le message $s(A, t)$ destiné au poste B (figure 1). On suppose que l'onde dans la ligne télégraphique est une onde progressive.

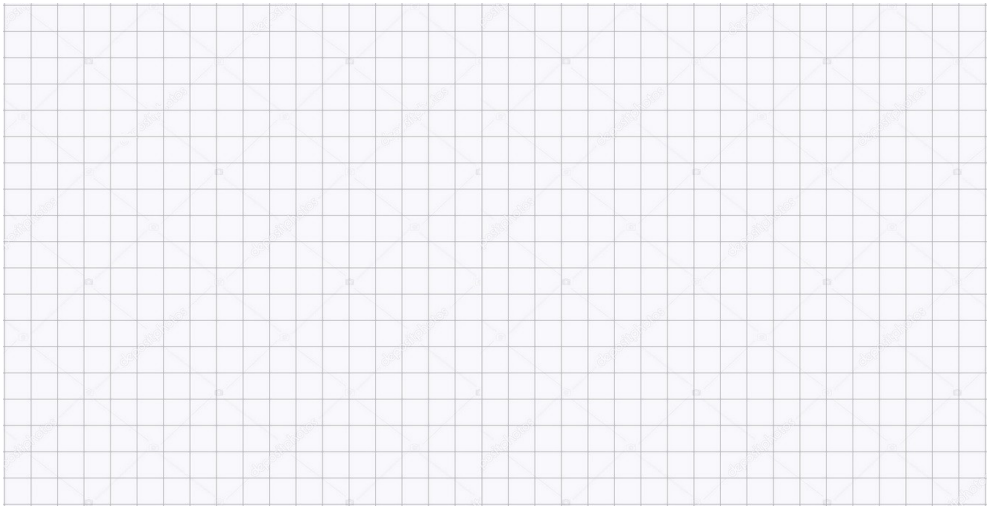
1) Exprimer τ le temps de propagation de l'onde de A à B, en fonction de δt.

2) Représenter le signal $s\,(B,\,t)$ sur le quadrillage ci-dessous.



3) Représenter sur les quadrillages la forme de l'onde dans la ligne aux différents instants suivants :

a) À l'instant $t = 4\delta t$.



b) À l'instant $t = 8\delta t$.

II. Télégraphe sans fil

La télégraphie sans fil (TSF) est apparue au début du XXème siècle. Elle repose toujours sur le codage de l'alphabet Morse, mais la transmission se fait par l'intermédiaire d'ondes électromagnétiques. Le principe consiste à émettre une série d'impulsions électromagnétiques de durées variables pour représenter les traits et les points. Les dispositifs d'émission et de réception ont beaucoup évolué au cours du XXème siècle. Dans cette partie, on se contentera d'en décrire quelques aspects.
Un émetteur courant de la TSF est l'émetteur à ondes amorties par excitation indirecte (figure 2).

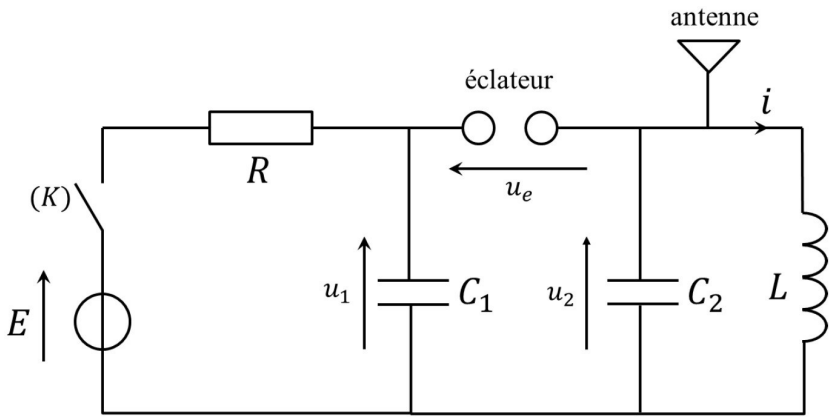


Figure 2 : Schéma d'un émetteur à ondes amorties par excitation indirecte.

Lorsque le télégraphiste veut émettre un signal, il appuie sur l'interrupteur (K) dans le circuit de la figure 2. Tant que la tension u_e aux bornes de l'éclateur reste inférieure à une tension de claquage U_E l'éclateur peut être assimilé à un interrupteur ouvert.
Lorsque la tension u_e dépasse la tension U_E une étincelle apparaît entre les deux bornes de l'éclateur et celui-ci devient conducteur : on considérera que l'éclateur se comporte alors comme un fil. La tension imposée par le générateur de tension continue est égale à $E > U_E$. La bobine d'inductance L est supposée idéale.
À un instant $t = 0$, le télégraphiste ferme l'interrupteur (K). Les condensateurs de capacités C_1 et C_2 sont déchargés

pour $t < 0$.

