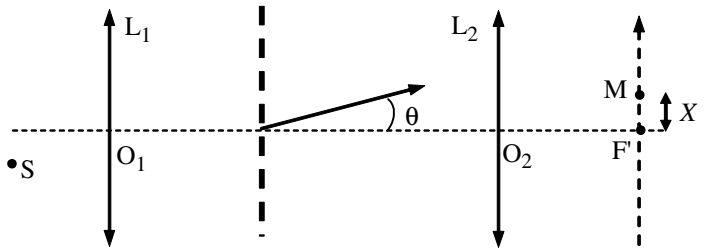
Réseaux de diffraction

Un réseau est une surface plane ou métallique sur laquelle sont tracés un grand nombre de traits rectilignes, identiques, parallèles entre eux et équidistants.
Typiquement, on peut avoir 80, 300 ou 600 traits par mm au laboratoire, ce qui fait une distance a entre de 2 traits de 12,5 µm, 3,33 µm ou 1,67µm, sur des largeurs de 4 cm soit un nombre de traits de 3200, 12000 et 24000. On aura donc a de l'ordre de quelques λ, et N le nombre de traits >> 1.

On étudie les réseaux dans les conditions de Frauhöffer, soit avec un éclairage en lumière parallèle (source ponctuelle à l'infini), et on regarde à l'infini (plan d'observation dans le plan focal image d'une lentille).

Le montage est du type :

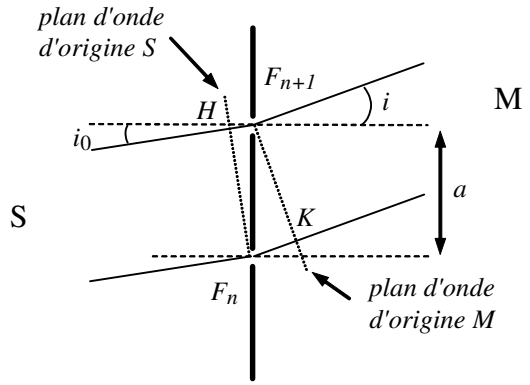


Les traits du réseau sont très fins, on peut considérer qu'ils diffractent la lumière reçue dans toutes les directions du ½ espace situé après le réseau. Chaque fente émet donc une onde, cohérente avec celles émises par les autres fentes, mais déphasée.

Calcul de la différence de phase pour deux traits consécutifs :

On considère une onde incidente avec l'angle i_0 et on regarde les interférences dans la direction diffractée i.
La différence de marche δ entre le rayon issu de S passant par F_n et le rayon issu de S passant par F_{n+1} vaut :

$\delta = (SF_nM) - (SF_{n+1}M)$
$\quad = (SF_n) + (F_nK) + (KM) - (SH) - (HF_{n+1}) - (F_{n+1}M)$



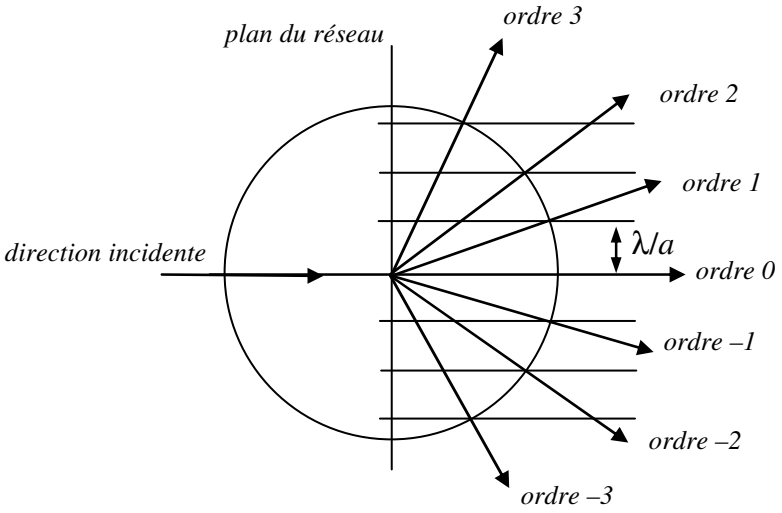
Avec le théorème de MALUS, on a $(SF_n) = (SH)$ et $(KM) = (F_{n+1}M)$
$\delta = (F_nK) - (HF_{n+1}) = a.\sin i - a.\sin i_0$
Soit une différence de phase $\varphi = \dfrac{2\pi.a}{\lambda}.(\sin i - \sin i_0)$

