3. Modèle simplifié du noyau atomique

Introduction

Bien que les noyaux atomiques soient des objets quantiques, un certain nombre de lois phénoménologiques concernant leurs propriétés élémentaires (telles que le rayon ou les énergies de liaison) peuvent être déduites de quelques hypothèses simples: (i) les noyaux sont constitués de nucléons (i.e. protons et neutrons) ; (ii) l'interaction forte qui lie ces nucléons est de très courte portée (elle n'agit essentiellement qu'entre nucléons voisins) ; (iii) le nombre de protons (Z) dans un noyau donné est approximativement égal au nombre de neutrons (N), à savoir $Z \approx N \approx A/2$, où A représente le nombre total de nucléons ($A >> 1$). **Important : utiliser ces hypothèses dans les questions 1 à 4 ci-dessous.**

Question 1 – Le noyau atomique comme ensemble compact de nucléons

Dans un modèle simplifié, le noyau atomique peut être considéré comme une boule constituée d'un ensemble compact de nucléons (voir Fig. 1(a)) dans laquelle les nucléons sont des sphères dures de rayon $r_N = 0.85$ fm (1 fm = 10^{-15} m). La force nucléaire n'est présente qu'entre deux nucléons en contact. Le volume du noyau V est plus grand que la somme des volumes de tous les nucléons AV_N, avec $V_N = \frac{4}{3} r_N^3 \pi$. Le rapport $f = AV_N / V$ est appelé taux de remplissage et donne la fraction de l'espace remplie par la matière nucléaire.

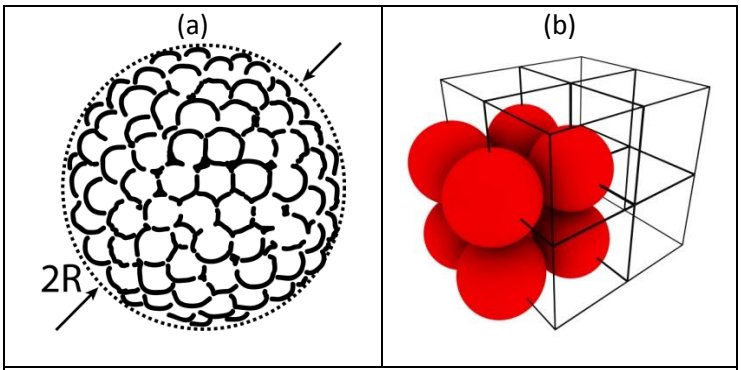

Fig. 1. (a) Noyau atomique comme boule compacte de nucléons. (b) l'empilement SC.

a) Calculer le taux de remplissage f pour le cas où les nucléons sont arrangés en empilement « cubique simple » (SC : "simple cubic"). Dans cet arrangement, un nucléon est centré sur chaque nœud d'un réseau cubique simple. [voir Fig. 1(b)]. *(0.3 points)*

Important : dans toutes les questions suivantes, on suppose que le taux de remplissage des noyaux est celui de la question 1a. Si vous n'avez pas réussi à le calculer, utilisez la valeur $f = 1/2$ pour les questions suivantes.

b) Donnez les expressions littérales et les valeurs numériques de la masse volumique moyenne ρ_m, de la densité volumique de charge moyenne ρ_c, et du rayon R pour un noyau contenant A nucléons. La masse moyenne d'un nucléon est $1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. *(1.0 points)*.

Question 2 – Energie de liaison d'un noyau atomique – termes de volume et de surface

L'énergie de liaison d'un noyau est l'énergie nécessaire pour le décomposer en nucléons séparés. Elle provient essentiellement de la force nucléaire attractive entre chaque nucléon et ses voisins. Si un nucléon donné ne se trouve pas sur la surface du noyau, sa contribution à l'énergie de liaison est a_V= 15.8 MeV (1 MeV = $1.602 \cdot 10^{-13}$ J). La contribution d'un nucléon situé à la surface du noyau à l'énergie de liaison est $a_V/2$.