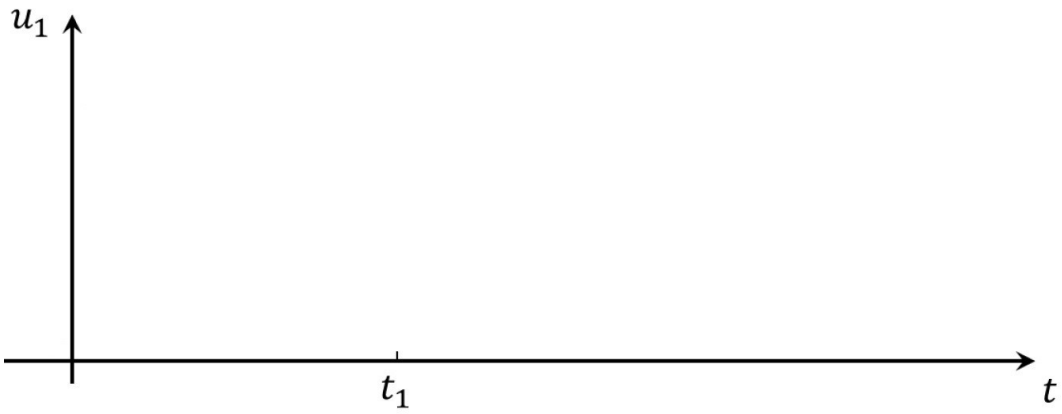
Données : $C_1 = 1{,}0$ µF ; $U_E = 5{,}0$ kV ; $E = 5{,}5$ kV.

4) Que vaut la tension u_e aux bornes de l'éclateur juste après la fermeture de l'interrupteur ? Montrer que l'éclateur se comporte au départ comme un interrupteur ouvert.

5) Déterminer l'expression de la tension $u_1(t)$ pour $t > 0$, tant que l'éclateur se comporte comme un interrupteur ouvert.

6) Déterminer l'expression du temps t_1 à partir duquel l'éclateur se comporte comme un fil.

7) Toujours en admettant que (K) reste fermé, tracer l'allure de u_1 (t) pour $0 \leq t \leq t_1$ sur le graphe ci-dessous. Placer U_E sur le graphe.



8) Sachant que t_1 = 2,50 ms, calculer la valeur de la résistance R.

Lorsque l'étincelle apparaît au niveau de l'éclateur, ce dernier se comporte comme un fil. Un transfert de charges quasi-instantané s'opère alors du condensateur de capacité C_1 vers le condensateur de capacité C_2, conduisant à l'apparition d'une tension $u_2 = U_0$ aux bornes du condensateur de capacité C_2.
Du fait de la brièveté de cette phase, la bobine d'inductance L pourra être assimilée à un interrupteur ouvert.

9) La charge totale se conservant, déterminer l'expression de U_0 en fonction de U_E, C_1 et C_2.

10) Sachant que $C_2 >> C_1$, montrer qu'on peut considérer que le condensateur de capacité C_1 est quasi-intégralement déchargé à l'issue de cette phase.

À l'issue de ce transfert de charges, l'étincelle disparaît et l'éclateur se comporte à nouveau comme un interrupteur ouvert. On prend une nouvelle origine des temps $t' = 0$, de telle sorte que $u_2\,(t' = 0) = U_0$ et $i\,(t' = 0) = 0$.

11) Déterminer l'expression de la tension $u_2\,(t)$ pour $t' > 0$ (et avant tout nouveau court-circuit de l'éclateur, soit $t' < t_1$), en négligeant la présence de l'antenne. Préciser l'expression de la période T_0 des oscillations électriques.

Les oscillations électriques sont converties en une onde électromagnétique par l'antenne. Du fait de la conversion d'énergie électrique en énergie électromagnétique, l'amplitude des oscillations électriques diminue, jusqu'à être nulle. On admettra que cette décroissance se fait sur une durée inférieure à t_1, et on approximera la pseudo-période des oscillations à T_0.

12) En supposant que les pertes par effet Joule sont négligeables, déterminer l'énergie transmise à l'antenne $E_{antenne}$ en fonction de C_2 et U_0.

La répétition de ce cycle conduit alors à l'émission par l'antenne d'une série d'ondes amorties, comme représenté sur la figure 3.

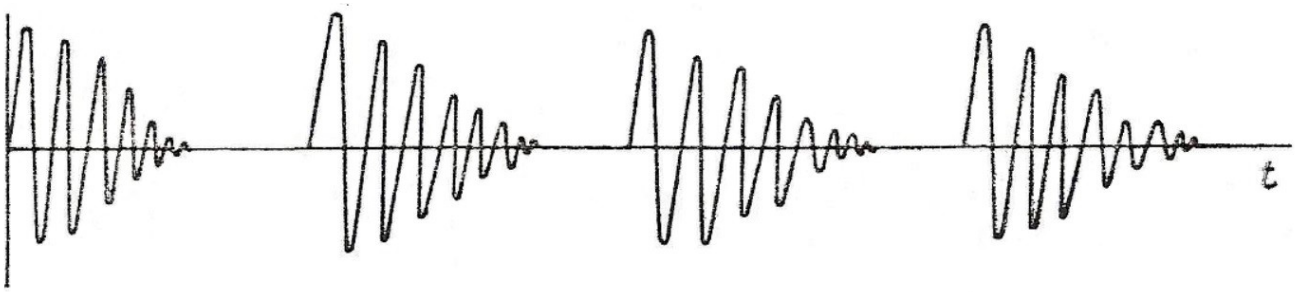


Figure 3 : Émission par l'antenne de trains d'ondes amorties (courbe extraite de l'article « Émetteur à étincelles » de Wikipédia).