Comme dans le cas de la diffraction, ces N ondes cohérentes vont interférer, on ajoute donc en M ces ondes : $s(M,t) = s_0.\cos(\omega t - \phi_0(M)) + s_0.\cos(\omega t - \phi_1(M)) + \ldots + s_0.\cos(\omega t - \phi_{N-1}(M))$
En changeant l'origine des dates pour avoir $\phi_0(M) = 0$, on aura :
$s(M,t) = s_0.\cos(\omega t) + s_0.\cos(\omega t - \varphi) + s_0.\cos(\omega t - 2.\varphi) \ldots + s_0.\cos(\omega t - (N-1)\varphi)$

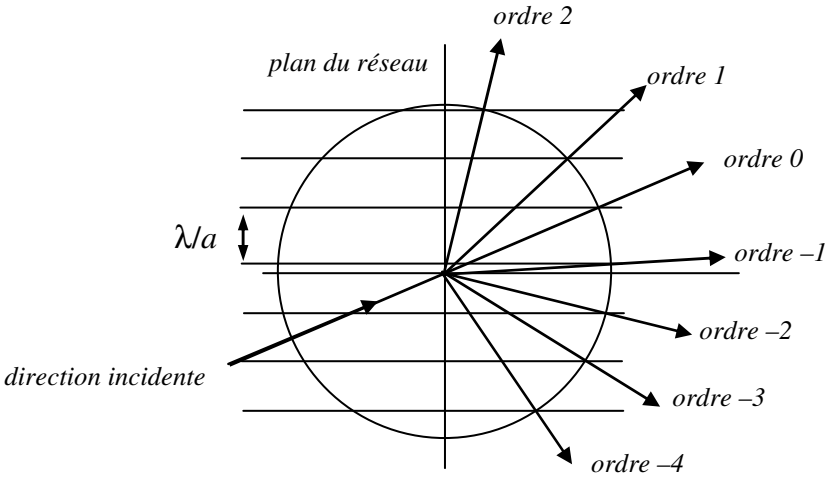
Comme N est très grand, si φ est une valeur quelconque, on somme des cosinus dont les angles vont se trouver répartis entre 0 et 2π (modulo 2π) et la somme sera nulle.
Pour avoir une somme non nulle, il faut donc que toutes les phases soient égales à 0 modulo 2π, on en tire $\varphi = 2\pi.p$ avec p entier relatif.

Les directions i des maxima est donc donnée par la formule des réseaux : $\boxed{\sin i - \sin i_0 = p.\dfrac{\lambda}{a}}$

Tous les maxima ne sont pas visibles, du fait que $\sin i \leq 1$, on trouve les maxima visibles grâce à un schéma :