Exprimez l'énergie de liaison E_b d'un noyau avec *A* nucléons en fonction de A, a_V, et f, et en y incluant la correction de surface. *(1.9 points)*

Question 3 – Effets électrostatiques (Coulombiens) sur l'énergie de liaison

L'énergie électrostatique d'une sphère chargée de façon homogène (de rayon *R* et de charge totale Q_0) est $U_c = \dfrac{3Q_0^2}{20\pi\varepsilon_0 R}$ où $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ C^2.N^{-1}.m^{-2}$.

a) Utilisez ce résultat pour obtenir l'énergie électrostatique d'un noyau. Dans un noyau, chaque proton n'agit pas sur lui-même (par la force de Coulomb), mais seulement sur les autres protons du noyau. Ceci peut être pris en compte en remplaçant $Z^2 \to Z(Z-1)$ dans la formule. Utilisez cette correction dans les questions suivantes. *(0.4 points)*

b) Ecrivez l'expression complète de l'énergie de liaison, en y incluant le terme principal (volumique), ainsi que les termes de correction de surface et de correction électrostatique obtenus ci-dessus. *(0.3 points)*

Question 4 – Fission de noyaux lourds

La fission est la réaction nucléaire au cours de laquelle un noyau se divise en parties plus petites (noyaux plus légers). Considérez le cas d'un atome avec A nucléons qui se divise en deux parties égales (voir l'illustration dans la Fig. 2).

a) Exprimez l'énergie cinétique totale des produits de fission E_{kin} quand les centres des deux noyaux plus légers sont séparés d'une distance $d \geq 2R(A/2)$, où $R(A/2)$ représente leur rayon. Le noyau initial était au repos avant de se diviser. *(1.3 points)*

b) Considérez le cas $d = 2R(A/2)$ et calculez numériquement E_{kin} obtenue dans la partie a) pour *A* = 100, 150, 200 et 250 (exprimez les résultats en MeV). Estimez les valeurs de *A* pour lesquelles la fission est possible dans le cadre du modèle décrit ci-dessus. *(1.0 points)*

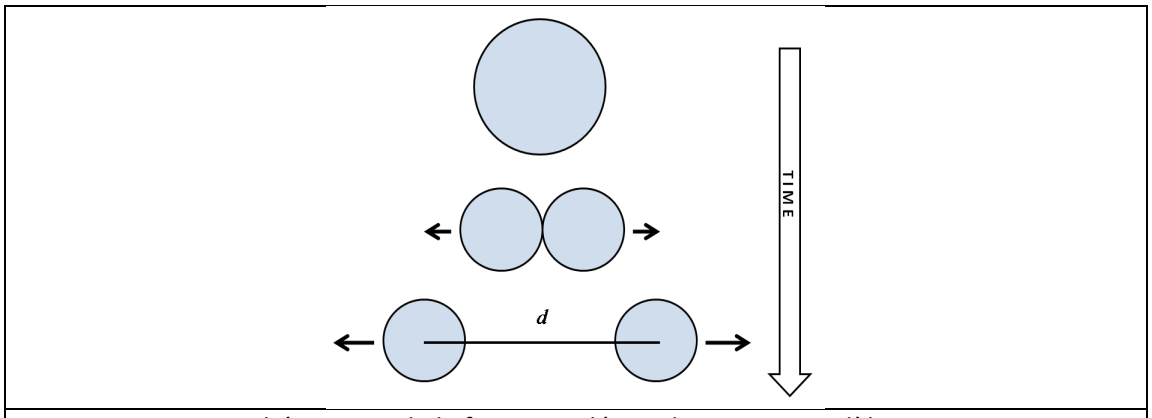

Fig. 2. Description schématique de la fission nucléaire dans notre modèle.

