La conception d'un réacteur nucléaire **(Total des points : 10)**

L'uranium se trouve dans la nature sous forme de UO_2 , seulement 0,720 % des atomes sont des atomes de ^{235}U. La fission induite par des neutrons se produit facilement dans le cas de ^{235}U avec émission de 2 ou 3 neutrons de fission ayant une énergie cinétique élevée. Cette probabilité de fission augmente si les neutrons induisant la fission ont une énergie cinétique faible. Donc en réduisant l'énergie cinétique des neutrons de fission, on peut induire une chaîne de fissions dans d'autres noyaux de ^{235}U. Ce processus constitue le principe de base de l'origine de l'énergie produite par un réacteur nucléaire (RN).

Un RN typique se compose d'un réservoir cylindrique de rayon R et de hauteur H, rempli d'une matière qu'on appelle le modérateur. Des tubes cylindriques, nommés canaux de combustible, contiennent un ensemble de barres de combustibles de hauteur H, contenant du UO_2 naturel sous forme solide ; ces tubes sont disposés axialement et forment un réseau carré. Les neutrons de fission, sortant d'un canal de combustible, entrent en collision avec le modérateur, perdent de l'énergie et arrivent sur un canal de combustible voisin avec une d'énergie assez faible pour provoquer la fission (Figures I à III). La chaleur de fission dégagée par une barre est transmise au fluide de refroidissement qui s'écoule le long de celle-ci. Dans ce problème on s'intéresse à la barre de combustible (partie A), au modérateur (partie B) et à la géométrie cylindrique du RN (partie C).

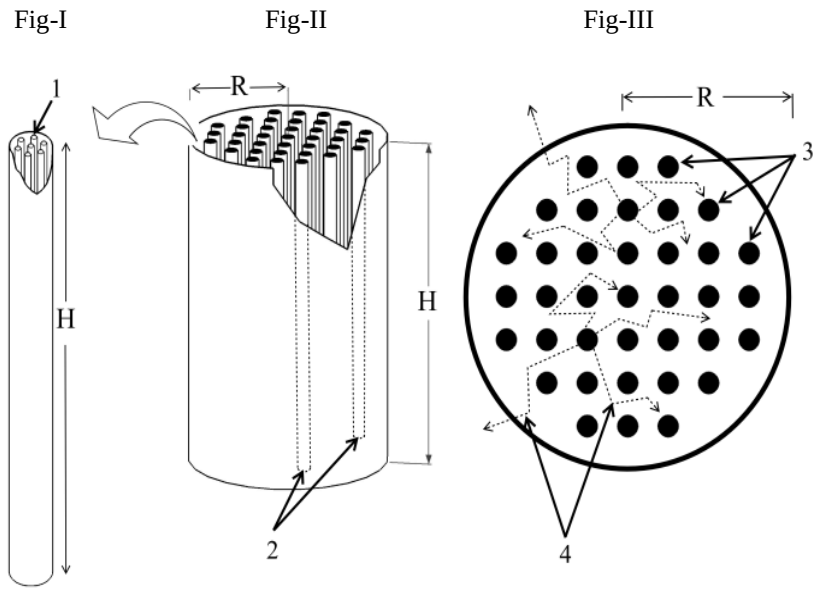


Schéma du réacteur nucléaire (RN)

Fig-I: vue générale d'un canal de combustible (1-*barre de combustible*)

Fig-II: vue du RN (2-*canal de combustible*)

Fig-III: vue de dessus du RN (3-*réseau carré formé par les canaux de combustible* and 4-*trajectoires typiques des neutrons)*

Seules les parties utiles sont représentées.

A Barres de combustible

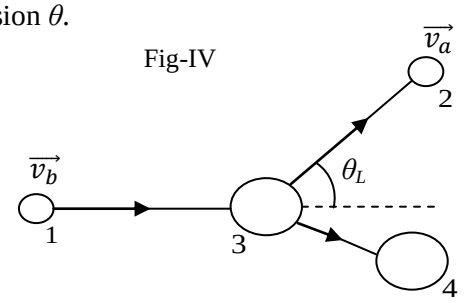
Données sur UO_2	1. Masse molaire $M_w = 0.270$ kg mol^{-1}	2. Masse volumique $\rho = 1.060\times10^4$ kg m^{-3}
	3. Température de fusion $T_m = 3.138\times10^3$ K	4. Conductivité thermique $\lambda = 3.280$ W m^{-1} K^{-1}

