Theoretical Competition:

Question 1 Page 1 of 3

1. Problème à trois corps et LISA

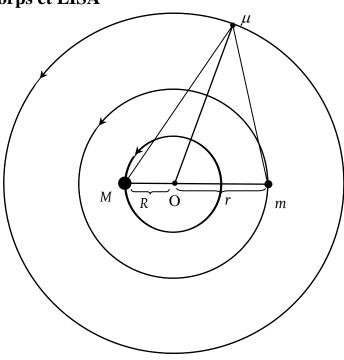


FIGURE 1 : Orbites coplanaires des trois corps.

- **1.1** Deux masses M et m se déplacent sur des orbites circulaires de rayons respectifs R et r, autour de leur centre de masse. Trouver la vitesse angulaire w_0 de la ligne joignant M et men fonction de R, r, M, m et de la constante gravitationnelle universelle G. [1.5 points]
- 1.2 Un troisième corps, de masse µ infinitésimale, est placé sur une orbite circulaire coplanaire autour du même centre de masse de sorte que μ reste immobile par rapport à la fois à M et à m, comme le montre la figure 1. On suppose que μ n'est pas sur la droite reliant les masses M et m. Trouver les valeurs des paramètres suivants, en fonction de R et r :

[3.5 points]

- 1.2.1 distance de μa M.
- 1.2.2 distance de μ à m.
- distance de µ au centre de masse. 1.2.3
- 1.3 On considère le cas M = m. Si on applique maintenant à μ donnée une petite perturbation radiale de sa position (suivant Oµ) quelle est la pulsationdes oscillations de la masse μ autour de sa position d'équilibre en fonction de ω_0 ? On suppose que le moment cinétique de µ se conserve.



Question 1 Page 2 of 3

[3.2 points]

L'antenne spatiale d'interférométrie laser(LISA) est un groupe de trois vaisseaux spatiaux identiques prévus pour détecter des ondes gravitationnelles de basse fréquence. Lesvaisseaux spatiaux sont placés aux sommets d'un triangle équilatéral comme dans le montrent les figure 2 et 3. Les côtés (ou «bras») ont environ 5,0 millions de kilomètres de long. Le groupe de vaisseauxLISA est sur une orbite identique à celle de la Terre autour du Soleil, et suit la Terre avec un décalage de 20°. Chacun d'eux se déplace autour du Soleil sur une orbite individuelle légèrement inclinée par rapport à celle de la Terre . Les trois vaisseaux spatiaux tournent autour de leur centre de masse en un an..

Ils émettent et reçoivent continuellement des signaux laser. Les ondes gravitationnelles sont détectées en mesurant les changements minuscules de longueur des bras à l'aide de méthode interférométriques. Une collision d'objets massifs tels que les trous noirs dans les galaxies proches, est un exemple de sources d'ondes garvitationnelles.

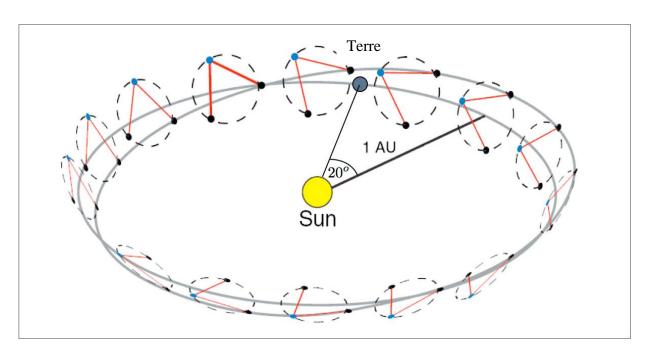


FIGURE 2 Illustration de l'orbite des vaisseaux spatiaux LISA. Les trois vaisseaux tournent autour de leur centre de masse avec une période de 1 an. Initialement, ilssuivent la Terre avec un décalage de 20°. (Figure de DA Shaddock, « An overview of the Laser Interferometry Space Antenna", Publications of the Astronomical Society of Australia, 2009, **26**, pp.128-132.).



Q1_THEORY_QUESTION_FRENCH_1500 Theoretical Competition: 12 July 2011

Question 1 Page 3 of 3

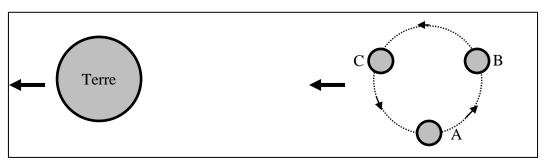


FIGURE 3 Vue agrandie de trois vaisseaux spatiaux suivant la Terre.

1.4 Dans le plan contenant les trois vaisseaux, calculer la vitesse d'un vaisseau spatial par rapport à un autre.[1.8 points]