Question 5 – Réactions de transfert

a) En physique moderne, les énergies des noyaux et de leurs réactions sont décrites en terme de masses. Par exemple, si un noyau (au repos) se trouve dans un état excité avec une énergie E_{exc} au dessus de l'état fondamental, sa masse est $m = m_0 + E_{exc}/c^2$, où m_0 est sa masse dans l'état fondamental au repos. La réaction nucléaire $^{16}O + ^{54}Fe \rightarrow ^{12}C + ^{58}Ni$ est un exemple de réactions appelées « réactions de transfert », dans laquelle une partie d'un noyau est transférée à l'autre noyau (voir Fig. 3). Dans notre exemple, la partie transférée est une particule α (^4He). Les réactions de transfert se produisent avec une probabilité maximale si le produit de réaction dérivé du projectile (dans notre cas: ^{12}C) a même vitesse, en module et en direction, que le projectile (dans notre cas: ^{16}O). La cible ^{54}Fe est initialement au repos. Au cours de la réaction, ^{58}Ni est excité dans un de ses états d'énergie plus élevés. Déterminez l'énergie d'excitation de cet état (et exprimez la en MeV) si l'énergie cinétique du projectile ^{16}O est 50 MeV. La vitesse de la lumière est c= $3 \cdot 10^8$ m/s. *(2.2 points)*

1.	M(^{16}O)	15.99491 a.m.u.
2.	M(^{54}Fe)	53.93962 a.m.u.
3.	M(^{12}C)	12.00000 a.m.u.
4.	M(^{58}Ni)	57.93535 a.m.u.

Table 1. Masses au repos des noyaux de la réaction de la Fig. 3 dans leur état fondamental.
1 a.m.u.= $1.6605 \cdot 10^{-27}$ kg. (a.m.u. : atomic mass unit)

b) Le noyau ^{58}Ni produit dans un état excité, tel que celui décrit dans la partie a), se désexcite dans son état fondamental en émettant un photon gamma dans la direction de son mouvement. On considère cette désintégration dans le référentiel dans lequel ^{58}Ni est au repos pour trouver l'énergie de recul de ^{58}Ni (c.à.d. l'énergie cinétique acquise par ^{58}Ni après l'émission du photon).

Quelle est l'énergie du photon dans ce référentiel ? Quelle est l'énergie du photon dans le référentiel du laboratoire (c.à.d. quelle serait l'énergie du photon mesurée par un détecteur placé dans la direction dans laquelle se déplace le noyau ^{58}Ni) ? *(1.6 points)*

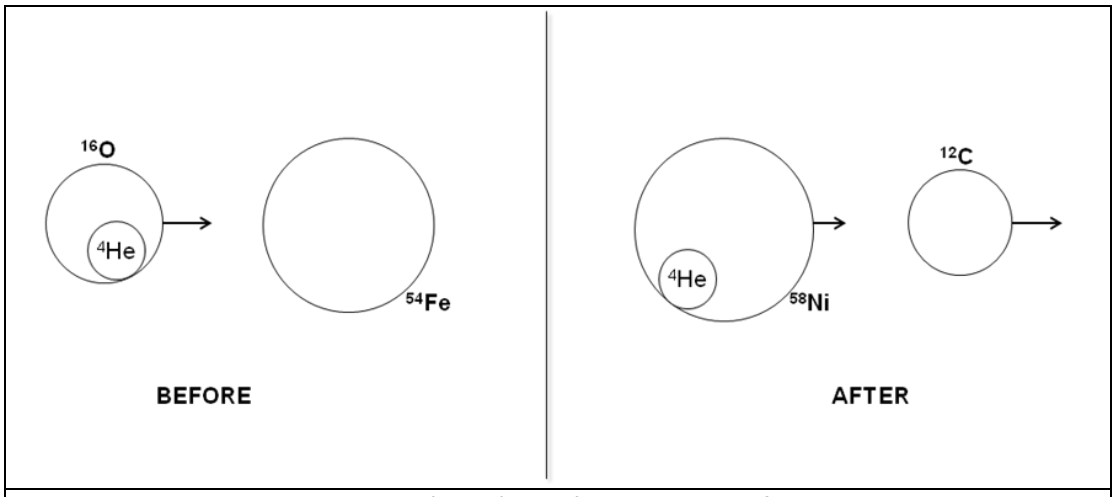

Fig. 3. Schéma d'une réaction de transfert.