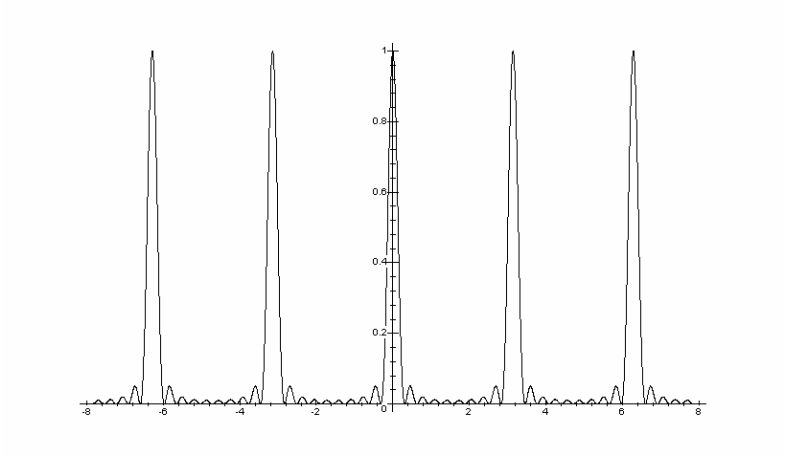


et si l'incidence est oblique :

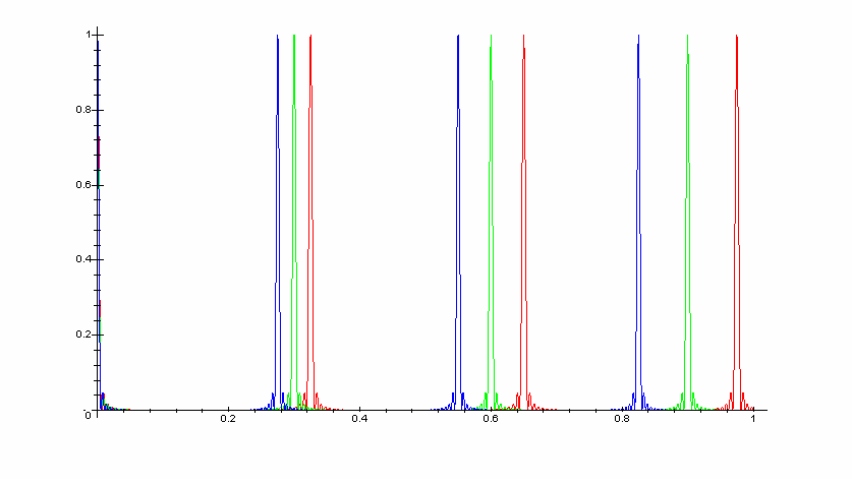


Cette construction repose sur $\sin i = \sin i_0 + p.\lambda/a$, elle donne directement les ordres visibles ainsi que leur position.
La courbe réelle est obtenue par un calcul de série (on somme les amplitudes complexes puis on en prend le module au carré pour avoir accès à l'intensité) : et on obtient : $I = I_0.\left(\dfrac{\sin\left(\dfrac{N\varphi}{2}\right)}{N.\sin\left(\dfrac{\varphi}{2}\right)}\right)^2$ où φ est le déphasage entre deux traits consécutifs.

La courbe $I = I(\varphi)$ tracée avec Maple :



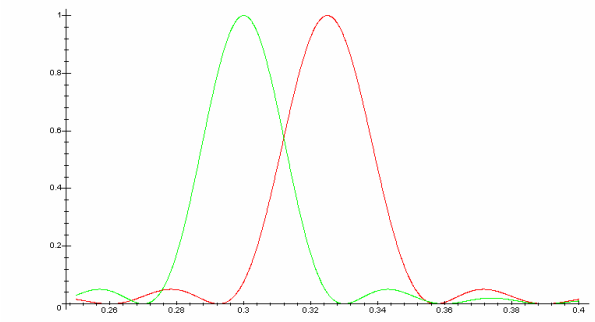
Si on trace $I = I(\sin i)$ pour deux longueurs d'onde :



On a séparation des longueurs d'onde, sauf pour l'ordre zéro. Un réseau sert donc de spectroscope, car on a accès à une mesure directe de la longueur d'onde par mesure d'un angle de déviation (en connaissant l'ordre).

Pouvoir de résolution d'un réseau : Pour pouvoir séparer deux longueurs d'onde très proches, il faut être capable de séparer les deux maxima d'ordre p. Sur la courbe précédente, on voit que les longueurs d'onde sont d'autant plus écartées en angle que l'ordre est grand.