13) Indiquer sur la figure 3 les durées t_1 et T_0. On justifiera la réponse.

14) Représenter l'allure de la tension u_1 au cours du temps sur plusieurs cycles en complétant le graphe de la question 7. On tiendra compte de la relation d'ordre entre les tensions U_0 et U_E.

À chaque émetteur TSF, on alloue une fréquence d'émission, qui est égale à la fréquence des oscillations électriques du circuit LC_2.

15) Quels paramètres du circuit peut-on régler pour émettre à la fréquence allouée ?

À la réception, le signal électromagnétique est capté par une antenne qui convertit le signal électromagnétique en un signal électrique proportionnel. À la suite de traitements plus ou moins complexes selon le type de récepteur, on obtient de nouveau le signal électrique de la figure 3, qu'on convertit en signal acoustique de même fréquence. Lorsqu'un signal est reçu, le télégraphiste entend un son dont la durée lui permet de distinguer les traits et les points de l'alphabet Morse, afin de reconstituer le message.

16) Rappeler la gamme de fréquences audibles par l'oreille humaine.

17) Sachant que t_1 = 2,50 ms, montrer que le télégraphiste entend bien un son lors de la réception du signal.

Fin de la partie D

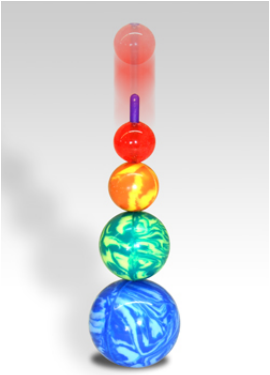
Nom : Téléphone :

Prénom : Lycée :

Partie E
Problème 2
Canon de Galilée

Durée conseillée : 1 heure.

On considère un jouet constitué de quatre balles pleines et sphériques de rayon décroissant, percées en leur milieu. Elles sont empilées sur une tige : la plus grosse balle est traversée entièrement par la tige et lui est solidaire, tandis que les trois autres peuvent coulisser. Seule la balle la plus haute peut cependant se dissocier de la tige.
On constate que, lâché d'une hauteur $h_0 = 1\,\mathrm{m}$, le système permet la propulsion sur une hauteur importante de la plus petite des balles. L'objectif est de déterminer théoriquement la hauteur atteinte par celle-ci.



Pour répondre aux questions qui suivent, il appartient au candidat de modéliser la situation. Il est notamment attendu de sa part :

- *qu'il schématise la situation expérimentale ;*
- *qu'il introduise les grandeurs physiques pertinentes et qu'il associe à chacune d'elles une notation ;*
- *qu'il précise les lois physiques qu'il est amené à utiliser ainsi que les hypothèses et approximations qu'il est amené à formuler ;*
- *que ses calculs soient menés littéralement mais qu'ils aient pour but final d'obtenir une valeur numérique typique pour des conditions expérimentales réalistes ;*
- *qu'il critique les résultats obtenus et propose des améliorations à la modélisation qu'il aura conduite.*

Question 1 : On considère dans un premier temps deux balles 1 et 2 de masse m_1 et $m_2 < m_1$ placée au-dessus. Déterminer l'expression littérale de la vitesse de la balle 2 après son rebond, alors que le système arrive à la vitesse v_0 au niveau du sol. On pourra considérer que les deux balles ne se touchent pas lors de l'impact de la balle 1.

Question 2 : On considère maintenant le jouet tout entier. Déterminer la valeur numérique du ratio $\dfrac{h}{h_0}$, où h est la hauteur atteinte par la plus petite balle du jouet lâché initialement d'une altitude h_0, à la verticale.

Documents-ressources

Caractéristiques du jouet

Sans la tige, l'ensemble des balles, de matériau relativement similaire, pèse $m_{\text{tot}} = 100\,\text{g}$, pour une hauteur de tige d'environ 15 cm.

Coefficient de restitution

Lors d'une collision entre deux objets, on introduit le coefficient de restitution, noté e, correspondant au rapport entre leur vitesse relative finale sur leur vitesse relative initiale avant le choc.

On qualifie la collision d'élastique lorsque $e = 1$, mais sinon du fait des pertes liées par exemple à la déformation plastique ou la conversion en énergie thermique, $0 < e < 1$. Quelques exemples de coefficients sont donnés dans le tableau ci-dessous pour des contacts entre matériaux identiques :

Bois/bois	liège / liège	verre / verre	ivoire / ivoire	acier / acier
0,5	0,56	0,9	0,88	0,71

puis entre des balles et un sol en béton :

Basket	golf	tennis	caoutchouc	plastique dur	bille de bois	bille en acier
0,78	0,86	0,71	0,82	0,68	0,6	0,59

Fin de la partie E