A1	On considère la réaction de fission suivante d'un noyau de ^{235}U au repos induite par un neutron d'énergie cinétique négligeable : $$^{235}U + {}^{1}n \rightarrow {}^{94}Zr + {}^{140}Ce + 2\,{}^{1}n + \Delta E$$ Estimer l'énergie de fission totale libérée ΔE (en MeV). On donne les masses nucléaires suivantes : $m(^{235}U) = 235.044$ u ; $m(^{94}Zr) = 93.9063$ u ; $m(^{140}Ce) = 139.905$ u; $m(^{1}n) = 1.00867$ u et 1 u = 931.502 MeV.c^{-2}.	**0.8**
A2	Estimer N, le nombre d'atomes de ^{235}U par unité de volume dans le UO_2 naturel.	**0.5**
A3	On suppose que la densité de flux de neutron, $\varphi = 2.000\times10^{18}$ m^{-2}.s^{-1} sur le combustible, est uniforme. La section efficace de la fission (aire effective de la cible nucléaire) d'un noyau ^{235}U est $\sigma_f = 5.400\times10^{-26}$ m^2. Si 80,00 % de l'énergie de fission est disponible sous forme de chaleur, estimer Q (en W.m^{-3}), le taux de production de chaleur dans la barre de combustible par unité de volume. 1MeV = 1.602×10^{-13} J.	**1.2**

A4	En régime stationnaire, la différence de température entre le centre (T_c) et la surface (T_s) de la barre de combustible, peut être exprimée comme $T_c - T_s = k\,F(Q,a,\lambda)$,, où k = 1/4 est une constante sans dimension et a est le rayon de la broche. Obtenir $F(Q,a,\lambda)$ par une analyse dimensionnelle. On précise que λ est la conductivité thermique de UO_2.	**0.5**
A5	La température de fonctionnement du liquide de refroidissement est 5.770×10^2 K. Déterminer la valeur de la limite supérieure a_u du rayon a de la barre de combustible.	**1.0**

B Le modérateur

On considère une collision élastique à deux dimensions entre un neutron de masse 1 u et un atome du modérateur de masse A u. Avant la collision tous les atomes du modérateur sont supposés au repos dans le référentiel du laboratoire (LF : « laboratory frame »). $\vec{v_b}$ est la vitesse du neutron avant la collision et $\vec{v_a}$ sa vitesse après la collision. $\vec{v_m}$ est la vitesse du référentiel du centre de masse (CM) par rapport au référentiel du laboratoire (LF) et θ l'angle de diffusion du neutron dans le référentiel du CM. Toutes les particules évoluent à des vitesses non relativistes.

B1	La collision dans LF est schématisée sur la figure IV, où θ_L est l'angle de diffusion. Représenter schématiquement la collision dans le référentiel du centre de masse (CM). Représenter sur le schéma les vitesses des particules 1, 2 et 3 et les exprimer en fonction de $\vec{v_b}$, $\vec{v_a}$ and $\vec{v_m}$. Faire apparaître l'angle de diffusion θ. Fig-IV  *Collision dans le référentiel du laboratoire* 1-*Neutron* avant collision 2-*Neutron* après collision 3-*Atome du modérateur* avant collision 4- *Atome du modérateur* après collision	**1.0**
B2	Déterminer v and V, les vitesses respectives du neutron et de l'atome du modérateur après la collision dans le référentiel du CM. Les exprimer en fonction de A et v_b.	**1.0**
B3	Déduire l'expression de $G(\alpha, \theta) = E_a/E_b$, où E_b est l'énergie cinétique du neutron avant la collision dans LF et E_a celle après la collision. On donne l'expression de α : $\alpha = [(A-1)\ /\ (A+1)]^2$.	**1.0**
B4	On suppose que l'expression ci-dessus peut être utilisée pour des molécules de D_2O. Calculer la fraction d'énergie maximale $f_l = \frac{E_b - E_a}{E_b}$ perdue par le neutron en utilisant D_2O (20 u) comme modérateur.	**0.5**

C Le réacteur nuclaire

Pour faire fonctionner en régime stationnaire le RN avec un flux de neutron ψ, la fuite des neutrons doit être compensée par la production de neutrons dans le réacteur. Pour un réacteur de géométrie cylindrique, le taux de fuite est $k_1\,[(2.405/R)^2 + (\pi/H)^2]\,\psi$ et le taux de production $k_2\,\psi$. Les constantes k_1 et k_2 dépendent des propriétés du matériau qui constitue le réacteur.

C1	On considère un RN avec $k_1 = 1.021\times10^{-2}$ m et $k_2 = 8.787\times10^{-3}$ m^{-1}. En remarquant que, pour un volume fixé, il faut minimiser le taux de fuite pour une utilisation optimale du combustible, déterminer les dimensions du RN en régime stationnaire.	**1.5**
C2	Les canaux de combustible sont disposés selon un réseau carré (Fig-III) de telle sorte que la distance entre deux canaux voisins est de 0.286 m. Le rayon effectif d'un canal de combustible (considéré comme plein) sera pris égal à 3.617×10^{-2} m. Estimer le nombre F_n de canaux de combustible dans le réacteur et la masse M de UO_2 nécessaire pour faire fonctionner le RN en régime stationnaire.	**1.0**