Pour faire un calcul exact, on reprend le critère de Lord Rayleigh (vu dans la partie sur le pouvoir de résolution des instruments d'optique), que l'on applique ici pour deux longueurs d'onde très proches : la courbe suivante détaille l'intensité au voisinage du maximum d'ordre p pour deux longueurs d'onde λ et $\lambda+\Delta\lambda$:



Les deux maxima sont séparables si le maximum de la courbe rouge est placé après le premier minimum de la courbe verte.

Les zéros de l'intensité sont les zéros de la fonction $\sin(N\varphi/2)$ qui ne sont pas ceux de $\sin(\varphi/2)$, soit le premier minimum situé après $\varphi = 2p\pi$ est $2p\pi + 2\pi/N$

Pour le premier minimum de la courbe verte : $\sin i_{p,\,min}(\lambda) = p.\lambda/a + \lambda/Na$

Le maximum d'ordre p de la courbe rouge : $\sin i_{p,max}(\lambda+\Delta\lambda) = p.(\lambda+\Delta\lambda)/a$

Le minimum d'écart est obtenu pour l'égalité : $\sin i_{p,\,min}(\lambda) = \sin i_{p,max}(\lambda+\Delta\lambda)$

$$\text{donc } p.\lambda/a + \lambda/Na = p.(\lambda+\Delta\lambda)/a$$

$$\lambda / N = p.\Delta\lambda$$

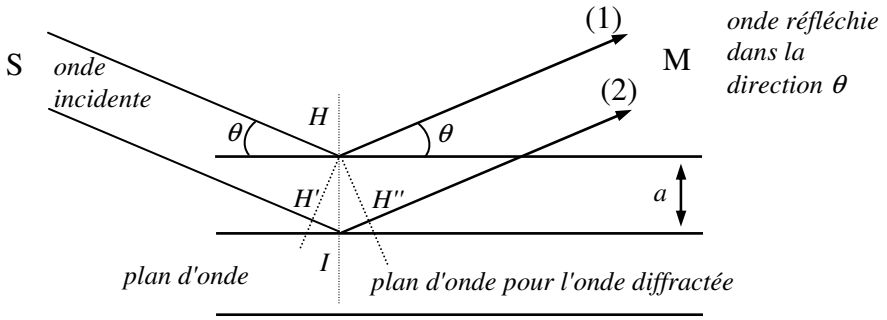
On définit le *pouvoir de résolution* d'un réseau par la quantité $\boxed{R = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda} = p.N}$

Exemple :

Pour le réseau à 80 traits par mm, et une longueur d'onde dans le jaune R = 3200 à l'ordre 1, soit $\Delta\lambda$ = 0,2 nm ce qui permet de résoudre le doublet jaune du sodium : λ_1 = 589,0 nm et λ_2 = 589,6 nm.

Diffraction de Bragg.

Par la même méthode, on peut déterminer les caractéristiques d'un cristal, en considérant les couches d'atomes successives. Chaque couche plane d'atomes réfléchit l'onde plane incidente selon les lois de Descartes et on étudie les interférences à l'infini entre ces ondes planes :



La différence de marche à l'infini entre les rayons (1) et (2) est

$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = (SH') + (H'I) + (IH'') + (H''M) - (SH) - (HM) = (H'I) + (IH'')$ toujours en utilisant le théorème de MALUS.

Or, avec l'indice = 1, $(H'I) = HI = a.\sin\theta$ et $IH'' = a.\sin\theta$

soit $\delta = 2.a.\sin\theta$ les interférences seront constructives que si la différence de marche est un nombre entier d fois λ (comme pour les réseaux), et on aura donc des maxima de lumière que si :

$$\boxed{2.a.\sin\theta = n.\lambda}$$

Remarque : les distances interatomiques sont de l'ordre de 0,1 nm¸la longueur d'onde utilisée doit donc être inférieure à cette valeur, on travaille avec des rayons X.